

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCII.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique, pour la même Année.

Tirez des Registres de cette Academie.

Seconde Edition, revûë, corrigée & augmentée.

A PARIS,
Chez CHARLES-ESTIENNE HOCHEREAU, Quay des Augustins, au Phenix.

M. DCC. XX.

AVEC APPROBATION, ET PRIVILEGE DU ROY.

TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

Sur une nouvelle Proprieté de l'Air, & une nouvelle Construction de Thermometre. Page 1
Sur les Effets du Ressort de l'Air dans la Poudre à Canon, & dans le Tonnere. 9
Sur la Cause de la Refraction. 14
Diverses Observations de Physique generale. 16

ANATOMIE.

Sur des Pierres dans les Parois de la Vessie. 22
Diverses Observations Anatomiques. 24

CHIMIE.

Sur des Experiences faites à un Miroir ardent convexe. 34
Sur des Analyses de Plantes fermentées. 38
Diverses Observations Chimiques. 42

TABLE.

BOTANIQUE.

Sur la Perpendicularité des Tiges par rapport à l'horison. 47
Observations Botaniques. 48

GEOMETRIE.

Sur les Tangentes d'un genre de Courbes. 53
Sur les Quadratures. 54
Sur la Courbe que décrivent les rayons de la lumiere. Là même.
Sur la section indéfinie des Arcs circulaires, & la maniere d'en déduire les Sinus des Arcs donnés. 58
Sur une nouvelle Méthode concernant le Calcul intégral. 61

ASTRONOMIE.

Sur des Apparitions de Cometes. 65
Sur l'Astrolabe. 70
Diverses Observations Astronomiques. 72

GEOGRAPHIE.

Sur le Rapport des Mesures Itineraires anciennes avec les modernes. 80
Sur la Mesure de la Terre faite par Snellius. 82
Sur une ancienne Communication de la Mediterranée & de la Mer Rouge. 83

HIDROGRAPHIE.

Sur les Cartes Hidrographiques. 86

ACOUSTIQUE.

Sur l'application des Sons harmoniques des Jeux d'Orgues. 91

MECHANIQUE.

Sur la maniere de tailler des Meules pour des Verres hyperboliques, & en general de tourner tous les Conoïdes. 92
De la réduction des mouvemens des Animaux aux loix de la Mechanique. 95
Sur la Résistance des Solides. 102
Sur quelques Arcs employez dans l'Architecture. 119
Sur la Résistance des Cilindres creux & solides. 120
De la figure des Fusées des Horloges à ressort. 122
Sur la force necessaire pour remonter les Bateaux. 126
Sur la Machine du Pere Sebastien, rapportée dans l'Histoire de 1699. pag. 116. & 285. 135
Machines ou Inventions approuvées par l'Academie en 1702. 138
Eloge de feu M. Tuillier. 139

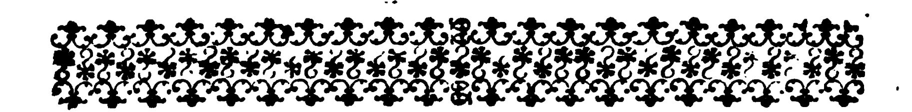


TABLE POUR LES MEMOIRES.

Essay d'une Methode pour trouver les Touchantes des Courbes Méchaniques, sans supposer aucune grandeur indéfiniment petite, PAR M. TSCHIRNHAUS. Page 1
Observations sur la quantité de pluïe qui est tombée à l'Observatoire Royal pendant l'année 1701, avec quelques Remarques sur le Thermometre & sur le Barometre, PAR M. DE LA HIRE. 3
Extrait des Observations Astronomiques, que le R. P. Feüillée Minime a faites en Levant pendant les années 1700 & 1701, Rapportées PAR M. CASSINI le fils. 7
Comparaison des Mesures Itineraires anciennes avec les modernes, PAR M. CARRE'. 15
Observation sur deux pierres trouvées dans les parois de la Vessie d'un garçon de vingt ans, PAR M. LITTRE. 26
Essais de Chimie, PAR M. HOMBERG. 33
Examen de la Ligne Courbe, formée par un rayon de lumiere qui traverse l'Atmosphere, PAR M. DE LA HIRE. 52
Reflexions sur la mesure de la Terre, rapportée par Snellius dans son Livre intitulée : Eratosthenes Batavus, PAR M. CASSINI le fils. 60
De la Résistance des Solides en general pour tout ce qu'on peut faire d'hypothêses touchant la force ou la tenacité des Fibres des Corps à rompre ; & en particulier pour les hypothêses de Galilée & de M. Mariotte, PAR M. VARIGNON. 66
Remarques sur la forme de quelques Arcs dont on se sert dans l'Architecture, PAR M. DE LA HIRE. 100
Remarques sur la differente maniere de voguer des Rames ordinaires & des Rames tournantes, nouvellement proposées par le sieur du Guet, PAR M. CHAZELLES. 104
Observation d'un nouveau Phenomêne, faite le 2. de Mars 1702, par M. Maraldi à Rome. Avec quelques Reflexions de M. Cassini, & diverses autres Observations sur la même Comete. 107

TABLE.

Observations d'une nouvelle Comete qui a paru au mois d'Avril & au mois de May de cette année 1702. *à l'Observatoire Royal. Avec quelques Remarques sur les Cometes*, PAR M. DE LA HIRE. 118

Observations d'une Comete du mois d'Avril de cette année 1702. *faite à Rome par Monsignor Bianchini Camerier d'honneur du Pape:* Extraites d'une Lettre écrite à M. Cassini, du 25. Avril. 124

Comparaison des premieres Observations de la Comete du mois d'Avril de cette année 1702. *faites à Rome & à Berlin*, PAR M. CASSINI. 127

Observations de la Tache du Soleil qui a paru le 6. *May* 1702. PAR M. CASSINI le fils. 137

Observation sur une Colonne de lumiere à l'Observatoire 1702. *le* 11. *May au matin*, PAR M. DE LA HIRE. 141

Observation d'une Tache sur le Soleil à l'Observatoire, PAR M. DE LA HIRE. 143

Observation d'une nouvelle Tache dans le Soleil, PAR M. CASSINI le fils. 145

Observations faites par le moyen du Verre ardant, PAR M. HOMBERG. 147

Réponse aux Remarques de M. de Lagny sur la construction des Cartes Hydrographiques, & des Echelles de latitude, PAR M. CHAZELLES. 156

Discours sur quelques proprietez de l'Air, & le moyen d'en connoître la temperature dans tous les climats de la terre, PAR M. AMONTONS. 161

Secondes Remarques sur les lignes Geometriques, PAR M. ROLLE. 180

Suite de l'examen de la ligne Courbe; que décrivent les rayons de lumiere en traversant l'Atmosphere, PAR M. DE LA HIRE. 188

Observations sur la Scammonée, PAR M. BOULDUC. 193

De la figure ou curvité des Fusées des Horloges à ressort, PAR M. VARIGNON. 198

Sur une Cure extraordinaire, PAR M. DU VERNEY le jeune. 209

Observation sur un Fœtus humain trouvé dans la trompe gauche de la matrice, PAR M. LITTRE. 215

Suite d'Observations sur l'Hydropisie, PAR M. DU VERNEY le jeune. 221

Comete vûë à l'embouchure du Fleuve de Mississipi en Amerique, en Fevrier & Mars 1702. PAR M. CASSINI. 223

Description du Labirinthe de Candie, avec quelques Observations sur l'accroissement & sur la generation des Pierres, PAR M. TOURNEFORT. 224

Histoire d'un Fœtus humain tiré du ventre de sa mere par le fondement, PAR M. LITTRE. 241

TABLE.

Examen de la force necessaire pour faire mouvoir les Bateaux tant dans l'eau dormante que courante, soit avec une corde qui y est attachée & que l'on tire, soit avec des rames, ou par le moyen de quelque machine, PAR M. DE LA HIRE. 261
Section indéfinie des Arcs circulaires en telle raison qu'on voudra, avec la maniere d'en déduire les Sinus, &c. PAR M. BERNOULLI Professeur à Bâle. 288
Solution d'un Problême concernant le Calcul intégral, avec quelques abregez par rapport à ce Calcul, PAR M. BERNOULLI, Professeur à Groningue. 296
Observations sur un Fœtus trouvé dans une des trompes de la matrice, PAR M. DU VERNEY l'aîné. 305
Applications des Sons harmoniques à la composition des Jeux d'Orgues, PAR M. SAUVEUR. 316

MEMOIRES

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES
Année M. DCCII.

PHYSIQUE.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR UNE NOUVELLE PROPRIETE' DE L'AIR, & une nouvelle construction de Thermometre.

LA premiere découverte que la Philosophie moderne ait faite sur la nature de l'Air, a été celle de sa pesanteur, qui sembla si paradoxe au commun du monde, & même à la plûpart des Philosophes. De la pesanteur de l'air, on alla à son ressort, autre qualité que l'on y auroit aussi peu soupçonnée que la premiere. V. les M. p. 161.

Il faut donc concevoir l'Air comme composé d'une infinité de petites lames à ressort, soit spirales, soit de telle autre figure qu'on jugera plus convenable. Quand l'air est comprimé par quelque force étrangere, les lames se serrent, & leurs extremités s'approchent, & plus cet effet est grand, plus le ressort de l'air est tendu, & disposé à se débander avec violence. Les lames occupent moins d'espace, lorsque leurs extremités s'approchent, & c'est ce qu'on appelle la condensation de l'air, ou la diminution de son volume. Feu M. Mariotte de l'Academie des Sciences, ayant cherché quelle étoit la proportion des differentes condensations de l'air, trouva par toutes ses experiences qu'elle suivoit celle des poids dont il étoit chargé. Ainsi l'air que nous respirons étant chargé du poids de toute l'Atmosphere, égal au poids de 28 pouces de Mercure, un air qui seroit chargé de 56 pouces de Mercure seroit deux fois plus condensé, ou réduit en un espace deux fois moindre.

Cette regle de M. Mariotte n'est pourtant pas absolument vraie; car on peut supposer que le poids dont on chargera l'air augmente à l'infini, & on ne peut concevoir que sa condensation augmente de même. Quand les deux extremités d'une même lame seront venuës à se toucher, c'en est fait, un plus grand poids ne peut faire rien de plus. Mais il faut convenir que nous ne sçaurions aller par le secours d'aucune Machine jusqu'à cette derniere condensation de l'air, que nous en sommes même toûjours fort éloignés, & que toutes nos experiences ne roulent que sur des condensations moyennes, où se renferme la regle de M. Mariotte, qui hors delà seroit fausse. Il est clair par ce qui a été dit, que l'augmentation du ressort de l'air suit sa condensation, & la diminution de son volume.

Ce ne sont pas seulement les poids dont l'air est chargé qui augmente son ressort, la chaleur l'augmente aussi, mais seulement lorsqu'elle ne peut augmenter son volume, ou l'augmenter suffisamment. Car elle fait toûjours sur lui l'un de ces deux effets; elle le rarefie s'il a la liberté de s'é-

tendre, ou s'il ne l'a pas, elle augmente son ressort. S'il n'a la liberté de s'étendre qu'en partie, elle augmente d'autant moins son ressort qu'elle le rarefie davantage.

On a vû dans l'Histoire de 1699.* que M. Amontons ayant eu besoin pour son Moulin à feu de connoître la mesure ou la proportion de l'augmentation du ressort de l'air par la chaleur, avoit trouvé que la chaleur de l'eau boüillante n'augmentoit la force du ressort de l'air que d'un peu plus que le tiers de ce qu'il en a sur la surface de la terre, où il est chargé du poids de l'Atmosphere, c'est à dire, qu'elle augmentoit son ressort d'un peu plus que le tiers de 28 pouces de Mercure. * Page 101.

Cette connoissance suffisoit alors à M. Amontons, & il n'alla pas plus loin. Mais depuis, en suivant la nature de plus près, il a trouvé une proprieté de l'air, nouvelle, singuliere, & qui peut d'abord paroître surprenante. Plus l'air est chargé d'un grand poids, plus son ressort s'augmente par un même degré de chaleur.

La raison en est que l'action de la chaleur consiste en une infinité de petites particules tres-agitées qui pénetrent les corps. Quand elles entrent dans une masse d'air, elles en ouvrent & en développent les lames spirales, non seulement parce que ce sont de nouveaux corps qui se logent dans leurs interstices, mais principalement parce que ce sont des corps qui se meuvent avec beaucoup de violence. Delà vient l'augmentation de ce volume d'air. Que s'il est enfermé de maniere qu'il ne se puisse étendre, les particules de feu qui tendent à ouvrir ses spirales, & ne les ouvrent point, augmentent par consequent leur force de ressort, qui cesseroit si elles s'ouvroient librement. Quand l'air est condensé, il y a plus de particules d'air dans un même espace, & quand les particules de feu viennent à y entrer, elles exercent donc leur action sur un plus grand nombre de particules d'air, c'est à dire, qu'elles causent ou une plus grande dilatation, ou une plus grande augmentation de ressort. Or quand l'air est chargé d'un plus grand poids, il est plus condensé, & par consequent s'il ne peut alors s'é-

tendre, comme on le ſuppoſe toûjours, un même degré de chaleur augmente davantage ſon reſſort.

M. Amontons a trouvé par experience que l'augmentation cauſée au reſſort de l'air par la chaleur de l'eau boüillante, eſt égale au tiers du poids dont l'air eſt alors chargé, ſi l'experience eſt faite dans le Printemps ou dans l'Automne, c'eſt à dire dans un temps qui tienne à peu près le milieu entre le grand chaud & le grand froid. Ainſi l'air que nous reſpirons, toûjours chargé d'un poids de 28 pouces de mercure ou environ, étant échauffé par de l'eau boüillante, augmenteroit la force de ſon reſſort de 9 pouces 4 lignes. Un air condenſé au double l'augmenteroit de 18 pouces 8 lignes, qui ſont le tiers de 56. Reciproquement un air, toûjours dans le même état de condenſation, augmentera differemment ſon reſſort, ſelon les differens degrés de chaleur.

Ces découvertes ont conduit M. Amontons à l'invention d'un nouveau Thermometre. Car ſi l'on prend un tuyau recourbé, dont une branche qui ſera tres-courte ſe termine en une boule, ſi cette boule eſt pleine d'un air plus condenſé qu'il ne l'eſt naturellement, & s'il y a du mercure dans la longue branche ouverte par le haut, il eſt évident que cet air en vertu de ſa condenſation ſeule qui aura augmenté ſon reſſort, ſoûtiendra le mercure de l'autre branche au-deſſus du niveau, que quand la chaleur répanduë dans l'air exterieur viendra encore augmenter le reſſort de l'air enfermé dans la boule, il élevera ſon mercure plus haut, & le laiſſera tomber quand cette chaleur viendra à diminuer. C'eſt là le principe general du Thermometre de M. Amontons.

Ce qu'il y a de plus difficile & de plus fin dans la pratique de la conſtruction, c'eſt de condenſer l'air de la boule; mais ce détail ne nous eſt pas permis, & on le verra dans le Memoire de l'Auteur. Cet air de la boule que nous ſuppoſons condenſé juſqu'à un certain point, doit augmenter uniquement ſon reſſort par la chaleur, & non pas ſon volume; car l'augmentation du volume nuiroit à celle du

ressort, & ce n'est que par celle-ci que l'on mesure dans cette Machine les degrès de chaleur. Cependant il est impossible que l'air de la boule dont le ressort sera augmenté éleve le mercure du tuyau, sans avoir autant augmenté son propre volume, que le mercure occupera de nouvel espace par son élevation. Le seul remede à ce mal inévitable, est que le tuyau soit tres-étroit par rapport à la capacité de la boule, & que par consequent une augmentation absolument insensible du volume de l'air enfermé dans la boule, ne laisse pas de faire un effet sensible sur le mercure du tuyau.

Il faut faire au tuyau une longueur dans laquelle les degrès aïent une assez grande étenduë. M. Amontons prend un tuyau de 47 pouces, à les compter au dessus du niveau du mercure qui sera dans la petite branche. Il condense ou charge l'air de la boule, de maniere qu'outre le poids de l'Atmosphere égal à 28 pouces qu'il porte toûjours, il porte encore 28 autres pouces. Si cet air chargé de 56 pouces reçoit la chaleur de l'eau boüillante, il augmentera son ressort du tiers de 56, c'est à dire de 18 pouces 8 lignes, & portera 74 pouces 8 lignes de mercure. Il suffit donc que le tuyau ait 47 pouces, afin qu'un air condensé au double de celui que nous respirons puisse élever le mercure jusqu'au degré de chaleur de l'eau boüillante ; car de 74 pouces 8 lignes, ôtant 28 qui sont le poids de l'Atmosphere, & qui ne doivent pas être comptés sur la longueur du tuyau, reste 46 pouces 8 lignes. Mais comme par l'operation de M. Amontons l'air n'est pas condensé précisément au double de celui que nous respirons, ces nombres diminuënt un peu. Le mercure ne monte par l'eau boüillante qu'à 45 pouces, & un tuyau de 46 suffit.

Le grand avantage de ce Thermometre, est que son degré extrême de chaleur est déterminé à celui de l'eau boüillante. Dans les Thermometres ordinaires, il n'y a rien de déterminé ni de fixe, nul terme constant & précis d'où l'on puisse compter, & qui serve à regler les comparaisons. On prend l'étenduë que l'esprit de vin aura par-

courve du plus grand froid au plus grand chaud d'une certaine année, on divise cette étenduë en cent parties, si l'on veut, dont chacune est un degré du Thermometre. Il est bien vrai que ce Thermometre peut servir à comparer d'autres années à celle de l'observation, on sçaura de combien elles auront été plus ou moins chaudes, & plus ou moins froides; mais cette comparaison n'apprend rien, à moins que l'année de l'observation n'eût été la plus chaude, & en même temps la plus froide qu'il soit possible, ce qui n'est pas à présumer, & ne peut jamais être certain. Et quand même cette année auroit été au plus haut degré possible & du chaud & du froid, ce ne seroit que pour un certain climat, & peut-être pour un seul lieu de tout ce climat, & la constitution de l'air de differens climats, ou de differens lieux ne pourroit être comparée par des Thermometres qui y auroient été faits, puisqu'ils n'auroient rien de commun. Mais la chaleur de l'eau boüillante étant selon toutes les apparences égale par toute la terre, & tres-certainement plus grande que celle d'aucun climat, c'est un point fixe & commun, d'où l'on peut compter tous les degrés de chaleur qui seront au dessous, en quelque lieu du monde que ce puisse être. Par-là le Thermometre, auparavant borné & équivoque, devient un instrument universel, & qui n'a plus rien d'incertain.

Dans la constitution d'air que nous appellons ici temperée, le mercure du Thermometre nouveau est 19 pouces au dessous du degré où il monteroit par l'eau boüillante, c'est à dire, qu'il est à 26 pouces dans un tuyau où il monteroit à 45. Ce Thermometre ayant été exposé aux rayons du Soleil dans le mois de Juin à midi, il a monté 5 pouces 9 lignes $\frac{2}{3}$ au dessus du temperé, & il n'a baissé que de 2 pouces au dessous, quand la boule a été plongée dans de l'eau où il y avoit une grande quantité de glace. On voit par cette experience, & on le voyoit aussi par les anciens Thermometres, que le grand froid, du moins celui qui est grand par l'impression qu'il fait sur nous, n'est pas si éloigné du temperé que le grand chaud; qu'il reste encore

dans ce qui nous paroît un grand froid plusieurs degrés de chaleur, & que nous sommes plus sensibles au froid qu'au chaud. Dans tout ce qui appartient à nos sensations, nous ne sommes pas en état de juger assés sainement, ni avec assés de précision, & il nous faut des instrumens inanimés, qui soient, pour ainsi dire, plus indifferens que nous, & qui redressent les erreurs de nos jugemens. Eût-on crû que le chaud qu'il fait aux rayons du Soleil à midi dans le solstice d'Eté, ne differe du froid qu'il fait quand l'eau se glace, qu'environ comme 60 differe de 51 $\frac{1}{2}$, ou 8 de 7, & que la même matiere qui produit par son agitation les plus grandes chaleurs, & les plus insupportables de nôtre climat, ayant alors 8 degrés de mouvement, elle en a encore 7 lorsque nous sentons un froid extrême?

Pourvû que dans le Thermometre de M. Amontons la capacité de la boule soit si grande que celle du tuyau soit insensible par rapport à elle, c'en est assés, il n'importe de quelle grandeur soit cette capacité; une plus grande masse d'air ou une plus petite, supposé que de part & d'autre l'air soit également condensé, augmenteroit également la force de leur ressort par un même degré de chaleur, & la raison en est manifeste; car quoique dans une plus grande masse d'air qui est au même degré de condensation qu'une autre, il y ait un plus grand nombre de ressorts, ce nombre plus grand ne fait que récompenser précisément la grandeur de l'espace où ils sont répandus, & s'il y en avoit un plus petit nombre, il est clair que cette plus grande masse d'air seroit la plus foible.

La grosseur de la boule est donc indifférente, dès qu'elle n'a plus de proportion sensible avec la capacité du tuyau. Mais si l'on compare ensemble deux de ces nouveaux Thermometres, & que l'on veüille les trouver précisément au même point par les mêmes degrés de chaleur, il faut que de part & d'autre la boule & le tuyau soient dans la même proportion. C'est que l'air enfermé dans la boule augmente réellement de volume, quoiqu'insensiblement, & cette augmentation est sensible dans le tuyau, puisqu'elle est

égale à l'élevation du mercure. Afin donc que dans des tuyaux de differente grosseur le mercure élevé vienne au même point, il faut que dans le plus grand tuyau, par exemple, la nouvelle place qu'occupe le mercure soit égale à une plus grande augmentation du volume d'air enfermé dans la boule, & par consequent que ce volume soit plus grand, c'est-à-dire en un mot que les boules & les tuyaux des deux Thermometres soient dans les mêmes proportions.

Comme l'on objectoit dans l'Assemblée à M. Amontons que cette égalité de proportions ne devoit pas être facile à executer en boules & en tuyaux de verre, il répondit que les Emailleurs ont toûjours un tres-grand nombre de boules & de tuyaux separés, & qu'ils ajustent ensuite, comme bon leur semble, telle boule avec tel tuyau; que quand on auroit une fois choisi une proportion, & la boule & le tuyau qui la garderoient entr'eux, il n'y avoit qu'à mesurer leur capacité avec du mercure, prendre ensuite une boule au hazard, mesurer avec du mercure sa capacité, trouver par une regle de trois la capacité du tuyau qui seroit dans la proportion requise, & enfin choisir entre tous les autres le tuyau qui auroit cette capacité. M. Amontons a donné autrefois cette methode au sieur Hubin, pour faire à coup sûr des Thermometres semblables & proportionnels à un premier que l'on auroit reconnu pour bon.

Il y a encore d'autres observations à faire sur la construction du nouveau Thermometre. Nous avons supposé, par exemple, dans tout ce discours pour une plus grande facilité, le poids de l'Atmosphere toûjours égal à 28 pouces de mercure; cependant il est bien sûr qu'il varie toûjours, & il faut avoir égard à cette variation. Il en faut avoir aussi au chaud, ou au froid qu'il fait dans le temps de la construction, & ce qu'il y auroit de plus commode, seroit de faire ce Thermometre dans un temps qui fût temperé, & où, s'il étoit possible, le Barometre fût aussi à 28 pouces.

SUR

SUR LES EFFETS DU RESSORT de l'Air dans la Poudre à Canon, & dans le Tonnerre.

L'AIR qui jusqu'à ces derniers temps sembloit n'être qu'un liquide presque entierement privé d'action, se trouve aujourd'hui un des Agens les plus universels, & les plus violens qu'il y ait dans la nature. La force de la Poudre à canon, par exemple, si étonnante même pour les Philosophes, n'est que la force de l'air. Il y a de l'air enfermé, ou plutôt resserré & emprisonné dans chaque grain de poudre. Il y a encore de l'air qui remplit tous les vuides que les grains laissent entr'eux, & quand la poudre s'enflame, les ressorts de toutes ces petites masses d'air se dilatent & se débandent tous ensemble. Ces ressorts sont la seule cause de tant d'effets prodigieux; car la poudre ne sert qu'à allumer un feu qui mette l'air en action, après quoi c'est l'air seul qui est l'ame de tout.

M. de la Hire a donc crû devoir rapporter tous les Phenomenes de la Poudre à canon aux proprietés du ressort: Voici les principales, ou du moins celles qui lui ont été les plus necessaires dans sa Recherche.

Un ressort, par exemple, une lame pliée, tend à se débander de deux côtés opposés avec une égale violence. Un ressort a besoin d'une certaine résistance pour exercer toute sa force, & il agit d'autant moins que le corps contre lequel il agit lui cede, & se dérobe plus promptement. Un ressort fait un effet plus sensible d'un côté, quand il trouve de la résistance du côté opposé.

Sur ces oppositions, M. de la Hire considere d'abord tous les ressorts de l'air mis en action par le feu qui prend à la poudre enfermée dans l'ame d'un canon. Quelques Philosophes ont crû que quand elle s'allumoit successivement, son effort en étoit plus grand à l'endroit où elle

commençoit à s'enflamer, parce que sa violence étoit augmentée par celle qui s'allume ensuite. Mais cette raison, qui peut-être specieuse, n'en est pas moins fausse ; car, selon la reflexion de M. de la Hire, un ressort appuyé contre un autre ressort égal qui lui resiste, a toute la force qu'il peut avoir, & il n'en aura pas davantage quand d'autres ressorts se succederont les uns aux autres pour l'appuyer, ou pour appuyer ceux qui l'appuyoient. Au contraire peut-être la force du premier diminuëra-t-elle, tandis que les autres se mettront en mouvement, & si pendant cet espace de temps le corps contre lequel ils doivent agir commence à ceder, leur action en sera d'autant plus foible.

Il vaut donc mieux que les ressorts se débandent tous ensemble, même quand on ne voudroit les faire agir qu'à l'endroit où la poudre a commencé d'abord à s'enflamer. Il est certain d'ailleurs que la poudre s'allumant toute à la fois, une plus grande chaleur met les ressorts dans une plus grande tension, & que comme ils s'appuient tous mutuellement en même temps, ils sont capables d'un plus grand effort vers tous les côtés. Il est seulement à craindre que le canon ne creve par une inflammation de toute la poudre trop brusque & trop subite, & l'on trouve à propos qu'elle le soit un peu moins.

Le canon étant assés épais pour résister à toutes les impulsions qui se font de l'axe du cylindre de l'ame vers la circonference, il reste celles qui se font vers la culasse, & vers la bouche. Les ressorts poussent également de ces deux côtés opposés, & de là vient que le canon recule en arriere, tandis que le boulet sort par l'ouverture.

La force qui cause le recul est donc la même que celle qui cause le mouvement du boulet. Mais d'où vient que le mouvement du boulet a une si grande étenduë, & que le recul en a si peu ? C'est que le canon a beaucoup plus de difficulté à se mouvoir en arriere, que le boulet n'en a à se mouvoir en avant ; & comme une force égale fait ces deux effets, le chemin que parcourt le boulet surpasse autant

le chemin du canon en arriere, que la dificulté qu'il a à se mouvoir en arriere surpasse celle qu'à le boulet à se mouvoir en avant.

Il faut donc qu'une grande resistance s'oppose au recul du canon qui est toûjours fort petit, & en effet on conçoit d'abord que cette résistance est le frottement que doit faire contre la terre une machine aussi pesante qu'un canon avec son affust. Mais il y a plus encore. La résistance à un mouvement est d'autant plus grande que ce mouvement est plus prompt, & quand il l'est au point que ce qui résiste n'a pas le loisir de ceder, alors un corps assés foible de lui-même peut tenir lieu d'un corps inébranlable, & d'un obstacle invincible. C'est par cette raison que l'air & l'eau frapés avec tant de vîtesse, & d'un coup si brusque qu'ils n'aïent pas le temps de fuïr, deviennent des points fixes l'un pour le vol des oiseaux, l'autre pour l'action des rames. De même un bâton étant suspendu par les deux bouts à deux fils fort déliés, on peut le fraper par le milieu d'un coup si preste qu'on le rompra sans rompre les fils qui le soûtiennent. C'est que les fibres de ces fils pour s'allonger & pour se séparer ont besoin d'un certain temps qu'elles n'ont pas eu ; l'air d'ailleurs n'a pû s'échaper assés vîte de dessous le bâton, qui ayant été soûtenu de tous côtés par de fermes appuis, a reçû l'impression entiere du coup, & s'est rompu. L'extrême vîtesse, ou pour mieux dire, l'extrême soudaineté du mouvement que la poudre imprime au canon, doit donc augmenter encore la résistance qu'il trouve en reculant, soit de la part du terrain, soit même de la part de l'air. Si un canon étoit suspendu, l'experience fait voir que le recul en seroit tres-grand.

Une Fusée volante, dont je suppose que la construction est connuë, n'est qu'un petit canon tres-leger, qui par l'effort de la matiere allumée qu'il contient, fait son recul en l'air du côté de sa culasse, avec autant de vîtesse que la matiere allumée en a pour sortir par l'ouverture qui est tournée en embas. Ce recul est l'élevation de la fusée.

La fusée étant chargée de toute la matiere qu'elle doit

contenir, si son centre de gravité étoit au dessus de son centre de figure par rapport au bout fermé qui est celui qui va devant, il arriveroit par les raisons expliquées dans l'Histoire de 1700.* que dès que la fusée commenceroit à s'élever, elle feroit un demi-cercle en l'air, & se renverseroit, après quoi elle redescendroit, puisque le bout fermé qui fait le recul seroit tourné vers la terre. Or comme il seroit impossible dans la pratique de déterminer sûrement le centre de gravite & sa position par rapport au centre de figure, on a pris un expedient plus court & plus facile. On attache à un des côtés de la fusée une baguette dont la pesanteur est telle que le centre de gravité de la fusée chargée & de cette baguette, le tout pris ensemble, se trouve un peu au dessous de l'ouverture de la fusée. Si ce centre est au dessous de l'ouverture quand la fusée est chargée, il est encore plus au dessous quand elle s'éleve, & qu'en se vuidant de la matiere qu'elle contenoit, elle devient plus legere. Ce centre descend donc toûjours à mesure que la fusée s'éleve, & par consequent il lui fait conserver un mouvement droit.

* P. 150. & suivans.

M. de la Hire avouë à la gloire de cette experience grossiere & incertaine qui a produit les Arts, qu'il ne croit pas que la plus subtile speculation puisse rien ajoûter à la construction des fusées volantes. Seulement il remarque que la baguette étant attachée à un des côtés, le centre de gravité du tout ensemble ne peut être dans l'axe de la fusée, que par consequent elle ne peut jamais s'élever bien verticalement, & que quand on lui voudroit donner exactement cette direction, il vaudroit mieux attacher aux deux côtés deux baguettes, qui toutes deux n'eussent que le poids qu'auroit eu la seule qu'on y destinoit.

Il est aisé d'appliquer aux Petards les mêmes principes que l'on voit qui agissent dans les canons & dans les fusées volantes. M. de la Hire propose que pour augmenter l'effet d'un petard contre une porte, ou contre une muraille à laquelle il est attaché, on l'affermisse, & qu'on le rende, s'il se peut, inébranlable du côté opposé. Par là on empê-

chera son recul, & on redoublera sa violence du côté où l'on veut qu'il agisse.

Le Tonnerre n'est lui même qu'une espece de poudre à canon enflamée, & les hommes peuvent sans presomption se vanter de l'avoir imité. C'est un mêlange de soulphre, de salpêtre, ou de quelques autres matieres qui leur ressemblent fort, & l'air mis en ressort par leur inflammation fait les principaux Phenomenes du Tonnerre.

Si cet air, lorsqu'il se dilate & qu'il se débande ne rencontre rien qui lui résiste, on voit l'éclair, mais sans entendre de bruit. S'il rencontre des nuées qui s'opposent à son mouvement, il en resulte le froissement & la collision d'air qui cause le bruit, & ce bruit est d'autant plus grand que ces nuées formées de petites particules de glace sont moins propres à recevoir du mouvement d'un air fort enflamé. Lorsque le feu du Tonnerre se meut avec une si grande violence qu'il comprime & qu'il bande les ressorts de l'air grossier dont il est environné, cet air devient par-là capable de lui résister, & de le renvoyer en arriere ; ce qui arrivant plusieurs fois de suite, fait paroître les éclairs comme des traits de feu brisés.

L'air le plus proche de la terre étant le plus grossier, c'est celui qui doit avoir le plus de force pour résister au mouvement du Tonnerre, c'est à dire, pour le faire remonter, & par consequent il doit arriver assés souvent que cette flame repoussée vers le lieu d'où elle vient se dissipe sans effet.

On voit quelquefois l'eau qui sort par un ajutage jaillir trois ou quatre fois plus haut que ne lui permet la hauteur du reservoir, aussi se remet-elle bien vîte à la hauteur que lui prescrivent les loix de l'Hidrostatique. Mais comment a-t-elle pû en sortir un instant ? M. de la Hire l'attribue à de l'air enfermé dans la conduite, qui ayant été pressé & mis en ressort par l'eau qui descendoit toûjours, s'est débandé contre celle qui montoit, & lui a donné cette vîtesse momentanée. De même il croit que la violence du Tonnerre peut quelquefois être augmentée par l'air, qui

aprés une forte compression que le feu du Tonnerre même a causée, reprend son extension naturelle. A suivre tous les effets de l'air, il est presque lui seul l'ame du Monde, si l'on veut bien entendre par Monde ce que nous habitons, & ce qui nous environne de plus près.

SUR LA CAUSE.

DE LA REFRACTION.

LA dispute qu'ont euë sur la Refraction Messieurs Descartes, & de Fermat, est fameuse. Ils avoient chacun leur maniere de démontrer qu'un raïon oblique qui passe de l'air dans l'eau doit se rompre en s'approchant de la perpendiculaire; mais la démonstration de M. Descartes supposoit que les rayons penetrent plus facilement l'eau que l'air, & au contraire il suivoit de celle de M. de Fermat qu'ils penetrent l'air plus facilement. C'étoit là le point principal qui partageoit ces grands hommes, & il a partagé ensuite beaucoup d'autres Philosophes.

M. Carré a embrassé le parti de M. Descartes, & il prétend que l'air laisse plus difficilement passer la lumiere, que ne fait l'eau, quoiqu'il la reçoive en plus grande quantité, & la reflechisse moins; car ces deux choses peuvent fort bien être séparées. Il n'y a, selon M. Carré, que l'air qui soit pénetrable à la lumiere, tous les autres corps sont solides à son égard, & la reflechissent; & quand la lumiere passe au travers de l'eau ou du verre, elle ne passe qu'au travers de l'air contenu dans leurs pores, les parties propres du verre ou de l'eau la renvoyent, & delà vient ce grand nombre de reflexions dans les corps transparens. Les parties de ce grand fluide, que nous appellons proprement Air, ont une liberté de se mouvoir sans comparaison plûs grande, que celles d'un air enfermé & emprisonné dans de l'eau ou dans du verre. L'extrême mobilité des parties de l'air libre, & leur agitation en tout sens, nuit au mou-

vement d'un rayon de lumiere, le trouble, l'interrompt, & par consequent l'affoiblit, & diminuë sa vîtesse. L'air enfermé dans les corps transparens est moins nuisible, parce qu'il est moins mobile ; & de là il suit que de tous les corps penetrables à la lumiere, l'air libre est le plus difficilement penetrable, & que tous les autres lui donnent un passage d'autant plus aisé qu'ils contiennent moins d'air, & qu'ils sont plus denses.

Aussi le verre qui contient moins d'air que l'eau, est-il plus favorable au passage de la lumiere, & cause-t-il une plus grande refraction. L'eau boüillante qui a constamment jetté beaucoup d'air, cause une plus grande refraction que l'eau froide ; l'huile en cause une peu differente de celle du verre, parce qu'elle contient peu d'air, ainsi qu'on le voit en la mettant dans le Vuide. Il est vrai que lorsqu'on y met l'esprit de vin, il boüillonne beaucoup, & par consequent paroît contenir beaucoup d'air, & cependant il fait une refraction égale à celle de l'huile ; mais ce grand boüillonnement dure peu, & ce n'est qu'une petite quantité d'air qui se dégage promptement, & presque toute à la fois.

Pour s'assurer davantage du Systême de M. Carré, il faudroit un plus grand nombre d'experiences sur le rapport que la grandeur des refractions peut avoir, soit à la quantité d'air que contiennent les liqueurs, soit à leur poids, soit à la densité des corps solides diaphanes ; mais en attendant, c'est un préjugé en faveur de cette opinion, qu'une balle de mousquet tirée obliquement sur l'eau, paroît la penetrer en s'éloignant de la perpendiculaire. Or il est certain que l'eau plus difficile à diviser, résiste plus que l'air au mouvement de la balle. Si elle résistoit aussi davantage au mouvement d'un rayon, elle l'éloigneroit donc aussi de la perpendiculaire, & il est constant qu'elle l'en approche.



DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

MOnsieur Geoffroy revenu d'un voyage d'Italie, a fait voir des Tarentules mortes, qu'il en avoit rapportées. Cet animal est une grosse Araignée à 8 yeux, & à 8 pattes. Ce qu'il a de plus particulier, ce sont deux Trompes qu'il remuë continuellement, surtout quand il cherche à manger; ce qui donne lieu à M. Geoffroy de conjecturer que ces Trompes pourroient être des narines mobiles.

La Tarentule ne se trouve pas seulement vers Tarente d'où elle a pris son nom, ou dans la Poüille, il y en a dans plusieurs autres endroits de l'Italie, & dans l'Isle de Corse, mais celles de la Poüille sont les plus dangereuses. Il n'y a même que celles des Plaines qui le soient beaucoup, parce que l'air est plus échauffé dans les Plaines que sur les Montagnes, & enfin quelques-uns assurent que les Tarentules ne sont venimeuses que quand elles sont en chaleur. Peu de temps après qu'on a été mordu d'une Tarentule, il survient à la partie une douleur tres aiguë, & peu d'heures après un engourdissement; on tombe ensuite dans une profonde tristesse, on à peine à respirer, le poux s'affoiblit, la vûë se trouble & s'égare, enfin on perd la connoissance & le mouvement, & on meurt à moins que d'être secouru.

Le secours que la Medecine a pû imaginer par raisonnement, consiste en quelques operations sur la playe, en cordiaux, & en sudorifiques; mais un secours que le raisonnement n'eût jamais découvert, c'est la Musique, & il est beaucoup plus sûr, & plus efficace que l'autre.

Lorsqu'un homme mordu est sans mouvement & sans connoissance, un Joüeur d'instrumens essaye differens airs, & lorsqu'il a rencontré celui dont les tons & la modulation

conviennent

conviennent au malade, on voit qu'il commence à faire quelque leger mouvement, qu'il remuë d'abord les doigts en cadence, ensuite les bras & les jambes, peu à peu tout le corps, & enfin se leve sur ses pieds, & se met à danser, en augmentant toûjours d'activité & de force. Il y en a tel qui danse six heures sans se reposer. Après cela on le met au lit, & quand on le croit assés remis de sa premiere danse, on le tire du lit par le même air pour une danse nouvelle. Cet exercice dure plusieurs jours, tout au plus 6 ou 7, jusqu'à ce que le malade se trouve fatigué, & hors d'etat de danser davantage, ce qui annonce sa guerison; car tant que le venin agit sur lui, il danseroit, si on vouloit, sans aucune discontinuation, & enfin il mourroit d'épuisement de forces. Le malade qui commence à se sentir las, reprend peu à peu la connoissance & le bon sens, & revient comme d'un profond sommeil, sans se souvenir de ce qui s'est passé pendant son accès, non pas même de sa danse.

Quelquefois le malade sorti de son premier accès est entierement gueri; mais s'il ne l'est pas, il lui reste une noire mélancolie, & de l'alienation d'esprit; il fuit les hommes, & cherche l'eau; & si on ne le garde avec soin, il va se jetter dans quelque riviere, ou dans la mer. L'aversion pour le noir & pour le bleu, & au contraire l'amour du blanc, du rouge & du verre sont encore des simptômes bisarres de cette maladie.

Si l'on n'en meurt pas, l'accès revient au bout d'un an, à peu près dans le temps qu'on a été mordu, & il faut recommencer la danse. Quelques-uns ont eu ces retours reglés pendant 20 & 30 années.

Chaque malade a son air particulier & specifique, mais en general ce sont des airs d'un mouvement tres-vif.

Voilà ce qui est attesté par des personnes dignes de foi, & ce qui fut confirmé à l'Academie, non seulement par le soin que M. Geoffroy avoit eu de s'en informer en Italie, mais encore par des Lettres que lût le P. Goüye, où un P. Jesuite de Toulon mandoit qu'il avoit vû danser plusieurs jours de suite un Soldat Italien mordu d'une Tarentule.

A des faits si extraordinaires, il est bien juste qu'il s'y mêle un peu de fables, & que l'on dise, par exemple, que les malades ne le sont qu'autant que la Tarentule qui les a mordus est en vie, & que la Tarentule elle-même danse aux mêmes airs.

On peut conjecturer avec M. Geoffroy que le venin de la Tarentule cause aux nerfs une tension plus grande que celle qui leur est naturelle, & qui est proportionné à leurs fonctions. Delà vient la privation de mouvement & de connoissance. Mais en même temps cette tension égale à celle de quelques cordes d'instrument, met les nerfs à l'unisson d'un certain ton, & les oblige à fremir dès qu'ils seront ébranlés par les ondulations ou vibrations propres à ce ton particulier. Delà cette cure Musicale si étonnante. Le mouvement rendu aux nerfs par un certain mode, y rappelle les esprits qui les avoient presque entierement abandonnés. Peut-être est-il permis d'ajoûter avec quelque vrai-semblance & sur les mêmes principes à peu près, que l'aversion des malades pour certaines couleurs, vient de ce que la tension de leurs nerfs, même hors des temps de l'accès, étant toûjours differente de l'état naturel, l'ébranlement & les vibrations que ces couleurs causent aux fibres de leur cerveau, sont trop contraires à leur disposition, & y font une espece de dissonance, qui est la douleur.

II.

M. Carré a lû une Lettre écrite de Hollande, où l'on parloit d'une pierre d'Aiman, qui pese 11 onces, & leve 28 livres de fer, c'est à dire, plus de 40 fois son poids. On la vouloit vendre 5000 livres.

III.

M. Homberg a montré une petite Piramide de sel qui s'étoit formée dans une cristallisation. Elle avoit peu de hauteur par rapport à la grandeur de sa base; elle étoit creuse en dedans, & en se formant elle avoit eu sa base tournée en enhaut. M. Homberg expliqua ainsi ce fait.

D'abord il s'est formé sur la superficie de l'eau salée un petit cube de sel, c'est la figure que le sel affecte naturellement. Ce cube, quoique plus pesant que l'eau salée, n'y a point été submergé, non plus qu'une aiguille qu'on y poseroit fort delicatement, & par la même raison ; car il se fait autour de l'aiguille ainsi posée sur l'eau un petit creux rempli seulement d'air, où elle est comme dans un petit bateau, parce que le volume du petit creux & de l'aiguille ensemble est plus leger qu'un pareil volume d'eau. Il s'est formé un semblable creux autour du cube de sel, qui s'est un peu enfoncé dans l'eau sans se submerger, de sorte que sa superficie superieure moins haute que celle de l'eau est demeurée seche. Le long des quatre côtés de cette superficie seche se sont cristallisés d'autres petits cubes de sel, qui ont commencé à former un petit creux quarré, dont le premier cube faisoit le fond. Tous ces petits cubes ensemble étant plus pesant que le premier seul, & étant environnés de moins d'air à proportion, parce qu'ils joignoient le premier par leurs côtés interieurs, se sont enfoncés un peu plus dans l'eau, c'est à dire, jusqu'à la surface superieure des petits cubes qui bordoient le premier. Autour d'eux se sont encore cristallisés d'autres cubes, qui se sont enfoncés davantage dans l'eau. Ceci continuant pendant quelque temps, le quarré creux en s'élargissant s'est toûjours enfoncé de plus en plus, & a formé la piramide renversée, qui étant à la fin devenuë trop pesante, s'est précipitée au fond de l'eau, où elle a cessé de croître.

IV.

M. Lemery a dit que le 19 Juin une jeune femme de Lyon âgée de 23 ans avoit eu à sa premiere couche, à la fin du septiéme mois, trois fils & une fille, tous de 14 pouces 6 lignes pied de Roy, & qui avoient eu assés de vie pour être baptisés.

V.

On avoit demandé de Bretagne à M. Carré, pourquoi

ſur la côte Septentrionale de cette Province les marées vont toûjours en augmentant depuis Breſt juſqu'à S. Malo, où elles ſont ſi hautes dans les nouvelles & pleines Lunes, qu'elles montent juſqu'à 60 & 80 pieds; & pourquoi depuis S. Malo elles vont toûjours en diminuant le long des côtes de Normandie.

M. Carré répondit à cette queſtion par la ſeule figure des Côtes & des Détroits. La marée qui de cette grande étenduë de l'Ocean Atlantique vient ſe répandre ſur la côte Septentrionale de Bretagne, rencontre en même temps l'embouchure de la Manche, qui eſt un eſpace beaucoup plus étroit que celui d'où elle vient. Il faut donc qu'elle s'enfle à l'entrée de ce Canal, & qu'elle prenne en hauteur ce qui manque en largeur au Canal pour contenir l'eau qu'elle apporte. Enſuite le Canal ſe reſſerre davantage, & par conſequent l'eau s'éleve encore plus. La Ville de S. Malo eſt ſituée dans une eſpece d'angle rentrant que font les côtes de Bretagne & de Normandie; la marée eſt obligée de prendre la même direction que la côte Septentrionale de Bretagne, c'eſt à dire une direction Sud-Oüeſt, ayant ce cours elle va frapper directement la côte de Cornoüille en Angleterre, d'où elle eſt reflechie & repouſſée avec force préciſément dans l'encognure où eſt S. Malo. Là les eaux retenuës & comme enfermées ne peuvent que s'élever. Mais après S. Malo la marée doit trouver plus de liberté dans ſon cours le long des côtes de Normandie.

VI.

M Geoffroy s'étoit informé exactement en Italie de la maniere dont on fait l'Alun de roche aux Alumieres de Cività-vecchia. Il y a près de cette Ville des Carrieres d'une pierre griſâtre ou rouſſâtre, aſſés dure, ſemblable au Travertin. On la calcine dans des fours, enſuite on diſſout cette chaux dans de l'eau miſe ſur un grand feu, l'eau en tire tout le ſel qui eſt l'Alun, il s'en ſepare une terre inutile, & enfin on laiſſe repoſer cette eau impregnée d'un ſel,

qui pendant l'espace de plusieurs jours se cristallise de lui-même comme le Tartre autour des tonneaux, & fait ce qu'on appelle Alun de roche. Ce n'est là que l'idée generale de l'operation, mais M. Geoffroy en donna tout le détail.

On fait encore de l'Alun à la Solfatara près des Poussoles dans le Royaume de Naples. La Solfatara étoit autrefois une Montagne qui jettoit des flames, & dont il ne reste plus que des débris, & qu'une couronne ou ceinture de roches blanches, jaunâtres, seches, à demi brûlées, & calcinées, dont il sort en plusieurs endroits des fumées fort épaisses. La tradition du païs porte que le terrain qui étoit entre ces roches, & qui faisoit la cime de la Montagne, s'est abaissé jusqu'à certaine hauteur. On monte sur les roches brûlantes, pour redescendre après dans une petite plaine enfoncée, qui doit avoir été la cime. Elle est presque ovale, elle a 1246 pieds de long dans sa plus grande étenduë, & 1000 pieds de large. Le terrain de cette plaine est d'une matiere jaune & blanche, toute saline, si chaude qu'en quelques endroits on n'y peut pas longtemps souffrir la main. En Esté il s'éleve sur la surface de cette terre une fleur ou poussiere saline, que l'on n'a qu'à balayer & qu'à pousser dans des fosses remplies d'eau qui sont au bas de la plaine; après quoi pour évaporer cette eau bien chargée de sel & dépurée de la terre, il ne faut point d'autre feu que celui qui brûle sous la Montagne; on met l'eau dans des chaudieres que l'on enfonce en terre sans autre façon. Cet Alun n'est pas si estimé que celui de Cività-vecchia. Il se fait aussi du soulphre à la Solfatara, & c'est delà que le lieu a tiré son nom.

M. Geoffroy pour rendre plus complete son Histoire de l'Alun, y a joint la maniere dont on le fait en Angleterre dans les Provinces d'Yorc & de Lencastre, & en Suede.

Il paroît par toutes les préparations de l'Alun, que la même Mine qui le donne, donne communément aussi, ou peut donner le Soulphre, le Nitre, & le Vitriol. Peut-être

ces differens Mineraux ne sont-ils au fond qu'un même principe déguisé en ces quatre sels, selon qu'il a été mêlé par la nature avec certaines matieres, ou selon qu'il a été travaillé par les hommes. M. Geoffroy croît qu'il se pourroit bien faire que l'Alun d'Angleterre & de Suede participât davantage du Vitriol, & celui d'Italie du Sel marin ; ce qui seroit capable de faire varier certaines operations délicates, ou de changer l'effet de quelques remedes qui demanderoient une grande précision.

V. les M. p. 3.

MOnsieur de la Hire a donné à son ordinaire le Journal de ses Observations de 1701.

ANATOMIE.

SUR DES PIERRES DANS LES PAROIS DE LA VESSIE.

V. les M. pag. 26.

OU l'experience manque, la Medecine manque aussi. On n'imagine point ordinairement la possibilité d'un cas que l'on n'a point vû, & quand on l'imagineroit, il seroit trop temeraire d'oser se regler sur une pareille supposition. On ne connoît que trop les pierres contenuës dans la capacité de la vessie ; mais qu'il s'en puisse trouver dans sa substance, dans ses parois, entre les membranes dont elle est formée, & des pierres qui seroient dangereuses, c'est un accident inconnu jusqu'à present à la Medecine, & qui, s'il s'étoit presenté, l'auroit surprise au dépourvû, & sans défense.

Les Ureteres qui portent dans la Vessie l'urine que les Reins ont filtrée, ne traversent la vessie que fort obliquement, & ils rampent quelque temps dans son épaisseur, avant que d'aboutir à sa surface interieure. C'est par ces

deux canaux que de petites pierres qui ont commencé à se former dans les reins tombent dans la vessie, où elles continuënt à grossir. Mais M. Littre, en dissequant le corps d'un jeune homme, a vû deux pierres qui ayant percé l'uretere dans sa partie comprise entre les parois de la vessie, avoient passé par ce trou, s'étoient fait chacune un petit conduit dans la substance de la vessie, & entre ses membranes, depuis le trou jusqu'à l'endroit où elles s'étoient arrétées, & même avoient dû grossir en cet endroit, parce qu'elles étoient plus grandes que le trou par où elles avoient passé. M. Littre avoit déja trouvé cette particularité sur deux autres sujets, mais il n'avoit pû les examiner assés à loisir. L'accident n'est donc pas fort rare, & il est bon d'en être averti. Ces deux pierres avoient causé deux ulceres, l'un dans le rein où elles s'étoient formées, l'autre à l'endroit de l'uretere qu'elles avoient percé, & de tous les deux il sortoit une matiere purulente par le canal de l'Uretre.

Par la situation où sont ces sortes de pierres, il est visible qu'elles doivent moins grossir que celles qui sont contenuës dans la capacité de la vessie. Mais si elles grossissent assés pour causer de grands maux, ou si enfin elles en causent de quelque autre maniere que ce soit, quel remede y apporter ? Il semble que ce soit là un cas, où la Medecine & la Chirurgie doivent se trouver dans une entiere impuissance, & en convenir ; car d'abord on ne peut s'assurer de l'existence de ces pierres ; lorsque la sonde va frapper à nud celles qui sont dans la cavité de la vessie, on entend un son qui est un indice sûr, & qui est le seul ; mais on ne peut tirer de son de celles-ci qui sont revêtuës d'une substance molle. Et quand on pourroit s'assurer qu'elles sont là, comment les tirer ?

Cependant M. Littre persuadé avec raison qu'il est permis de risquer, à proportion de la grandeur du mal & de la difficulté d'y remedier, propose un moyen sûr de reconnoître la pierre, supposé qu'elle soit vers le col de la vessie, & il juge qu'elle y doit être communément, parce

que la contraction des fibres de cette partie se fait du fond vers le col, & chassera par consequent la pierre en ce sens-là. Quand elle est reconnuë, il faut émincer peu à peu la membrane qui la couvre, la déchirer, ou la mettre en état qu'elle se déchire d'elle-même, après quoi la pierre étant tombée dans la cavité de la vessie, on l'y laissera si elle est fort petite, comme elle doit l'être, & on l'en tirera par l'operation ordinaire quand elle sera devenuë trop grosse, ou si elle l'est déja dès le temps de sa chûte. Ce n'est-là qu'une legere idée d'une operation nouvelle & hardie, mais ingenieuse & necessaire. Y a-t-il rien de plus hardi que l'operation ordinaire de la pierre, & une moindre necessité la justifieroit-elle?

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

MOnsieur Lemery le fils a rapporté qu'à l'ouverture d'une femme hydropique âgée de 40 ans, & d'un temperament robuste, on avoit trouvé la capacité du ventre remplie d'eaux rousses & noirâtres; l'estomac descendu vers la region ombilicale, & chargé d'environ deux livres d'une chair dure, épaisse de deux doigts, cartilagineuse, glanduleuse en quelques endroits, étenduë & adherente à cette partie, la substance de l'estomac quatre fois plus épaisse qu'elle n'a coûtume d'être, & cartilagineuse en dessus, tapissée en dedans d'une matiere dure & écailleuse, sa capacite remplie d'eaux rousses, ses membranes relâchées en quelques endroits, au point qu'il s'y étoit fait un sac de la grosseur d'une pomme, rempli d'une eau claire; le foye entierement pourri, & réduit en une matiere rougeâtre, épaisse, sans fibres & sans liaison, remonté si haut qu'il étendoit & élevoit extrêmement le diaphragme, ce qui

avoit

avoit causé à la malade de grandes difficultés de respirer; les intestins endurcis & crevés en quelques endroits, de sorte que depuis quelque temps ils n'avoient pas fait leurs fonctions, & que la malade avoit eu des vomissemens continuels. Si dans un desordre si general de la machine on peut conjecturer quelle a été la premiere partie dont l'alteration a entraîné tout le reste, il est vrai-semblable que ç'a été l'estomac qui par quelque accident s'est trouvé chargé de cette chair étrangere, dont le poids & l'adherence ont empêché ses fibres de joüer assés librement.

II.

M. Mery a fait voir une Ratte humaine tres-sensiblement glanduleuse. Chaque glande avoit environ $1\frac{1}{2}$ ligne de diametre, & elles égaloient ou surpassoient celles de la Ratte d'un Bœuf, qui sont toûjours assés grosses.

III.

M. du Verney a parlé de l'Epingle qui étoit dans le bras d'un Homme fort connu par son merite, & par sa grande intelligence dans les beaux Arts. Elle étoit dans un rameau de veine qui fait la communication de deux veines plus grosses, posée de travers par rapport au vaisseau, la pointe vers le bout des doigts. Elle étoit tres-sensible & tres manifeste. Celui qui la portoit dans son bras ne se souvenoit point du tout de l'avoir avalée. On ne crut pas impossible, que pendant qu'il dormoit, elle ne se fût enfoncée insensiblement dans son bras, même avec une tête qu'elle avoit, & sans faire sortir de sang. On l'ôta en ouvrant le vaisseau.

IV.

M. Sauveur fit part à la Compagnie d'un fait que M. Forger lui avoit écrit de Brest. M. Mollart Ingenieur en chef, avoit enfermé dans un petit Microscope ordinaire un Ver de fromage pour voir ce qu'il deviendroit. Ce Ver vêcut plus de 7 mois sans prendre aucune nourriture, à moins que le peu d'air qui étoit dans le Microscope ne lui en fournît. Il remua toûjours sensiblement, sur tout quand on l'exposoit au Soleil; alors il se tournoit, & s'agitoit de

ceux manieres differentes. Enfin il mourut, & d'un jour à l'autre de blanc qu'il étoit, il devenoit rouge. Cette petite carcasse secha comme une coque de Ver à soye, & au bout de 12 jours il en sortit une Mouche aussi grosse que le Ver. Elle n'étoit point faite comme les Mouches ordinaires, mais un peu plus allongée, & de la figure de celles que l'on voit quelquefois aux environs des latrines. Elle ne prit jamais aucune substance, à moins que ce ne fût de celle de la coque dont elle étoit sortie. Elle mourut au bout de dix jours, après quoi elle secha & diminua.

V.

M. Littre ayant ouvert un homme de 60 ans mort subitement d'apoplexie, observa que le Rein gauche étoit presque entierement consumé par un abscès, & que le droit qui étoit fort sain étoit beaucoup plus gros qu'à l'ordinaire. Cette grosseur rendoit plus sensible la méchanique cachée de cette partie, & M. Littre ne manque pas de profiter de cet avantage. La superficie exterieure du rein, qui est communément lisse & unie, paroissoit toute herissée de glandes ovales, grosses comme une tête d'épingle moyenne, recouvertes de la membrane, dans chacune desquelles on observoit sensiblement 4 petits filets qui étoient selon toutes les apparences un nerf, une artere, une veine, & un conduit excrétoire. Les glandes interieures étoient de la même figure, de la même grosseur, & de la même structure, mais elles n'étoient placées que dans les intervalles des Mammelons, c'est à dire de ces caroncules qui ne sont qu'un amas de conduits excrétoires par où l'urine filtrée au travers des glandes se rend dans le Bassinet, premier reservoir commun, & delà dans l'Uretere, qui la porte enfin dans la Vessie. Ces glandes interieures se joignant plusieurs ensemble composoient un corps de figure conique, dont la base étoit tournée du côté de la superficie du rein, & la pointe du côté du bassinet. Les intervalles des Mammelons étoient exactement remplis par un de ces corps coniques, & leur nombre égaloit celui des mamme-

sons. Tous les conduits excrétoires qui partoient d'un de ces corps formé d'un assemblage de glandes, ne se terminoient pas à un seul mammelon, mais à tous ceux qui l'environnoient immediatement.

Comme les mammelons sont aussi des Cones dont les pointes regardent le Bassinet, il paroît que le Cein est composé de deux especes de Cones rangés alternativement du même sens. Les uns sont les corps glanduleux qui filtrent l'urine, les autres sont les Mammelons qui sont les premiers tuyaux où l'urine filtrée commence à couler. Ce n'est pas cependant que l'urine ne se filtre que dans ces corps formés des glandes interieures, elle se filtre aussi dans les glandes exterieures dont le nombre est sans comparaison plus grand, & comme les Mammelons reçoivent également les conduits excrétoires de ces deux sortes de glandes, ils sont beaucoup plus grands que les corps glanduleux disposés dans leurs intervalles, puisque ces corps ne sont formés que des glandes interieures.

La difference des Cones glanduleux & des Mammelons paroît aux yeux par la couleur. Les premiers sont beaucoup plus rouges, parce qu'ils reçoivent le sang dont ils separent la serosité, ou l'urine, & que d'ailleurs pour cette fonction ils ont un grand nombre de vaisseaux sanguins, au lieu que les Mammelons en ont moins, & ne reçoivent que l'urine separée. Il est évident par cette méchanique que les Cones glanduleux ne doivent pas aboutir comme les Mammelons dans la cavité du Bassinet.

M. Littre a assuré qu'il a depuis observé la même structure dans plusieurs autres Reins humains.

V I.

Il nâquit à Brest deux filles qui se tenoient par l'estomac depuis le dessous des mammelles qu'elles avoient l'une & l'autre bien formées, jusqu'à un nombril commun. Elles n'avoient entr'elles qu'un Cœur, qu'un Foye & qu'une Ratte, mais chacune deux Reins, & toutes les parties de la generation. Les têtes, les bras & les jambes étoient bien formés.

Chacune de ces filles fut baptiſée en particulier, & peu de temps aprés elles moururent toutes deux. Ce fut M. Froger qui envoya cette Obſervation à M. Sauveur. Elle fut auſſi envoyée par feu M. de Louvigni Intendant de Breſt, telle qu'elle avoit été faite par M. Salaſſe Chirurgien de cette Ville.

VII.

A peu près dans le même temps, M. Mery fit voir à la Compagnie deux petites Chattes qui s'étoient unies auſſi dans le ventre de leur mere. Elles étoient jointes depuis la tête juſqu'au nombril, & ne faiſoient dans toute cette étenduë qu'un ſeul corps, mais dans tout le reſte, ç'en étoient deux bien diſtincts & bien ſeparés. Nous n'entrerons point dans un détail plus particulier de la ſtructure de ce Monſtre; il eſt aiſé de concevoir en general que deux œufs, ou ſi l'on n'admet pas les œufs, deux petits fœtus dans leur premiere formation, ſe trouvant d'égale force, & d'ailleurs ſe rencontrant de trop près dans la matrice, peuvent s'attacher & ſe coler l'un à l'autre, après quoi les liqueurs qui doivent les nourrir & les fortifier leur étant devenuës communes, elles abandonnent entierement dans l'un ou dans l'autre certaines routes, où elles couleroient trop difficilement, ce qui fait abſolument perir certaines parties dans l'un des fœtus, & les rend uniques pour les deux, tandis que ces mêmes liqueurs coulant dans les autres parties des deux fœtus avec une égale facilité, les entretiennent toûjours doubles. Ce n'eſt que le hazard de la rencontre des fœtus, & de certaines directions de vaiſſeaux plus ou moins favorables aux cours des liqueurs, qui les détermine à quitter de certains chemins, & à en ſuivre toûjours d'autres; & comme ce hazard eſt ſuſceptible d'une infinité de combinaiſons differentes, c'eſt une choſe infinie que les Monſtres qui le ſont par quelques parties doubles.

Les deux Chattes de M. Mery étoient par un autre endroit plus dignes de l'attention & de l'étonnement des Philoſophes. Elles n'avoient qu'un Oeſophage & qu'une Tra-

ché; mais ces deux canaux s'étoient joints de maniere qu'ils n'en faisoient plus qu'un, & ce canal unique n'avoit communication qu'avec l'estomac, nullement avec les poûmons, & par consequent n'étoit qu'un simple Oesophage. Le Monstre ne pouvoit donc prendre d'air, cependant il avoit vêcu environ une heure après être sorti du ventre de la mére.

VIII.

M. Littre a fait voir les membranes qui enveloppoient un même fœtus humain dessechées. Il y en avoit trois, l'Allantoïde ou Urinaire entre le Chorion & l'Amnios. Cela confirme une conjecture qu'il a avancée, & que l'on a pû voir dans l'Hist. 1701.* * P. 22. & suiv.

XI.

M. Lemery le fils a fait l'histoire d'un homme d'Orleans âgé d'environ 45 ans, d'un temperament assés robuste, d'un poil noir, & fort velu par tout le corps, qui ayant pris pour quelque incommodité une de ces Tablettes vomitives destinées pour les Pauvres, & que l'on envoye en Canada, en fut purgé tres-violemment pendant plusieurs jours, & en souffrit une telle alteration dans son temperament, que le poil lui tomba au bout de quelques mois, & qu'ensuite de noir qu'il étoit auparavant, il devint blond. Au bout d'un an le poil ne lui étoit point encore revenu au corps, sa barbe qui étoit fort épaisse avant cet accident, l'étoit alors fort peu, & ses cheveux aussi épais qu'ils l'avoient été, étoient plus fins. Il n'étoit point encore revenu de l'extrême abattement où ce remede l'avoit jetté.

X.

A cette occasion M. Cassini dît qu'il avoit vû un Aumônier du Cardinal Caraffe, âgé de 55 ans, qui de blanc étoit redevenu noir.

XI.

Le P. Mallebranche a rapporté qu'un homme tombé en apoplexie, en avoit été tiré par plusieurs lavemens de Caffé.

XII.

M. de Vaubonnays, premier President de la Chambre des Comptes de Dauphiné, qui par le goût qu'il a pour les Sciences a voulu lier avec l'Academie une correspondance particuliere, jusqu'à offrir sa maison à tous les Academiciens qui se trouveroient à Grenoble, a pris la peine d'envoyer à la Compagnie l'Observation suivante. Une femme de qualité étant accouchée d'un garçon, la Sage-femme fut surprise de trouver dans l'arrierefaix une espece de vessie qui devoit contenir quelque chose de remarquable. Elle l'ouvrit, & y trouva un fœtus femelle qui fut jugé être de 4 ou 5 mois. Cet enfant étoit bien formé, mais mort, & il paroissoit avoir la tête écrasée. L'arrierefait qui lui appartenoit ne vint que six jours après.

M. Alson Medecin d'Avignon jugea contre le sentiment de plusieurs Physiciens qui croïent la superfétation impossible, que c'en étoit là une veritable, que l'enfant à terme avoit entraîné l'autre avec lui, & lui avoit écrasé la tête par les efforts qu'il avoit faits pour sortir, mais que la chose eût pû se passer autrement, c'est à dire, que le second enfant eût pû venir heureusement à terme 4 ou 5 mois après l'autre, car ils avoient chacun leur placenta separé, & cette espece de poche qui renfermoit le second fœtus ne tenoit point du tout au placenta du premier, quoiqu'elle fût sortie en même temps.

XIII.

La Peau est composée de trois parties differentes. La plus interieure est la peau proprement dite. A sa surface interne sont des grains glanduleux de figure ronde ou ovale, & les racines des poils. A la surface externe sont les conduits excrétoires de ces grains glanduleux, c'est à dire les tuyaux de la sueur, les poils, & une infinité de petits mammelons gros comme des têtes des plus petites épingles, & qui passent pour les organes du Toucher. Sur la peau proprement dite est étenduë la Membrane reticulai-

re, percée comme un Rets d'une infinité de petits trous au travers desquels passent les conduits excrétoires des grains glanduleux, les poils, & les mammelons du corps de la peau. La membrane reticulaire est encore couverte de l'Epiderme, ou de la surpeau, dont la surface exterieure est lisse & unie, mais l'interieure pleine d'inégalités qui forment quantité de petites loges, où sont reçûs les bouts des mammelons.

Cette structure supposée; quand on a cherché la cause de la noirceur des Mores, on a trouvé que le corps de leur peau, & leur Epiderme étoient aussi blancs que dans les autres hommes, & qu'il n'y avoit que leur membrane reticulaire qui fut noire, & que c'étoit cette couleur qui paroissoit au travers de l'Epiderme, qui est fort déliée & transparente. Le fameux M. Malpighi a crû que la noirceur de la membrane reticulaire venoit d'un suc épais & glutineux qu'elle contenoit, & qui étoit noir. M. Littre ayant eu occasion de dissequer un More, voulut éprouver si la supposition de M. Malpighi étoit vraie. Il fit infuser durant 7 jours un morceau de la peau du More dans de l'eau tiede, & un autre dans de l'esprit de vin, & ni l'un ni l'autre de ces deux puissans dissolvans ne pût tirer ce suc noir, ni en prendre aucune teinture. On voit par-là combien cette couleur noire est propre & adherente à la membrane reticulaire, puisqu'elle ne changea nullement. De plus M. Littre mit un morceau de peau dans de l'eau boüillante, & peu de temps après il s'éleva sur la superficie exterieure de cette peau quantité de bouteilles grosses comme de petits grains de chenevi, qui toutes étoient pleines d'une liqueur tres-claire & tres-liquide. Cette liqueur refroidie formoit une espece de gelée fort transparente. Il n'y a rien à tout cela qui ressemble au suc noir & glutineux, ni qui en donne le moindre indice.

M. Littre a donc crû qu'il falloit rapporter la noirceur en partie au tissu particulier de la membrane reticulaire, & en partie à l'action d'un air tres-échauffé. Cette derniere cause peut être prouvée parce que les enfans des Mo-

res naissent blancs, & ce qui la prouve peut-être encore mieux, c'est ce que M. Littre fit observer, que le bout du gland qui n'étoit pas couvert du prépuce étoit noir comme toute la peau, & que le reste qui étoit couvert etoit parfaitement blanc. On peut opposer à cela que quand les enfans mâles des Mores viennent au monde, ils ont au bout de la verge une petite tache noire, qui s'étend ensuite sur le bout du gland découvert, & même sur tout le corps, & s'étend, si l'on veut, par l'action de l'air, mais du moins n'en a pas été l'effet dans son premier commencement. Nous remarquerons en passant qu'outre cette petite tache qui n'appartient qu'aux mâles, tous les enfans Mores ont en naissant l'extremité des ongles noire.

M. Littre fit encore voir à la Compagnie que la membrane reticulaire qui en elle-même étoit noire comme du charbon de bois, ne paroissoit noire que comme de la suye, étant vûë au travers de l'Epiderme.

NOus ne parlerons dans cette Histoire,

V. les M. pag. 209. Ni du recit que fit M. du Verney le jeune de la Cure extraordinaire d'une Playe, en communiquant en même temps le Remede qui y fut employé,

V. les M. p. 215. Ni des Observations de Messieurs du Verney & Littre sur des fœtus trouvés dans les Trompes,

V. les M. p. 221. Ni de celles de M. du Verney le jeune sur l'Hydropisie,

V. les M. p. 241. Ni d'un Accouchement inoüi jusqu'à present, où M. Littre employa aussi des moyens inoüis,

Toutes ces pieces qui sont contenuës dans les Memoires ne sont point susceptibles d'Extrait, & ne demandent nul éclaircissement.

MOnsieur du Hamel continua son Histoire Anatomique sur ce qui regarde le Cerveau. Il parla des fonctions animales entant qu'elles s'y rapportent, de la generation des Esprits, & rassemblant sur ces sujets les sentimens

timens des Anciens & des modernes, il fit voir que les Modernes ont fait beaucoup plus de chemin que les Anciens, mais qu'il leur en reste encore à faire peut-être plus qu'ils n'en ont fait.

M. Mery qui avoit fait l'Anatomie du Pelican & de la Cuisse de l'Aigle, ainsi qu'on l'a pû voir dans l'Histoire de 1699*, fit la comparaison des Muscles de la Cuisse de ces deux Oiseaux, de leur disposition, de leur force, &c.

* Page 50. & 51.

Cette année M. Sabourin, Chirurgien de Geneve, ayant trouvé une nouvelle methode pour l'amputation des membres, & esperant qu'elle seroit utile pendant une Guerre qui commençoit, vint à Paris pour la faire connoître, & la proposa en pleine Academie, sans se reserver, & sans dissimuler aucune des circonstances de cette methode, & en même temps sans paroître trop présumer du succès. Tout le secret consiste à garder un peu plus bas que l'endroit où se doit faire la section, une piece de chair & de peau, dont ensuite on recouvre l'os. En moins de deux jours cette chair se réünit avec l'extremité des vaisseaux coupé, & par consequent l'on n'est obligé ni de lier avec du fil ces bouts de vaisseaux pour les fermer, ni d'y appliquer des Caustiques & des Astringens, toutes pratiques ou tres-dangereuses, ou au moins tres-incommodes. De plus, l'os si promptement recouvert ne s'exfolie point, c'est à dire, qu'il ne s'en détache point une portion plus ou moins grande qui tombe d'elle-même. Le moignon revêtu de chair n'est plus sensible & douloureux comme il étoit, on peut par consequent appuïer dessus ; il n'est point necessaire de tenir une jambe de bois toûjours étenduë, & on la peut porter comme une jambe naturelle. M. Sabourin, qui avoit déja fait une experience de cette méthode, assuroit que dans l'amputation le malade avoit perdu 3 ou 4 onces de sang, & ensuite pas une goutte. Ce morceau de chair appliqué à la partie avoit suffisamment bouché les orifices des vaisseaux, même avant que de s'y être entie-

rement collé. L'Inventeur expliqua toute la maniere du pensement qui doit être particuliere, & en fit voir les bandages, & tous les instrumens. Il s'étoit rencontré avec M. Verduin Chirurgien d'Amsterdam qui avoit eu la même pensée, quoiqu'il ne l'eût pas étenduë, comme M. Sabourin, jusqu'aux articulations, & que ses bandages fussent fort differens, & à ce qu'il paroissoit moins commodes.

L'Academie laissa voir assés de goût pour cette nouveauté ; cependant elle en revint à ce qu'elle pratique toûjours en pareille occasion ; elle suspendit son jugement, & attendit l'experience. M. Sabourin fit à la Charité une operation, dont Messieurs du Verney & Mery eurent connoissance, & dont ils rendirent compte à la Compagnie. Le malade mourut, mais on ne jugea pas que ce fût la faute de l'operation, quoiqu'il eût perdu plus de sang que par l'operation ordinaire.

CHIMIE.

SUR DES EXPERIENCES FAITES A UN MIROIR ARDENT CONVEXE.

V. les M. p. 147.

JUsqu'ici la Chimie n'a emploïé à la décomposition des Corps aucun Agent qui y fût plus propre que le feu. Le feu a été son dissolvant universel, ou presque toûjours l'ame de ses autres dissolvans, & elle n'a connu les Mixtes qu'autant qu'il en a sçû démêler la contexture & developer les Principes.

Ce n'est pas que l'on n'eût déja songé à se servir d'un autre feu sans comparaison plus agissant, c'est à dire des rayons du Soleil, reünis par le Miroir ardent ; mais on n'avoit que des Miroirs concaves & de métal qui brûloient par reflexion ; & comme il faut que le Miroir pour faire

son foyer le plus petit, & par consequent le plus vif qu'il se puisse, soit exactement parallele au disque du Soleil, les rayons qui venoient du haut en bas ne pouvoient être reflechis que de bas en haut, & les vaisseaux où l'on exposoit les matieres solides pour les fondre étans necessairement dans une situation renversée, ces matieres couloient à terre dès qu'elles sentoient le Soleil, de sorte que l'on ne pouvoit faire aucune experience suivie, ni de durée, & le Miroir ardent étoit une curiosité presque entierement inutile. Il eût fallu des Miroirs de verre convexes, qui eussent brûlé par refraction, parce qu'alors les rayons eussent toûjours été de haut en bas, & les matieres auroient eu une situation commode. Mais pour de grands foyers, tels que ceux dont on eût eu besoin, il faut de grands verres, & outre la difficulté d'en tailler de si grands, puisqu'à peine peut-on aller jusqu'à ceux des grandes Lunettes, qui n'ont que quelques pouces de diametre, il y avoit encore la difficulté de fondre une assés grosse masse de verre, sans qu'elle se cassât en sortant du four, ou en se refroidissant.

On a vû dans les Histoires de 1699*, & 1700*, que M. Tschirnaus Academicien associé avoit l'art de faire des Verres convexes de 3 ou 4 piés de diametre, ce qui est une grandeur extraordinaire, & l'on a rapporté les effets qu'il en a éprouvés. * pag. 90. * pag. 128.

Monseigneur le Duc d'Orleans a fait venir d'Allemagne un de ces grands Verres de M. Tschirnhaus, il l'a fait placer dans le Jardin du Palais Royal, & a eu la bonté d'en permettre l'usage à l'Academie, qui ne s'en servira pas avec plus d'intelligence que S. A. R.

M. Homberg qui a l'honneur d'être particulierement attaché à ce Prince, a profité du Miroir autant qu'il a été possible. On ne croiroit peut être pas que pendant tout l'Esté de cette année il n'eût eu que 8 jours pleinement favorables, & d'un Soleil bien découvert depuis 9 ou 10 heures jusqu'à 3 ou 4.

Il a commencé par mettre en experience les Métaux, & principalement l'Or.

L'Or, autant affiné qu'il le puisse être, mis au foyer, petille, & jette jusqu'à 7 & 8 pouces de distance une infinité de petites goutelettes, qui étant reçûës sur un papier, & ramassées sont une poudre d'or veritable, & dont toute l'alteration consiste dans leur division.

L'Or un peu éloigné de l'endroit précis du foyer, fume beaucoup d'abord, & presque aussi-tôt il s'en change une bonne partie en verre violet foncé, & si l'on veut, tout ce qui ne se sera pas exhalé en fumée, se vitrifiera. Le verre de l'or pese moins que l'or.

Encore plus éloigné du foyer, il ne fait que fumer, & ce qui s'en perd, se perd tres-lentement. Il se figeroit même, si l'on n'avoit soin de le rapprocher du foyer de temps en temps.

Il paroît bien d'abord par ces phenomenes que l'or n'est point fixe, puisqu'il s'envole par la chaleur du Soleil, & qu'il ne l'est que pour le feu grossier & peu actif des Laboratoires. Il paroît encore qu'il est intimement décomposé, & que ses premiers principes sont séparés, puisqu'une partie de sa substance s'évapore en fumée, & que l'autre qui doit être fort differente se vitrifie. Mais pour entendre mieux cet effet, il faut sçavoir exactement ce que c'est que la vitrification.

Le Verre est composé d'un sable tres-fin & tres-net, & de sels fixes de Plantes, que l'on a mis ensemble sur un grand feu. Ces sels violemment agités par la chaleur, & ne pouvant s'envoler à cause de leur fixité, ont penetré de toutes parts ce sable ou cette terre, & l'ont divisée & subdivisée de maniere, qu'il n'y a point eu, pour ainsi dire, deux atomes de terre qui n'aïent été séparés par un atome de sel. Delà vient en même temps & la fragilité & la transparence du verre, qui dans ses plus petites molecules est composé de parties heterogenes & dissemblables, peu liées par consequent, & dont les intervalles admettent toûjours la lumiere. Toute vitrification resulte donc d'une terre, qui exposée à une grande chaleur a été intimement penetrée par quelque fondant.

En ſuppoſant que l'Or a pour principes du Mercure, un ſouphre métallique, & une terre, tout s'explique aiſément. Le Mercure qui eſt volatil eſt ce qui s'exhale en fumée. Il reſte la terre & le ſouphre qui ſont fixes, le ſouphre eſt le fondant de la terre, & la vitrifie. Le verre de l'or peſe moins que l'or, car ce qu'il y a de plus peſant dans l'or c'eſt ſon Mercure qui n'entre pas dans la formation du verre. Mais pourquoi le Mercure qui eſt le principe le plus peſant, eſt-il volatil, tandis que les deux autres, quoique plus legers, ſont fixes? C'eſt que le Mercure n'eſt volatil qu'à cauſe de l'extrême facilité avec laquelle il ſe diviſe en parties indéfiniment petites. Ainſi l'eau plus peſante que l'air s'éleve dans l'air, quand elle eſt réduite en vapeurs.

D'autres experiences appuïent ce Syſtême. L'Argent raffiné par le plomb, étant expoſé au Soleil, il ſe forme ſur ſa ſurface une poudre aſſés épaiſſe qui ne ſe vitrifie point; mais ſi l'Argent a été raffiné par l'Antimoine, cette poudre ſe vitrifie. C'eſt que l'Argent a de lui-même trop peu de ſouphre par rapport à la quantité de ſa terre, & quand il a paſſé par l'Antimoine, il en a retenu des ſouphres qui augmentent la quantité & la force des ſiens.

Après ces explications, on ne ſera pas étonné que de l'Or qui a été fondu au Soleil, & qu'on a laiſſé figer, ſoit enſuite plus difficilement diſſous par l'Eſprit de ſel, diſſolvant ordinaire de ce métal, & ſoit diſſous ſans ébullition ſenſible. On conçoit auſſi-tôt qu'ayant été fondu au Soleil, & par conſequent infiniment diviſé dans toutes ſes petits molecules, ou atomes d'or, ces atomes, lorſque leur mouvement a ceſſé, ſe ſont rapprochés & ſerrés de plus près qu'auparavant, & par conſequent ont laiſſé entr'eux de plus petits pores, qui reçoivent plus difficilement les pointes de l'acide diſſolvant. En même temps ces pores plus petits contiennent moins de matiere aërienne & étrangere. Or l'ébullition qui ſe fait dans la diſſolution d'un métal, ne vient que de cette matiere aërienne, dont les reſſorts & les ſpires ſe dilatent lorſque ſes priſons ſont ouvertes.

M. Homberg établit que nôtre feu n'eſt qu'un mêlange

de la matiere infiniment subtile qui fait la lumiere, & de l'huile grossiere tirée du bois, ou de quelque autre matiere que ce soit qui brûle. Le feu du Soleil n'est que la matiere toute pure de la lumiere, & quelle extrême difference ne doit-il pas y avoir entre leur activité, entre leurs effets, entre une Chimie qui n'a encore emploïé que l'un, & une Chimie qui va se servir du secours de l'autre? Nous pouvons, sans trop présumer, esperer une Physique presque nouvelle, puisque nous avons une nouvelle clef pour entrer dans la composition interieure des corps.

SUR DES ANALYSES

DES PLANTES FERMENTE'ES.

Monsieur Lemery le fils ayant fini l'Analyse des Plantes antiscorbutiques qu'il avoit entreprise, & dont nous avons parlé dans les Hist. de 1700* & de 1701*, s'engagea à un nouveau travail. C'étoit de faire plusieurs Analyses de Plantes fermentées, afin de les pouvoir comparer avec celles que feu M. Bourdelin avoit faites des mêmes Plantes sans fermentation.

* pag. 60.
* pag. 72.

On écrase des Plantes, & on les laisse un certain temps dans un vaisseau bouché. Là, elles fermentent naturellement, les parties les plus legeres, les plus actives, les plus volatiles, commencent à se dégager d'avec les autres, celles qui ont un moindre degré d'activité ou de volatilité les suivent, & à la fin tout le Mixte se décompose autant qu'il le peut sans secours, & sans agent étranger. Quand on veut analyser une plante fermentée, on n'a garde d'attendre cette derniere décomposition, qui n'est que la pourriture & la corruption generale de la plante. On la prend dans les premiers temps de la fermentation; & comme les principes commencent alors à se développer d'eux mêmes, le feu qui survient ensuite ne fait qu'aider leur action naturelle, ou enfin il agit sur eux autrement que s'il les eût trou-

vés en repos, & liés les uns aux autres. Cette difference est fort sensible dans les effets. Que l'on analyse du Moust, par exemple, avant qu'il ait fermenté, on en retirera beaucoup d'huile grossiere, tres-peu d'esprit huileux & ardent, ou peut-être point du tout. Après la fermentation, c'est tout le contraire.

M. Lemery le fils commença ses Analyses des Plantes fermentées par la Scrophulaire aquatique. Quand il vint à comparer son operation avec celle qu'avoit faite M. Bourdelin sur la même Plante non fermentée, il n'y trouva que les differences que devoit produire le different état où étoit la Plante lorsqu'on l'avoit travaillée. Toutes les portions de M. Bourdelin avoient peu d'odeur, au lieu que celles de M. Lemery en avoient une de sel volatil urineux, parce que ce sel plus dégagé étoit monté d'abord & facilement, & s'étoit mêlé par tout. La Scrophulaire non fermentée avoit donné dès sa seconde portion une eau jaunâtre, & la Scrophulaire fermentée avoit conservé jusqu'à sa cinquiéme portion une assés grande limpidité, apparemment parce que dans la premiere analyse une huile grossiere étoit montée d'abord, qui ayant été brûlée par le feu avoit donné cette couleur rousse à l'eau, au lieu que dans la seconde analyse l'huile avoit été plus attenuée & plus rarefié par la fermentation précedente.

Tandis que M. Lemery avoit la Scrophulaire entre les mains, il se détourna un peu de son dessein general, pour faire l'analyse de l'Yquetaya de M. Marchand, dont nous avons parlé dans l'Hist. de 1701 *, & il ne fit pas fermenter cette plante afin de mieux comparer son operation à celle de M. Bourdelin sur la grande Scrophulaire aquatique. Les produits se trouverent de part & d'autre d'une conformité à surprendre ceux qui sçavent combien les mêmes operations varient, nouvelle preuve que l'Yquetaya & la Scrophulaire aquatique sont la même plante.

* pag. 77.

M. Lemery vint ensuite aux Poids verds, qu'il choisit des plus tendres & des plus succulents. Dès le lendemain qu'ils eurent été pilé, & mis dans la Cucurbite pour y

fermenter; ils jetterent une odeur si fade & si desagréable que l'on ne pouvoit tenir le nez dessus. Cette odeur devint moins fade & plus piquante par l'exaltation & le dégagement du sel volatil urineux qui commençoit. Les Pois furent distillés en cet état, & il n'est pas étonnant que tous les produits ou portions ayent été plus chargés de principes actifs que ne l'étoient des produits semblables & correspondans de M. Bourdelin.

L'Analyse des Roses pâles fermentées donna lieu à ces reflexions de M. Lemery. Quand les Roses sont distillées à la chaleur douce du Bain marie, leurs premieres portions ont une odeur plus agréable que quand elles sont poussées par un feu plus violent. C'est que par le Bain-marie, il ne monte que les parties huileuses les plus deliées & les plus exaltées qui font l'odeur, & un plus grand feu feroit aussi monter des acides qui la détruisent en partie. Ce que fait un feu plus violent, la fermentation le fait à l'égard des Roses distillées par un même feu. Dans les premieres portions de celles qui ont été fermentées, il monte un acide qui en rend l'odeur moins agréable, que si elles n'avoient pas été fermentées.

Quand les Roses ont fermenté peu de jours, comme avoient fait celles de M. Lemery, il vient à la fin un sel salin. Mais si elles ont fermenté long-temps, comme celles que les Registres de l'Academie rapportent qui furent une année entiere en fermentation, il vient à la fin de l'analyse au lieu d'un sel salin un sel urineux ou alcali. Les Chimistes sçavent que tout sel salin est un composé d'un acide & d'un alcali; & cela supposé, on voit qu'une longue fermentation a desuni les deux principes du sel salin, & a mis l'alcali ou urineux en état de paroître seul.

Une fermentation de 8 ans & demi où l'on trouve que l'Academie avoit laissé des Roses, produisit une espece de merveille. C'est qu'au bout de ce temps-là les Roses sentoient encore beaucoup.

Les Guignes fermentées dont M. Lemery fit aussi l'analyse, donnerent de l'huile dès leurs premieres portions,

ainsi

ainsi qu'il étoit naturel, au lieu que les Guignes non fermentées n'en avoient donné qu'à la fin, & même une huile tres-grossiere.

L'huile tirée des Plantes, quand elle est en assés grande quantité, assés déliée, & mêlée d'assés peu de flegme, est ce qu'on appelle en general Esprit ardent, parce qu'elle est inflammable, & en particulier c'est l'Eau de vie quand elle vient du vin. De quelque moyen qu'on se serve en examinant des fruits qui donnent un Esprit ardent, on ne le sçauroit tirer avant qu'ils aïent fermenté, parce que leur huile n'a pas été attenuée, & renduë plus subtile par l'action & par le choc continuel des acides degagés & mis en mouvement. L'Esprit ardent d'un fruit dépend donc d'une certaine proportion, & de quantité, & de force que les acides doivent avoir avec l'huile. De plus il faut une certaine quantité de flegme qui étende suffisamment les sels, & qui ne les affoiblisse pas trop.

Les Guignes, ni en general les autres fruits qui ont un Esprit ardent, ne l'ont ni en aussi grande quantité, ni aussi doux & aussi peu mêlé d'acreté que le raisin, soit qu'aïant autant d'huile ils n'aïent pas les autres principes dans une proportion aussi juste, soit, ce qui est du moins aussi vraisemblable, qu'ils aïent moins d'huile, ou qu'ils en aïent une plus grossiere. Quant aux Guignes, on voit en comparant les deux Analyses non fermentées du Raisin & des Guignes faites par M. Bourdelin, que le Raisin donne à peu prés deux fois plus d'huile que les Guignes, & que d'ailleurs il a plus de parties volatiles qui se manifestent dès le commencement de l'Analyse.

De la premiere portion qui vint des Guignes fermentées, M. Lemery en mît 14 $\frac{1}{2}$ onces sur un petit feu, & en tira à la maniere dont on fait l'Eau de vie 1 once 3 gros d'un Esprit ardent, un peu plus âcre que l'Eau de vie, qui prenoit feu assés facilement, & jettoit une petite flame qui duroit assés de temps.

DIVERSES OBSERVATIONS CHIMIQUES.

I.

LE Sel volatil qui se tire par la distillation, soit des Plantes, soit des Animaux, mais des Animaux en beaucoup plus grande quantité, a toûjours une odeur & un goût desagréable, qui lui ont fait donner le nom d'urineux. M. Dodart a fait observer que cependant le goût & l'odeur des chairs & des Plantes que l'on sert à table devoit venir de leur sel volatil à demi degagé par la cuisson, qu'il ne seroit point raisonnable d'attribuer l'odeur des Mets uniquement à leur huile exaltée, & de prétendre que les sels volatils qui ont tant d'action à l'égard de l'Organe du Goût, n'en eussent aucune à l'égard de l'Odorat qu'ils peuvent venir frapper de loin à la faveur de leur volatilité, qu'au pis aller il demeureroit constant que ces sels volatils seroient agréables au goût, que par consequent puisque tous ceux qui sont venus par la distillation sont desagréables, il faut que ceux qui ne l'auroient pas été par la cuisson ordinaire, aïent contracté cette mauvaise qualité par l'extraction Chimique, qu'en effet ils ne viennent qu'à un plus grand feu que quelques autres principes, & qu'apparemment ils doivent entraîner avec eux quelque portion d'huile brûlée, qui est par elle-même d'une odeur & d'une saveur desagréable, ainsi qu'il paroît par toutes les graisses mises à un grand feu. Cette reflexion de M. Dodart est plus importante qu'elle ne le paroît peut-être d'abord. Comme les sels volatils, par exemple ceux de Vipere, sont d'un grand usage dans la Medecine, il seroit à souhaiter qu'on pût leur ôter leur desagrément, & pour y travailler, il faut commencer par être convaincu qu'il ne leur est pas essentiel. On en a déja un exemple

dans un Febrifuge pour les fiévres continuës malignes, trouvé par M. Homberg, qui est un sel fixe volatilisé, absolument sans odeur, & sans saveur. Il a fait voir aussi un sel vegetal mixte volatil, qui en est entierement dénué.

II.

A cette même occasion M. Dodart a dit qu'il tenoit de feu M. Bourdelin, que des chairs boüillies en consommé, & ensuite mises à la distillation, ne rendoient pas moins de sel volatil que si elles avoient été distillées cruës. Il a ajoûté que cette observation pourroit servir à desabuser les Medecins, qui quand ils ordonnent des boüillons d'Ecrevisses, les laissent si peu cuire qu'ils ne sentent que la bourbe & le poisson cru, & rebutent bien-tôt les malades; au lieu qu'ils en useroient autant qu'on voudroit, si l'on cuisoit les Ecrevisses comme l'on fait pour les Bisques. Or, selon la remarque de M. Bourdelin, on le pourroit, & c'est une crainte frivole que celle de laisser dissiper les sels volatils.

III.

M. Geoffroy étant à Vichi & à Bourbon, en a examiné les Eaux en Chimiste. Il a trouvé que les Eaux de Bourbon, lentement évaporées, avoient sur une pinte qui pese 18432 grains, 63 grains de matiere étrangere, ou residence saline qui demeuroit au fond du vaisseau; que celles de Vichi qui sont plus pesantes devoient avoir sur la même quantité le double de matiere minerale; que dans les unes & dans les autres, cette matiere est un sel acre, lixiviel, tout pareil à celui qui se tire des Plantes, & qui par consequent fermente avec tous les acides, qu'il est mêlé de quelque portion de souphre, ce qui se reconnoît par une lueur tres-sensible & assés durable que jette cette matiere saline mise sur une pelle rouge dans un lieu obscur; que comme ce sel est en plus grande quantité dans les eaux de Vichi, elles sont plus purgatives, outre qu'elles ont aussi quelque petite portion de sel vitriolique. Du reste la nature & les effets des Eaux tant de Vichi que de Bourbon sont trop connus

& trop éprouvés pour nous y arrêter ici, quoique M. Geoffroy en ait donné une Histoire assés ample & fort exacte, que l'Academie conserve avec soin dans ses Registres. On y a vû que M. du Clos, lorsqu'il avoit examiné les Eaux de Bourbon, n'y avoit trouvé que 59 grains de matiere saline, au lieu des 63 de M. Geoffroy; ce qui vient, selon que M. Geoffroy a cru, de ce que M. du Clos avoit travaillé sur ces Eaux transportées, & de ce qu'elles avoient déposé aux parois des vaisseaux une portion de leur matiere saline en forme de tartre, comme elles font à la surface interieure de leurs Bassins & de leurs Puits.

IV.

M. Chomel qui a entrepris de faire l'Histoire des Plantes d'Auvergne, comme M. de Tournefort a fait celle des environs de Paris, n'a pas negligé de considerer quelquefois en Chimiste la même Province qu'il parcouroit principalement en Botaniste. Les Eaux minerales du Mont d'Or sont celles de toute l'Auvergne qui ont le plus de réputation. Il en a fait un plan qu'il a donné à l'Academie avec l'examen de leur nature. Il y a au Mont d'Or trois Bains dont les eaux paroissent assés semblables, soit à l'odeur, à la couleur & au goût, soit aux essais Chimiques. Leur plus grande difference sensible est dans le plus ou le moins de chaleur. Elles sont onctueuses & un peu salées, & deviennent insipides en se refroidissant. Elles ont une odeur de souphre & de bitume, & contiennent aussi un sel lixiviel & urineux. M. Chomel ayant ramassé sur le lieu toutes les Relations bien averées des guerisons que ces eaux ont faites, ou qu'elles ont manquées, trouve qu'elles ne conviennent pas aux obstructions inveterées, ni aux tumeurs squirreuses, mais à toutes les maladies qui attaquent les nerfs, & qui demandent une transpiration abondante, & des remedes spiritueux, capables de ranimer des Organes languissans & à demi morts. Il en rapporte des exemples assés étonnans, dont il y en a plusieurs qu'il a vûs lui-même. Des Aveugles ont recouvré la vûë au Mont d'Or,

Le plus grand mal est que les incommodités naturelles, & la pauvreté du lieu, rendent l'usage de ces Bains assés peu agréable.

MOnsieur Lemery a continué son Traité de l'Antimoine.

M. Boulduc a joint aux Analyses des Purgatifs violens rapportées en 1700*, & 1701*, celles de l'Ellebore blanc, & de la Scammonée*, faites dans le même esprit & sur les mêmes principes.

* pag. 46.
* pag. 58.
*V. les M. p. 193.

M. Homberg ayant commencé un Ouvrage sur la Chimie, en a consulté à l'Academie un morceau détaché, & le consulte presentement au Public. Les anciens Chimistes dont la plus grande partie ont été pour le moins un peu visionnaires, ont enveloppé cette Science d'une obscurité affectée, &, pour ainsi dire, d'une sainte horreur; le temps est venu que des Chimistes plus sensés & de meilleur foi ont dissipé ces tenebres artificielles, mais l'obscurité naturelle est demeurée du moins en partie, & c'est la plus difficile à dissiper. Comme il faut que tout aille par degrés, les principes de la Chimie moderne, quoique plus clairs & plus Physiques, n'étoient peut être pas encore assés certains, assés déterminés, assés liés entr'eux, ou avec ceux de la Physique generale, peut-être n'a-t-on pas encore pû interroger la Nature avec une assés grande adresse, ou d'assés de manieres differentes. Quoiqu'il en soit, M. Homberg a acquis par une longue suite de travaux, un grand nombre de vûës qui perfectionneront beaucoup la Chimie, si elles n'en font pas en quelque sorte une nouvelle. Il a entrepris de donner des Elemens de cette Science, & il les divise en six Chapitres, dont le premier traitera des Principes Chimiques en general, le second du Souphre, que M. Homberg reconnoît pour seul principe actif, le troisiéme du Sel, les trois autres du Mercure, de l'Eau &

V. les M. p. 33.

de la Terre. Ici, il donne le Chapitre du Sel, quoiqu'il eût dû naturellement être précedé par les deux autres que nous avons marqués ; mais ils ne se sont pas encore trouvés en état de paroître. Ils viendront les uns après les autres dans les Histoires suivantes. Les Elemens finis, le dessein de M. Homberg est de publier un Cours d'Operations.

Il donne maintenant pour échantillon de sa nouvelle Chimie, le moyen de volatiliser tous les sels fixes, & il promet celui de tirer le Mercure des Métaux. Les Chimistes sentiront bien l'importance & le prix de ces deux découvertes. Il ne sera peut-être pas inutile de remarquer que tout ce qu'il donne ici de ses Elemens de Chimie a precedé les experiences faites au Miroir ardent du Palais Royal. On s'appercevra en quelques occasions que ce Miroir n'a fait qu'exposer sensiblement à ses yeux ce qu'il avoit auparavant deviné par des operations plus communes.

Cette année M. Lemery le fils a donné au Public son *Traité des Alimens, où l'on trouve par ordre & separément la difference & le choix qu'on doit faire de chacun d'eux en particulier, les bons & les mauvais effets qu'ils peuvent produire, les principes en quoi ils abondent, le temps, l'âge & le temperament où ils conviennent.* Le dessein est si clair de lui-même, & toutes les circonstances en sont si bien expliquées dans le titre, qu'il seroit inutile d'entrer dans une plus grande discussion. Ce Livre manquoit dans la Medecine, depuis qu'elle a été éclairée d'une nouvelle Physique, & rien ne peut être plus utile à ceux qui veulent prevenir les maladies, ou qu'une santé délicate réduit à un grand choix d'Alimens, que de connoître exactement ce qui doit être changé en leur propre substance.

BOTANIQUE.

SUR LA PERPENDICULARITÉ DES TIGES PAR RAPPORT A L'HORISON.

SI l'on se souvient que la perpendicularité des Tiges des Plantes par rapport à la terre d'où elles sortent, ou, ce qui est la même chose, à l'horison, a été traité de merveille dans l'Hist. de 1700*, il sera aisé de lier à ce qui fut rapporté de M. Dodart sur ce sujet l'Observation suivante. * pag. 61.

Il vit au mois de Decembre un tas de Glands de chêne amoncelés sur terre en un endroit assés frais, mais ferme & foulé aux pieds des passans. Plusieurs de ces Glands avoient germé, & ils avoient tous germé à l'air, & sans prendre terre. Tous ces germes qui sont les racines de la plante naissante, sortoient du centre de la pointe du Gland, & ils avoient depuis 4 lignes de longueur jusqu'à 18 & 20. Enfin tous ces germes ou petites racines alloient chercher la terre; & comme il n'y en avoit aucune qui par le hazard de sa situation fût directement tourné de ce côté-là, elles faisoient toutes le détour necessaire pour y arriver par le plus court chemin, ou perpendiculairement. M. Dodart observa surtout un Gland qui avoit le centre de sa pointe tourné directement en enhaut, & au Zenith, & le germe qui en sortoit après avoir suivi cette direction dans l'étendue d'un pouce, s'étoit rabatu tout court sur lui-même pour tendre vers la terre.

Cela fit naître à M. Dodart la pensée de planter dans un pot à œillets six de ces Glands, la pointe de leur germe en enhaut le plus à-plomb qu'il seroit possible, pour voir

ce qui en arriveroit. Il le fit, & couvrit ces Glands de deux bons doigts de terre mediocrement refoulée.

Deux mois après il les déterra, & trouva que toutes ces racines avoient fait une crosse ou coude pour reprendre le bas, comme si elles avoient senti la supercherie qu'on leur avoit faite.

Selon la conjecture proposée par M. Dodart dans l'Hist. de 1700, qui est que les vapeurs de la terre raccourcissent les fibres des racines, & par là les rappellent du côté de la terre, ce fait est inexplicable, supposé que les Glands aïent été plantés bien exactement & bien geometriquement la pointe en enhaut. Car en ce cas là les vapeurs n'ayant pas eu plus de prise sur un côté ou sur une partie de la racine que sur l'autre, elles n'ont pû en raccourcir les fibres d'aucun côté, & par consequent elles ont dû laisser à la racine sa premiere direction en enhaut. Mais il y a de l'apparence que cette exactitude geometrique n'a pas été & n'a pû même être attrapée en plantant les Glands, & dès que la petite racine a été plus penchée vers la terre d'un côté que d'un autre, les vapeurs ont dû bien-tôt découvrir, pour ainsi dire, cet endroit foible, & s'y attacher pour en accourcir les fibres, & attirer par là toute la racine en embas.

OBSERVATIONS BOTANIQUES.

I.

MOnsieur Boutinaud de Perigueux envoya à l'Academie de la graine de Tournesol, qu'il disoit être un specifique excellent pour la fiévre, & pour plusieurs autres maladies. Il pretend que ce remede chasse sans violence les impuretés du sang, ou par les sueurs, ou par les vomissemens, ou par les selles, ou par les urines, ou par les crachats, qu'il guerit en peu de jours, & qu'il n'en faut que

que 20 à 30 grains le matin à jeun, de deux en deux jours, avec un bon regime.

II.

Le Frere Yon Jesuite, Apoticaire de la Mission de la Martinique, a écrit à M. Lemery qu'il y a à la Martinique deux especes de Plantes appellées Thé, & lui en a envoyé la description. La premiere croît dans des lieux pierreux, & près du rivage de la mer. La seconde ressemble beaucoup à la Caryophyllata de Marcgrave Chap. 22. p. 46. à la reseve de la fleur. Ce sont deux Arbrisseaux dont le premier a 2 pieds de haut, & le second 3 à 4. Le second Thé rend une teinture plus forte que l'autre, & il en va de même des Thé de la Chine que l'on croit venir tous d'une même Plante, ce qui fait soupçonner au Frere Yon que peut-être y a-t-il à la Chine aussi-bien qu'à la Martinique des Plantes differentes, qu'on appelle du même nom de Thé.

MOnsieur Marchand a donné la Description du *Solanum Officinarum C. Bauh.* Morelle.

Cette année M. de Tournefort revint de ce Voyage dont on a parlé dans l'Hist. de 1700*. Il avoit parcouru en herborisant les Isles de l'Archipel, les rivages du Pont Euxin, la Bithinie, le Pont, la Cappadoce, l'Armenie, la Georgie, & jusqu'à Erivan à l'entrée de la Perse, & il étoit revenu par l'Armenie, la Galatie, la Mysie, la Lydie & l'Ionie jusqu'à Smirne, où la peste qui ravageoit la Syrie & l'Egypte l'avoit obligé de s'embarquer pour France. Il rapportoit 1356 nouvelles especes de Plantes, dont la plûpart entroient sous quelqu'un des 673 genres qu'il avoit établis par ses Elemens de Botanique, & dont il a été parlé dans l'Hist. de 1700*. Il fut obligé de créer, pour ainsi dire, 25 nouveaux genres, pour les Plantes Orientales qui ne se rangeoient sous aucun des anciens. L'Academie le revit

* pag. 76.
* p. 70. & suivantes.

avec beaucoup de joye, revenu d'un voyage si penible & si perilleux, & chargé d'une si riche moisson.

Il n'avoit pas prétendu se borner aux Plantes, son dessein étoit d'embrasser tout ce qui a rapport à l'Histoire Naturelle. Il donna un échantillon de la maniere dont il l'avoit executé, en faisant à l'Academie la Description* du Labirinthe de Crete, non pas de celui qui a été si fameux dans l'Antiquité, & dont il y a long-temps qu'il ne reste rien, mais d'un autre Labirinthe qui subsiste, & qui est formé d'une infinité d'allées ou de ruës creusées sous une montagne. Les murailles en sont de roche vive, & on y voit quelques noms écrits. Mais ce qu'il y a d'étonnant, les lettres qui les composent au lieu d'être creuses, comme elles devroient l'être, n'ayant pû être formées qu'avec la pointe d'un coûteau, ou quelqu'autre instrument semblable, sont en saillie comme des bas reliefs, & excedent la superficie du rocher, qui est fort unie, quelquefois de deux lignes, quelquefois de trois. Comment expliquer ce fait, à moins que l'on ne suppose que le creux des lettres s'est rempli peu à peu d'une matiere qui sortoit de la roche, & qui en est même sortie en plus grande abondance qu'il ne falloit pour remplir ce creux? Cette matiere sera donc venuë du dedans de la pierre, & aura consolidé la playe que le coûteau y avoit faite, à peu près comme le calus qui se forme à un os rompu par le suc nourricier extravasé, remplit le vuide de la fracture, & se releve au dessus de la superficie de l'os. Cette ressemblance est d'autant plus juste que la matiere des lettres étoit blanchâtre, quoique les roches fussent grisâtres.

*V. les M. pag. 224.

Mais à ce conte les Pierres se nourriroient par un suc qui leur viendroit du dedans, & en un mot elles vegeteroient comme les Plantes, & comme les Animaux? C'est la consequence que M. Tournefort tire de ce fait extraordinaire, & elle appuie un systême qu'il avoit déja proposé, hardi & paradoxe jusqu'à present; mais ceux qui sont aujourd'hui les plus reçûs, n'ont-ils pas commencé par-là?

D'autres Observations de M. Tournefort sur certaines

Pierres, dont il est visible que ce même calus a réuni les parties separées, à la maniere de ce qui se passe dans les Animaux, confirment cette nouvelle vegetation. Sur ce fondement le paradoxe s'éleve encore plus haut. Pourquoi les Pierres ne viendroient-elles pas de semences, du moins certaines Pierres, qui ont des figures toûjours les mêmes & constantes dans les mêmes especes, comme de Volutes, d'Etoiles, &c ? Ces figures invariables ne concluent-elles par la même chose, que celles des differentes especes d'Animaux ? On ne peut supposer que ces Pierres ayant d'abord été liquides se soient ainsi formées dans des Moules, ces Moules prétendus ne se trouvent jamais, & qui seroit-ce qui auroit pris soin de les casser, pour en tirer ce qu'ils contenoient ? Ces pierres si artistement & si également façonnées sont semées çà & là dans la terre, comme de simples cailloux.

En general, toute configuration d'un corps, tant exterieure qu'interieure, affectée & déterminée dans une espece, prouve une organisation, & la prouve d'autant mieux, qu'elle est, pour ainsi dire, plus recherchée & plus composée, pourvû qu'elle ne puisse être vrai-semblablement rapportée à des causes étrangeres, & en même temps toute organisation demande une semence, un germe, un œuf, qui ait contenu tout le corps en petit, & n'ait eu besoin que de se développer. Comme il y a un grand nombre de Pierres curieuses, qui ont des configurations surprenantes & reglées, toute la question se reduit à faire voir que ces configurations n'ont pû être produites par des causes étrangeres, & c'est un détail qui, quoiqu'agréable, seroit inutile, après tout ce qu'en a dit M. de Tournefort, qui ayant fait un amas considerable de ces sortes de Pierres, a été en état de traiter la matiere à fond.

Et si quelques Pierres viennent de semence, il est presque necessaire qu'elles en viennent toutes; tel est le Genie de la Nature. Les Cailloux qui ne paroissent que des masses informes, suivront la même loi que ces Pierres curieuses qui ont beaucoup plus l'air de corps organisés.

S'il paroît difficile de concevoir qu'il y ait des vaisseaux dans des corps aussi denses que des Pierres, & que des sucs y circulent, que répondra-t-on à l'exemple incontestable de tant de bois extrêmement durs, & à celui des coquillages, ou simplement des os des Animaux ? Si l'on demande où sont les semences des Pierres, auroit on jamais découvert sans le Microscope celles des Champignons, de la Fougere, &c ?

Mais que seroit-ce si les Métaux eux-mêmes venoient de semence ? M. de Tournefort le conjecture sur quelques vegetations naturelles de Métaux qu'il a entre les mains, & qui n'ont pû se former selon l'idée ordinaire qu'on a de leur generation. Mais tout cela appartient au Memoire de l'Auteur, & demanderoit même une discussion presque infinie.

Nous pouvons seulement avancer en faveur de ce systême, qu'on ne sçauroit guere attribuer à la Nature trop d'uniformité dans les Regles generales, & trop de diversité dans les applications particulieres. Plus on étend son plan en y faisant entrer differentes combinaisons des mêmes principes, plus on est en droit de se croire dans la route de la verité. Nos yeux nous ont appris d'abord que certains Animaux jettoient des œufs hors d'eux-mêmes, & qu'il en naissoit des Animaux de la même espece ; peut-être, a-t-on dit ensuite par reflexion & par raisonnement, les Animaux qui ne jettent point d'œufs les couvent-ils en eux-mêmes, & cela est maintenant beaucoup plus que vraisemblable. Voilà donc la generation de tous les Animaux qui se fait par des œufs. Les graines des Plantes & les œufs des Animaux, c'est la même chose sous differens noms. Voilà le plan de la Nature devenu encore plus general. Il ne lui reste plus que de comprendre aussi les Fossiles, & tout Physicien doit se sentir quelque inclination à le pousser jusque-là.

GEOMETRIE.

SUR LES TANGENTES D'UN GENRE DE COURBES.

LA Geometrie ne peut avoir trop de Méthodes pour trouver les Tangentes, dont la connoiſſance eſt le premier pas qu'il faut faire dans toutes les recherches ſur les Courbes. M. Tſchirnhaus qui l'année précedente* avoit annoncé à l'Academie les fruits de ſes Etudes, en a laiſſé voir quelques-uns cette année, & a commencé par une Méthode pour les Tangentes. V. les M. p. 1. * V. l'Hiſt. de 1701. pag. 89.

Une Courbe quelconque étant donnée, on en peut toûjours faire naître une ſeconde par le moyen d'une certaine équation qu'il détermine, & il donne une formule generale pour les Tangentes de toutes les Courbes à l'infini, ainſi conſtruites, &, pour ainſi dire, élevées ſur une premiere. M. Tſchirnhaus prétend, à l'avantage de ſa Méthode, qu'elle ne ſuppoſe point le Calcul des Infiniment petits; car ce Calcul eſt ſi general & ſi commode, que c'eſt preſentement une eſpece de gloire de pouvoir s'en paſſer dans quelque recherche importante. Cependant M. Tſchirnhaus confond ici un arc infiniment petit avec ſa corde, & ne laiſſe pas de traiter ces deux grandeurs ainſi confonduës comme de veritables grandeurs, ce qui eſt entierement dans l'eſprit de la Geometrie des Infiniment petits. Il ne paroît pas qu'il doive être facile de s'en éloigner beaucoup dans les grandes découvertes.

SUR LES QUADRATURES.

MOnsieur Tschirnhaus a donné aussi un essai d'une Methode qu'il a découverte pour quarrer tous les espaces terminés par des Courbes, ou, ce qui revient au même à l'égard des Geometres, pour démontrer l'impossibilité de les quarrer. Il n'en a montré qu'un échantillon sur la quadrature de la Parabole d'Archimede, & il cache encore la Methode. Il assure que celle des Infiniment petits n'en est qu'un abregé tres-utile & tres commode, & qu'en remontant jusqu'aux premiers principes, il a trouvé que c'étoit un ruisseau dont la sienne étoit la source. De cette même source inconnuë, mais premiere & tres-abondante, coulent encore, à ce qu'il assure, une infinité de Méthodes Geometriques pour les Tangentes, pour les Rectifications, pour les Racines de toutes les Equations, &c.

SUR LA COURBE QUE DECRIVENT LES RAYONS DE LA LUMIERE.

V. les M. p. 52. & 189. C'A été un effort de la Philosophie moderne assés noble & assés heureux, que de découvrir l'erreur continuelle où nous met à l'égard des corps celestes, & plus generalement à l'égard de tous les corps elevés l'Atmosphere, qui en rompant leurs rayons nous les fait rapporter à des lieux où ils ne sont pas. Mais on ne se contente pas de s'être sauvé de cette espece d'imposture que la nature elle-même nous faisoit, on aspire à une plus grande précision de verité. On voit que la même raison, c'est à dire, la difference de densité, qui cause une premiere refraction dans le passage de l'Ether à l'Atmosphere, en doit

causer une perpetuelle dans toute l'étenduë de l'Atmosphere, qui augmente toûjours de densité à mesure qu'elle approche de la surface de la Terre. Un Rayon qui a penetré dans l'Atmosphere n'y suit donc pas une ligne droite, & il est question de sçavoir quelle Courbe il y décrit.

Pour la solution de ce Problême que M. de la Hire a entreprise, il faut d'abord ou connoître ou supposer la proportion selon laquelle l'Air est differemment comprimé à differentes hauteurs.

M. Mariotte * a trouvé par plusieurs experiences, & après lui les Physiciens ont reçû, que l'Air se comprime à proportion des poids dont il est chargé ; non que cette proportion subsiste invariablement depuis la plus grande dilatation possible de l'air jusqu'à sa plus grande compression possible, elle n'a lieu que dans les extensions moyennes, qui sont les seules dont nous puissions faire des experiences, & qui appartiennent à l'Air qui nous environne.

* Voïez ci-dessus pag. 2.

Sur ce principe, soit une toise d'Air en hauteur, dont toutes les parties ayent une égale extension, il est impossible qu'elle subsiste en cet état, parce que ses parties superieures pesent sur les inferieures, & les compriment. Il faut donc que les parties inferieures se serrent à proportion qu'elles sont plus basses, & par consequent que la toise entiere d'Air perde une certaine quantité de sa hauteur. Supposons qu'elle soit réduite à $\frac{1}{2}$ toise.

Si l'on met sur cette $\frac{1}{2}$ toise une autre portion d'Air égale & semblable en tout, qui par consequent contiendroit en hauteur une toise de parties d'Air toutes également étenduës, mais qui par son propre poids est réduite à $\frac{1}{2}$ toise, il faudra que la premiere $\frac{1}{2}$ toise chargée de celle-ci qui lui est égale en pesanteur, se reduise à la moitié de l'espace qu'elle occupoit en hauteur, c'est à dire à $\frac{1}{4}$ de toise. Pour la portion d'Air égale & superieure que l'on ne suppose chargée de rien, & qui s'est reduite par son propre poids à $\frac{1}{2}$ toise, il est visible qu'elle ne doit pas se réduire davantage. Donc les hauteurs de ces deux portions égales d'Air, à compter depuis la base de l'inferieure, sont

$\frac{1}{4}$ & $\frac{3}{4}$, c'eſt à dire 1 & 3, & leurs extenſions ne ſont que comme 1 & 2, puiſque l'une eſt une fois plus chargée que l'autre.

Mais il faut remarquer que le calcul des hauteurs qui les donne comme 1 & 3, n'eſt pas juſte. La couche ſuperieure de la premiere portion d'Air étant conçûë avec une hauteur ou profondeur ſi petite qu'on voudra, ſe réduit à la moitié de cette hauteur, ſelon nôtre ſuppoſition, lorſqu'elle eſt chargée de la ſeconde portion d'air. Mais la couche inferieure & derniere de la premiere portion, qui outre la ſeconde portion ſoûtient encore toutes les autres couches de la premiere, doit par conſequent ſe réduire à moins que la moitié de ſa hauteur. Donc dans la premiere portion d'Air la couche qui ſe réduit le moins ſe réduit à la moitié, toutes les autres ſe réduiſent davantage, & la portion d'Air entiere compoſée de toutes ces couches eſt réduite à moins que $\frac{2}{4}$, c'eſt à dire, que ſa hauteur par rapport à celle de la ſeconde portion qui eſt 3 & qui ne change point eſt moindre que 1, & enfin que ces hauteurs peuvent être comme 1 & 4, auquel cas les hauteurs ſeroient comme les quarrés des extenſions 1 & 2, dont la premiere appartient à la couche ſuperieure de la premiere portion d'Air, & la ſeconde à la couche ſuperieure de la ſeconde portion.

Ce raiſonnement n'eſt pas démonſtratif, car on y a ſuppoſé gratuitement qu'une portion d'Air ſe réduiſoit par ſon propre poids à la moitié, & que les hauteurs n'étant plus comme 1 & 3, étoient comme 1 & 4. Auſſi M. de la Hire a-t-il employé une preuve plus Geometrique, dans laquelle il fait entrer les quantités indéfiniment petites; mais nous avons ſeulement voulu faire voir à ceux qui ne ſeroient pas aſſés Geometres, qu'avec les ſeules notions Phyſiques, & en tâtonnant on trouvoit que les extenſions de l'Air à differentes hauteurs, ou ſes differentes denſités étoient à peu près comme les racines quarrées des hauteurs, ce qui eſt plus exactement determiné par la Geometrie.

Sur

Sur ce principe, & par un assés longue chaîne de propositions qu'il en faut tirer, M. de la Hire vient à découvrir enfin que toutes les lignes droites infiniment petites que décrit dans toutes les couches de l'Atmosphere conçuës comme infiniment peu profondes, un rayon qui se rompt & se détourne à chaque instant, composent par leur assemblage une Cycloïde. Il semble que cette Courbe ait une destinée particuliere pour resoudre les plus beaux Problêmes *.

* V. l'Hist. de 1699. p. 66.

Une Cycloïde est differente selon le Cercle generateur qui l'a produite, ou ce qui est la même chose, selon le diametre du Cercle generateur. Or les diametres des Cercles generateurs des Cycloïdes que décrivent les rayons dans l'Atmosphere, sont differens selon les differentes directions avec lesquelles ces rayons se presentent pour penetrer l'Atmosphere au sortir de l'Ether. Si le rayon tombant sur l'Atmosphere en est une Tangente, la Cycloïde qu'il décrit en la traversant a pour diametre de son Cercle generateur la hauteur de toute l'Atmosphere. Si le rayon est incliné à la surface de l'Atmosphere, le diametre du Cercle generateur de la Cycloïde est plus grand que la hauteur de l'Atmosphere, & il devient toûjours d'autant plus grand que le rayon est moins incliné, jusqu'à ce qu'enfin le rayon étant infiniment peu incliné à l'Atmosphere ; c'est à dire perpendiculaire, le diametre du Cercle generateur devienne infini, & la Cycloïde par consequent une simple ligne droite, ce qui revient à la regle commune ; que le Rayon perpendiculaire ne souffre point de refraction.

Tout le monde sçait qu'une Cycloïde se forme par le mouvement d'un Cercle sur une ligne droite qui devient la base de la Cycloïde. Mais si le mouvement du cercle au lieu de se faire sur une ligne droite se faisoit sur la circonference d'un autre cercle prise pour base, alors la Courbe qui se formeroit ne seroit plus une Cycloïde, mais une Epicycloïde. M. de la Hire a donné au Public en 1694 un Traité des Epicycloïdes, où il examine leur nature ; & découvre particulierement plusieurs usages qu'elles peuvent avoir

dans la Méchanique. La Courbe formée par les refractions continuelle d'un rayon n'est une Cycloïde qu'en supposant que les couches paralleles de l'Atmosphere dont chacune fait sa refraction differente soient des lignes droites, car elles sont necessairement les bases de la Cycloïde; mais comme ces couches sont réellement des Cercles à cause de la rondeur de l'Atmosphere, la Courbe de la refraction devient une Epicycloïde, ce qui cependant ne change rien aux principales proprietés.

SUR LA SECTION INDEFINIE DES ARCS CIRCULAIRES,

Et la maniere de déduire les Sinus des Arcs donnés.

V. les M. p. 288.

LA seule vûë d'un Cercle suffiroit pour faire comprendre que si l'on en veut couper un Arc quelconque en deux parties égales, il n'y a qu'à couper sa Corde en deux par une perpendiculaire, que ce sera encore la même chose si l'on veut couper en deux un des deux nouveaux Arcs égaux que l'on vient de trouver, moyennant quoi le premier Arc est coupé en quatre, & le sera en 8, en 16, &c. enfin selon tous les termes d'une progression double, tant que l'on continuëra une semblable operation.

Mais s'il falloit couper un Arc en 3, en 5, ou même en quelque nombre pair qui ne fût pas de la progression double, la même Méthode ne subsisteroit plus, parce que la Section de l'Arc n'est pareille à celle de la corde que dans le seul cas, ou la corde est coupée en deux. Ainsi l'on ne sçait communément couper un Arcle circulaire ou un Angle qu'en deux parties égales, & delà vient le fameux Probléme de la Trisection de l'Angle, dont la difficulté a été sentie par les anciens Geometres. Les Modernes le proposent d'une maniere plus generale, & l'appellent la Section in-

définie des Arcs circulaires, c'est à dire la Méthode de les couper en tel nombre de parties égales qu'on voudra. C'est le Problême que M. Bernoulli de Groningue proposa dans les Actes de Leipsik de 1700, & dont il donna deux Solutions dans les Actes de 1701. M. Bernoulli Professeur en Mathematique à Bâle & Academicien Associé, a trouvé ce Problême assés difficile pour en entreprendre aussi la Solution qu'il a envoyée à l'Academie. Il étoit d'abord une maniere generale pour trouver une corde qui soûtienne un Arc double de celui que soûtient une autre corde quelconque donnée, car la proportion des Arcs n'est pas celle des cordes, & un Arc étant double d'un autre, sa corde est moins que double de l'autre corde. De plus cette raison d'une corde à celle qui soûtient un Arc la moitié moins grand, n'est pas fixe, elle change toûjours à mesure que les Arcs doublent, & les cordes qui soûtiennent des Arcs deux fois plus grands, deviennent toûjours plus petites à proportion.

L'expression generale des Cordes qui soûtiennent des Arcs toûjours doubles d'un premier Arc quelconque étant trouvée, ce sont differentes équations où une même grandeur monte à differens degrés, mais on n'a que les cordes dont les Arcs seroient 1, 2, 4, 8, 16, &c. & pour avoir les cordes qui soûtiendroient les Arcs d'entre-deux, c'est à dire, les Arcs 3, 5, 6, 7, 9, &c. M. Bernoulli observe que dans les équations qui expriment les cordes des Arcs 1, 2, 4, 8, &c. il entre des nombres connus qui sont des termes d'une certaine progression, pris justement à la premiere, seconde, quatriéme, huitiéme place; delà il conclut que dans cette même progression des termes pris à la troisiéme, cinquiéme, sixiéme place, &c. seroient précisément les nombres qui entreroient dans les équations par lesquelles on exprimeroit les cordes des Arcs 3, 5, &c. Par ce moyen les vuides que laissoient entr'elles les cordes de la progression double se trouvent remplis, & l'on a toutes les cordes, selon la suite naturelle des nombres 1, 2, 3, &c. c'est à dire aussi les Arcs.

Nous laissons au Memoire de M. Bernoulli la maniere fine & subtile dont il a apperçû la progression des nombres connus qui entroient dans les expressions des cordes des Arcs doubles, il nous suffit d'avoir fait voir en gros quel chemin il a suivi, & comment il a profité d'une foible lumiere qu'il a entrevûë dans une si grande obscurité. Cette progression qui l'a conduit étoit assés cachée, & ne se fût pas offerte à des yeux moins clairvoyans.

M. Bernoulli ayant trouvé les Arcs par le moyen des Cordes, renverse le Problême, & cherche ensuite les Cordes, ou ce qui revient au même, les Sinus par le moyen des Arcs dont la valeur seroit donnée. Si l'on avoit en termes finis & proportionnés à la capacité de l'Esprit humain le rapport d'un Arc à sa Corde, on auroit celui du demi-cercle qui n'est qu'un Arc le plus grand de tous au diametre qui est sa corde, & par là viendroit aussi-tôt la Quadrature du Cercle inutilement cherchée depuis tant de siécles. Mais la valeur d'un Arc étant donnée, celle de sa corde ne se peut exprimer que par une suite infinie de termes, telle qu'on ne peut trouver la somme qu'ils font tous ensemble, ce qui seroit necessaire. Cette suite ou progression a cela de particulier, que tous ses termes ont alternativement les signes de plus & de moins. Ils sont produits par une operation où l'on pose d'abord plus qu'il ne faut, ce qui oblige aussi-tôt à un retranchement, mais ce retranchement est trop grand, il faut donc remettre, & on remet trop, & ainsi de suite à l'infini, sans que l'on puisse jamais ôter ou remettre ce qu'il faut précisément ; espece de Tonneau des Danaïdes pour les Geometres, si l'on peut en cette matiere se servir de comparaisons poëtiques.

Quoiqu'on ne puisse voir le bout de cette progression, il est agréable d'en voir la naissance, & il n'appartient qu'à une subtile Geometrie de la découvrir, & de la determiner. C'est ce qu'ont fait Messieurs Bernoulli, après quoi l'on n'a plus rien à desirer legitimement sur les rapports des Arcs circulaires & des Cordes.

SUR UNE NOUVELLE METHODE CONCERNANT LE CALCUL INTEGRAL.

V. les M. p. 196.

NOus avons déja dit * ce que c'est que le Calcul integral par rapport au Differentiel. Ils sont entr'eux ce que sont dans l'Algebre ordinaire la formation des Puissances & leur Resolution. Il n'y a point de Grandeur donnée, qu'il ne soit aisé d'élever à telle Puissance qu'on voudra ; mais la Puissance étant donnée toute formée, il est toûjours difficile & le plus souvent impossible de retrouver la Grandeur ou Racine dont elle a été formée originairement. De même il n'y a point de Grandeur dont on ne trouve sans peine l'Infiniment petit, ou la Differentielle ; mais quand de cette Differentielle il faut remonter à la Grandeur entiere ou integrale dont elle est Differentielle, on rencontre souvent des obstacles insurmontables, ou qui du moins n'ont pas encore été surmontés. Il y a apparence que la Geometrie seroit parfaite, & que l'on n'y desireroit plus rien, si le Calcul integral avoit la même étenduë que le Differentiel, & si l'un pouvoit en toute occasion rassembler les Touts que l'autre a sçû resoudre en leurs parties infiniment petites. Aussi les Methodes generales pour integrer sont-elles presentement l'objet des recherches & de l'ambition d'un petit nombre d'excellens Geometres.

* Hist. de 1700. pag. 100.

M. Bernoulli Professeur en Mathematique à Groningue & Academicien Associé, a communiqué à l'Academie une Méthode nouvelle pour integrer, qui, à la verité, ne comprend pas encore tout, mais qui est plus generale qu'aucune que l'on eût trouvée jusqu'ici. Elle s'étend à toutes

les Grandeurs infiniment petites dont l'expreſſion ſera rationelle, & contiendra une ſeule grandeur variable élevée à tel degré qu'on voudra, avec des grandeurs conſtantes à diſcretion. On voit que les Grandeurs irrationelles, ou incommenſurables n'y ſont point renfermées, & c'eſt preſque là le ſeul endroit qui borne cette Methode. Il ſeroit inutile d'avertir que les Grandeurs irrationelles qui en ſont excluës, ſont ſeulement celles qu'on ne peut rendre rationelles par aucun art, ni par aucune adreſſe d'Algebre.

Dans toutes les expreſſions de Grandeurs conditionnées comme M. Bernoulli les demande, il y en a d'abord une grande partie dont l'Integrale ſaute aux yeux, & la difficulté conſiſte dans un petit reſte qui ne ſe laiſſe pas integrer. Or ce ſeroit ne rien faire abſolument que de ne pas integrer le tout enſemble. Tout le ſecret de M. Bernoulli roule donc ſur ce petit reſte, & la Méthode eſt telle qu'il eſt toûjours ou integré abſolument, auquel cas on n'a plus rien à deſirer, ou changé en une ou pluſieurs Differentielles Logarithmiques.

La Courbe que l'on appelle Logarithmique eſt telle que ſes Abſciſſes étant priſes en progreſſion arithmetique, les Ordonnées correſpondantes ſont en progreſſion geometrique, & delà vient ſon nom. Elle repreſente par ſes Abſciſſes & par ſes Ordonnées une Table de Logarithmes diſpoſés, comme ils le ſont d'ordinaire, vis à vis des Nombres auſquels ils répondent, car chaque Abſciſſe de la Courbe eſt le Logarithme de ſon Ordonnée. L'Infiniment petit ou la Differentielle d'une Abſciſſe quelconque eſt une Differentielle Logarithmique, & cette Abſciſſe en eſt le Tout ou l'Integrale.

Quand la grandeur ſur laquelle M. Bernoulli opere eſt réduite à une Differentielle Logarithmique, il voit donc facilement qu'elle en eſt l'Integrale; mais pour l'avoir réellement, il faudroit avoir une Courbe Logarithmique décrite. Or cette Courbe ne ſe peut décrire que par points, & en tâtonnant, & non pas geometriquement, & par conſequent l'integration qui dépend de cette deſcription ne peut être Geometrique.

L'impossibilité de décrire la Logarithmique se réduit précisément au même point que celle de quarrer un espace Hyperbolique, & tous les Geometres conviennent qu'un Problême est résolu quand on a démontré que sa résolution dépend de la Quadrature de l'Hyperbole ou du Cercle, parce que ce sont deux Termes prescrits apparemment pour jamais à toutes nos connoissances geometriques, & que quand l'Esprit humain est allé jusque-là, on ne peut exiger de lui qu'il aille plus loin.

Il peut arriver que la Differentielle Logarithmique ne soit pas réelle, comme nous l'avons supposé jusqu'ici, mais qu'elle soit imaginaire, ou, ce qui est la même chose, qu'elle enferme contradiction, & en ce cas il est certain que cette Differentielle est comme un Estre de raison impossible, & qu'elle n'a rapport à aucune Logarithmique que l'on puisse concevoir. Mais cette même grandeur imaginaire par rapport à la Logarithmique est réelle par rapport au Cercle, & c'est la differentielle d'un Secteur circulaire, dont l'Integrale seroit ce même Secteur, & par consequent la quadrature d'un espace circulaire. On connoît, il y a déja quelque temps, dans les Equations ordinaires de l'Algebre ces changemens de l'imaginaire en réel, ou du réel en imaginaire, & ce sont là des especes de mysteres Geometriques, qui quoiqu'incontestables sont tres-obscurs, & qu'on ne retrouve que trop souvent dans une science qui devroit avoir en partage la clarté aussi bien que la certitude.

Puisqu'il ne peut y avoir de Differentielle Logarithmique qui ne soit ou [illegible], toutes les integrations qui en dépen[illegible] à la quadrature de l'Hyperbole, ou à [illegible] par consequent M. Bernoulli a pleine[illegible]oblême qu'il s'étoit proposé.

Il prouve par qu[illegible]eauté & l'étenduë de sa maniere d'int[illegible]trer dans une si profonde Geometrie, on aime mieux s'en rapporter à des préjugés, & à des autorités, recevables pourtant chez tous les

Geometres de l'Europe, nous dirons que M. Leibnitz qui travaille à un grand Ouvrage qu'il appelle la *Science de l'Infini*, avoit cherché de son côté & trouvé la Méthode d'integrer les mêmes grandeurs que M. Bernoulli, & que quand celui-ci lui manda la découverte qu'il avoit faite, M. Leibnitz lui répondit que c'étoit-là un secret qu'il avoit prétendu reserver pour sa science de l'Infini, & qui en devoit faire une des plus considerables parties. M. Leibnitz a prouvé par les Actes de Leipsik du mois de May 1702, où il a publié sa Méthode, qu'il ne se vantoit pas à faux. Elle est toute differente de celle de M. Bernoulli. Ils ne conviennent qu'en ce qu'ils ont tous deux regardé ce Problême comme une clef de la sublime Geometrie du Calcul Integral, & en ce que leurs efforts pour le résoudre ont été également heureux.

V. les M. p. 180.

MOnsieur Rolle a donné des Remarques sur les Lignes Geometriques.

Cette année M. Viviani premier Mathematicien du Grand Duc de Toscane, & l'un des huit Academiciens Associés Etrangers, envoya à l'Academie un Livre qu'il avoit fait, intitulé : *De locis solidis Aristæi senioris secunda Divinatio*, & dedié au Roi, dont il recevoit une pension. C'est un Ouvrage sur les Coniques, plein d'une profonde Geometrie, traitée à la maniere des Anciens.

ASTRONOMIE.

ASTRONOMIE.

SUR DES APPARITIONS DE COMETES.

MOnsieur Maraldi étant à Rome, employé par le Pape dans l'affaire du Calendrier, dont l'Histoire de 1700* & celle de 1701* ont parlé, observa au commencement de Mars, une grande trace de lumiere, longue de 30 degrés d'un grand cercle, & large d'un degré, qui se dégageoit du Crepuscule, & paroissoit dans la Baleine & dans l'Eridan. Il jugea que c'étoit la queuë d'une Comete, dont la tête étoit cachée dans les rayons du Soleil, & il remarqua que ce Phenomêne par sa grandeur, par sa figure, & par sa position dans le Ciel, étoit tout semblable à un autre que M. Cassini avoit observé en 1668.

V. les M. p. 107.
* pag. 114.
* pag. 107.

M. Cassini eut avis du Phenomêne nouveau, & comme il ne possede pas moins toutes les observations rapportées & repanduës dans les Livres, que celles qu'il a faites avec ses propres yeux, & que le Ciel des Anciens lui est aussi connu que le nôtre, il se souvint aussi-tôt qu'Aristote avoit parlé d'une lumiere toute semblable, qui fut appellée alors Poutre ou Sentier à cause de sa figure. La position dans le Ciel étoit la même, & pour achever la ressemblance, on crut aussi en ce temps là que c'étoit une queuë de Comete.

On avoit donc trois observations d'un Phenomêne apparemment le même, celle d'Aristote, celle de 1668, & celle de 1702. Si c'étoit, selon l'hypothêse du Retour des Cometes expliquée dans l'Hist. de 1699*, la queuë de la même Comete qui reparût, il falloit que l'intervalle de 34 ans compris entre l'observation de 1668, & celle de 1702, fût compris aussi un certain nombre de fois juste, ou à peu

* pag. 72.

près, entre l'obſervation d'Ariſtote & celle de 1668. Pour voir ce qui en étoit, M. Caſſini fut obligé de rechercher & de fixer avec tout l'art de la Chronologie, l'année où tomboit l'obſervation rapportée par Ariſtote, & cela fait, l'intervalle qui étoit entre cette année & 1668 étant diviſé par 34, donna préciſément & ſans reſte 60, nombre des revolutions de 34 ans, que la Comete devoit avoir faites depuis l'obſervation dont parle Ariſtote, juſqu'à celle de M. Caſſini en 1668.

Il eſt ſûr par ce calcul que les revolutions de cette Comete n'ont pû être plus grandes que de 34 ans, mais il n'eſt pas ſûr qu'elles n'aïent pas été plus courtes ; car qu'on les ſuppoſe, par exemple, de 17 ou de 8 $\frac{1}{2}$, ce ſera toûjours la même choſe. Il eſt vrai qu'il paroîtroit étrange qu'un Aſtre qui auroit une ſi courte revolution, & par conſequent des retours ſi frequens, fût ſi rarement apperçû ; mais Mercure dont la revolution n'eſt que de 88 jours, eſt ſi difficile à voir à cauſe du voiſinage du Soleil, & les temps où il peut être vû dépendent de circonſtances ſi particulieres, qu'il y a eu tel Aſtronome qui n'a pû une ſeule fois en toute ſa vie attraper cette Planete. Il ſe pourroit donc que la Comete, ou plutôt la Planete dont il s'agit ici, étant encore plus proche du Soleil que Mercure, ne laiſsât point voir ſa tête, que cependant elle eût une plus grande revolution, parce que ſon cercle ſeroit plus grand que celui de Mercure, & plus excentrique au Soleil, que ſa queuë ne parût que quand l'Aſtre ſeroit non ſeulement dans la partie de ſon Excentrique la plus éloignée du Soleil, mais encore dans ſon plus grand éloignement du Soleil par rapport à l'horiſon, que de plus il fût neceſſaire pour l'apparition de cette queuë, qu'elle fût dégagée tant des Crepuſcules, & des clairs de Lune que d'une certaine lumiere répanduë dans le Zodiaque, & découverte par M. Caſſini en 1683, & qu'enfin cette rencontre de tant de circonſtances que demande ce Phenomêne eût une periode de 34 ans, tandis que la Comete elle-même en auroit une plus courte.

Ni cette Comete, ni sa queuë ne purent être vûës à l'Observatoire. A Rome M. Maraldi n'en fit qu'une observation le 2 Mars, le Ciel fut couvert les jours suivans, & la nouvelle Lune vint, qui effaça le Phenomêne, s'il duroit encore. Il avoit été vû dès le 26 Fevrier à Perinaldo par M. Maraldi frere de M. Maraldi de l'Academie des Sciences, & à Bologne par M. Manfredi; mais ils ne purent le suivre que jusqu'au commencement de Mars à cause de la nouvelle Lune. Par leurs observations, le mouvement convenoit avec celui du Phenomêne de 1668.

L'incertitude où l'on pouvoit être si c'étoit une queuë de Comete, fut entierement levée dans la suite par des Lettres que M. Cassini reçût de M. le Sueur, qui avoit été envoyé par le Roi à la découverte de la Riviere de Mississipi en Amerique. Depuis le 27 Fevrier 1702 jusqu'au 1 Mars, M. le Sueur * vit tous les soirs une grosse Etoile avec une queuë, & les observations qu'il en rapportoit, quoique peu astronomiques, jointes aux circonstances du temps & du lieu où il se trouvoit, ne permirent pas de douter qu'il n'eût vû la Comete entiere, dont on n'avoit vû que la queuë en Italie.

* V. les M. pag. 123.

Le 20 Avril, près de deux mois après l'apparition de ce Phenomêne, * M. Bianchini Camerier d'honneur du Pape, habile Astronome, observa à Rome une Comete proche des Etoiles de la Fleche. Son mouvement propre étoit tres-sensible, puisqu'elle faisoit plus d'un degré d'un grand cercle en deux heures. Elle alloit contre la suite des Signes, & ce mouvement retrograde sembloit la devoir porter dans la Constellation de la Baleine.

* V. les M. p. 124.

Comme la Comete du commencement de Mars avoit dû cacher sa tête dans la Baleine, & qu'alors son mouvement étoit direct, M. Bianchini soupçonna que celle d'Avril étoit la même, qui avoit changé son mouvement direct en retrograde, à l'exemple des Planetes, & qui retournoit dans une Constellation où elle avoit déja été, ou du moins y dirigeoit son cours. Elle étoit alors dans son Perigée, & presque opposée au Soleil, & c'est effective-

ment dans ces circonstances que les Planetes superieures retrogradent. M. Maraldi observa d'abord ce Phenomêne à Naples, & continua de l'observer à Rome avec M. Bianchini jusqu'au 5 May qu'ils le perdirent de vûë. M. Maraldi détermina que la Comete avoit été à son Perigée le 19 Avril, qu'elle y avoit un mouvement d'environ 15 degrés par jour, & une Parallaxe horizontale de 13 minutes, ce qui ne la met qu'à une distance de la Terre environ 5 fois plus grande que celle de la Lune.

* V. les M. p. 117. Elle fut aussi observée à * Berlin, & M. Leibnitz en envoya les observations à l'Academie.

M. Maraldi la rapportoit à une Comete de 1664, dont le mouvement étoit conforme, & pour la vîtesse, & pour la direction.

Tandis que le Ciel a été peu observé, & que le plus souvent il ne l'a point été du tout, les Cometes ont été rares, & on n'a vû que celles qui étoient fort visibles, dont la grandeur & la figure jointes à la rareté, jettoient l'épouvante en tous lieux. Maintenant que les yeux d'un grand nombre d'habiles Astronomes sont toûjours ouverts, pour fureter, s'il est permis de le dire, dans tous les recoins du Ciel, les Cometes deviennent communes, & on se familiarise avec elles jusqu'à vouloir les traiter de Planetes. Dans ce même mois d'Avril, où l'on voyoit la seconde Comete de l'année, car plus vrai-semblablement c'en étoit une seconde, * M. de la Hire l'apperçût aussi dans le Serpentaire le 13 du mois. Il la vit pendant 11 jours, & trouva qu'elle avoit quelque rapport avec une qu'il avoit aussi observée en 1698.

* V. les M. pag. 118.

Cette Comete de 1698 est rapportée par M. Cassini à celle de 1652, & elle est, comme il a été dit dans l'Hist. de 1699 *, une des deux qu'il a reconnuës le plus sûrement pour des Cometes qui reparoissoient. Elle a donc paru selon M. Cassini en 1652 & en 1698. L'intervalle des apparitions de 1652 & de 1698 divisé par 43 mois, donne assés juste 14 revolutions. Cela paroît favorable à l'hypothêse des Retours, mais d'un autre côté il est difficile qu'en ce Siecle-ci

* pag. 74.

un Astre fasse 14 revolutions sans être apperçû, sur tout un Astre qui comme celui-là pourroit paroître pendant plus d'un mois, & qui par consequent se trouveroit souvent dégagé des Crepuscules, & des clairs de Lune.

Aussi M. Cassini qui propose l'hypothêse des Retours est-il si retenu lui-même à en faire l'application, qu'il ne la fait qu'à des Cometes dont le mouvement s'explique par des suppositions aussi simples que celui des Planetes, & qui ne demandent pas qu'on leur passe de plus grandes irrégularités. A peine leur accorde-t-il toutes celles de la Lune. Comme il n'est pas necessaire selon M. Cassini que toutes les Cometes soient des Planetes, dès qu'il y a une difficulté insurmontable contre le retour d'une Comete, il n'y a qu'à abandonner l'hypothêse.

Mais une difficulté generale que M. de la Hire propose contre le Systême, & qui sembleroit empêcher qu'aucune Comete ne fût Planete, c'est que par la disposition qu'on est obligé de donner à leur cours, elles devroient paroître d'abord aussi petites qu'elles paroissent à la fin, & s'agrandir toûjours ensuite jusqu'à leur plus grande proximité de la Terre, ou si dans les premiers commencemens qu'elles sont visibles, on ne les voyoit pas encore, faute d'y penser & de chercher, du moins seroit il impossible qu'elles ne se montrassent souvent, avant que d'avoir atteint presque toute la grandeur, & toute la clarté qu'elles doivent avoir. Mais M. de la Hire assure qu'on ne les voit jamais qu'en ce temps-là, ou à fort peu près.

Tout ce que l'on peut conclure, c'est que la nature des Cometes étant encore incertaine, il faut, s'il est possible, redoubler l'assiduité & le travail des observations, qui seules pourroient forçer la verité à paroître. Jusque là il faut que les grands genies hazardent des hypothêses, & même qu'ils s'y obstinent en quelque sorte, & ne les abandonnent pas pour de grandes difficultés. Quelles peines n'a-t-on pas dû avoir autrefois à reconnoître la Venus du soir, & la Venus du matin pour la même Etoile, & quelles objections n'a-t-on pas dû essuyer? Tout le monde sçait aussi

combien étoient terribles celles que l'on tiroit de cette même Venus contre le Systême de Copernic.

SUR L'ASTROLABE.

* P. 97. & suiv.

IL a été dit dans l'Hist. de 1701*, que pour trouver le point de vûë d'où la Projection du Globe est la plus reguliere, & d'où les representations de parties égales sont les plus égales qu'il se puisse, M. de la Hire plaçoit l'œil à l'extremité du diametre d'un grand cercle allongé de 70 parties à peu près, s'il en avoit 200. De ce point une ligne tirée au milieu du quart de cercle, passe précisément par le milieu du rayon qui lui répond, cela est démontré geometriquement, & puisque de cette maniere les deux moitiés égales du quart de cercle répondent si juste aux deux moitiés égales du rayon, il n'est pas possible que les autres parties égales du quart de cercle répondent à des parties fort inégales du rayon. Il y a encore plus. L'experience & la pratique ont confirmé cette pensé, & M. de la Hire a fait executer par cette méthode des Planispheres ou des Astrolabes tres-commodes & tres exacts.

Mais comme il n'étoit pas absolument démontré que le point de vûë d'où les divisions de la moitié du quart de cercle, & de la moitié du rayon sont égales, fût celui d'où les autres divisions sont les plus égales qu'il se puisse, M. Parent a cherché en general quel est ce point, & s'il n'y en a pas quelqu'un d'où les divisions des autres parties soient moins inégales, quoique celles des moitiés ne soient pas égales.

La solution de ce Problême a demandé le secours de la Geometrie des Infiniment petits. M. Parent divise en arcs infiniment petits & égaux entr'eux le cercle dont il s'agit, ensuite supposant que le point qu'il cherche sur le diametre prolongé est trouvé, il tire de ce point à tous les arcs des lignes qui marquent sur un diametre qu'elles rencontrent perpendiculaire à celui qui passe par l'œil les repre-

ſentations des arcs égaux. Ces repreſentations ſont des parties infiniment petites du diametre. Elles doivent être les plus égales entr'elles qu'il ſoit poſſible, donc les differences des unes aux autres, qui ſont des infiniment petits du ſecond genre, étant priſes toutes enſemble, doivent faire une plus petite ſomme que celle des differences des parties de ce même diametre diviſées par rapport à quelque autre point que ce pût être. Or la Geometrie des Infiniment petits a des Méthodes pour trouver l'expreſſion des parties infiniment petites du diametre diviſées par rapport à un point exterieur, la ſomme de toutes leurs differences, & l'expreſſion particuliere de cette ſomme lorſqu'elle eſt la plus petite qu'il ſe puiſſe, & c'eſt dans cette derniere expreſſion qu'eſt renfermée la grandeur de la diſtance où doit être à l'égard du cercle le point de diviſion, c'eſt à dire, la quantité dont il faut prolonger un diametre pour y placer l'œil. M. Parent trouve par là que le diametre ſuppoſé de 20 parties doit être prolongé de 59 $\frac{1}{1}$ à tres-peu près, au lieu que M. de la Hire le prolongeoit environ de 70; car ces nombres viennent par des équations d'Algebre, qui le plus ſouvent ne donnent pas des nombres juſtes, & rationels.

M. Parent s'eſt contenté de trouver par ſa Méthode le point, d'où un diametre étant diviſé, les inégalités ou differences de toutes ſes parties priſes enſemble font la moindre quantité qu'il ſe puiſſe. Il eſt donc ſûr que des inégalités de toute autre diviſion il reſultera une plus grande ſomme. Mais il ſeroit encore à deſirer que la démonſtration s'étendît à prouver que cette ſomme d'inégalités, la moindre de toutes, eſt diſtribuée entre toutes les parties dont elle reſulte, le plus également qu'i ſe puiſſe; car ce n'eſt préciſément que cette condition qui rend les parties les plus égales entr'elles qu'elles le puiſſent être, & il ſeroit poſſible que des grandeurs dont la ſomme des differences ſeroit moindre, fuſſent cependant plus inégales entr'elles, parce que cette ſomme totale ſeroit répanduë plus inégalement. Il eſt vrai que dans le cas preſent toutes les

apparences sont que cette moindre somme de differences est aussi partagée le plus egalement ; mais la Geometrie n'admet pas les plus fortes apparences, & le Problême ne sera pleinement résolu, que quand ce point aura sa resolution particuliere. En fait de Problêmes difficiles, il ne faut pas être étonné que tout ne vienne pas à la fois.

Par la même Méthode, & avec la même restriction M. Parent a trouvé le point où doit être placé l'œil pour voir les Zones égales d'un Hemisphere les plus égales qu'il se puisse, par exemple, les Zones d'un Hemisphere de la Terre partagé de 10 en 10 degrés. Ce point est à l'extremité d'un diametre de 200 parties, qui est l'axe des Zones, prolongé de $110\frac{1}{2}$.

Les points de vûë changent donc selon les grandeurs, ou plutôt selon les figures dont on veut avoir les representations les plus ressemblantes, & comme on represente dans un Astrolabe des Cercles, des Zones circulaires, des Constellations, il faut voir quelles sont les figures que l'on veut principalement conserver, & choisir son point de vûë par rapport à elles, ou si l'on veut les traiter toutes également, il faut prendre un point moyen entre les differens points de vûë que chacune demanderoit.

DIVERSES OBSERVATIONS

ASTRONOMIQUES.

I.

V. les M. p. 7.

[...]ssieurs Cassini ont donné plusieurs comparaisons [...]'Eclipses de Satellites, & des observations Astro[...]es envoyées par leurs correspondans, d'où ils ont [...] Longitudes de lieux.

I I.

V. les M. p. 137. 143. 145.

Ils ont suivi, aussi bien que M. de la Hire, les Taches qui

qui ont paru cette année dans le Soleil, comme il y en avoit paru les deux années precedentes. Ces dernieres observations ont confirmé la révolution de 27 jours 12 heures & quelque 20 ou 30′ assignée au mouvement des Taches, ou plutôt à celui du Soleil sur son axe. Diverses apparitions entre lesquelles cette révolution n'est pas comprise un certain nombre de fois juste, ne peuvent guere être les apparitions d'une même Tache, & l'on a reconnu par là qu'il en avoit paru trois differentes cette année. L'une d'elles eut cela de singulier qu'elle disparut peu à peu en diminuant non de grandeur, mais d'obscurité; elle paroissoit toûjours également grande, mais si claire qu'à la fin on ne la distingua plus sur le disque du Soleil. Ce Phenomêne peut convenir à une des masses flotantes du Systême de M. de la Hire *, qui s'étant élevée d'abord au dessus de la surface du fluide, s'y enfonceroit ensuite peu à peu, & paroîtroit plus claire à mesure qu'elle seroit couverte d'une plus grande hauteur de ce fluide lumineux. Il seroit peut-être aussi naturel que ce fût une generation nouvelle, une espece d'écume toûjours minée en dessous & selon sa profondeur par l'action du liquide. Du reste, tout ce qui regardoit la position des Taches par rapport à l'Equateur & aux Poles du Soleil, fut exactement déterminé par Messieurs Cassini suivant la Theorie du mouvement du Soleil sur son axe rapporté dans l'Hist. de 1701 *.

* V. l'Hist. de 1700. pag. 118.

* P. 101. & suiv.

III.

M. de Plantade de Montpellier écrivit à M. Cassini le fils, que le 14 Janvier à 1 heure & quelques minutes après minuit, il avoit vû la fin d'une Eclipse de Lune causée seulement par le penombre de la Terre, & que M. Clapiers l'avoit aussi observée.

En supposant le Soleil infiniment éloigné, deux rayons tirés de son centre aux deux extremités du diametre de la Terre sont paralleles, parce qu'ils viennent du même point; & ils déterminent au delà de la Terre une étenduë egale en largeur à ce diametre de la Terre, & dans laquelle il n'y

a aucuns rayons partis du centre du Soleil. Il en va de même de deux rayons tirés d'une des extremités du Soleil, ils sont paralleles, & déterminent un espace égal au premier dans lequel il n'arrive aucuns rayons partis de cette extremité du Soleil. C'est encore la même chose pour deux rayons tirés de l'extremité diametralement opposée. Ces rayons tirés de trois points differens, & non paralleles quand on compare ensemble ceux qui viennent de ces differens points, se croisent à une certaine distance de la Terre, & depuis la Terre jusque-là c'est un espace où il n'entre aucun rayon d'aucun point du Soleil ; mais aux deux côtés de cet espace, la position des rayons détermine deux autres espaces, où il n'entre des rayons que de l'une ou de l'autre extremité du Soleil. L'espace entierement privé de lumiere est la vraie ombre de la Terre, les deux autres qui ne sont qu'à demi obscurs sont la Penombre, & le mouvement de la Lune peut aisément être tel qu'elle ne rencontrera que cette Penombre, qui ne lui fera que l'effet d'un nuage peu épais.

IV.

V. les M. p. 141.

M. de la Hire observa un jour avant le lever du Soleil, & même quelque temps après, une espece de colonne de lumiere perpendiculaire à l'horison, haute de 9 ou 10 degrés, égale partout en largeur au diametre du Soleil dont elle sembloit sortir. M. Cassini avoit deja observé deux Phenomenes pareils, & on verra la cause que M. de la Hire en a imaginée.

V.

M. de la Hire le fils qui publie à la fin de chaque année des Ephemerides pour l'année suivante ayant remarqué que la position qu'il donnoit à Venus vers la fin du mois d'Avril 1701, differoit d'un degré de celle que lui donnoient les Ephemerides de M. Mezzavacca, & que ni dans les unes ni dans les autres cette difference ne pouvoit venir d'une erreur de calcul, il consulta le Ciel le plutôt qu'il fut

possible, & ne pût avoir deux bonnes observations de Venus à son passage au Meridien que le 4 & le 6 Mai. Alors les Ephemerides de M. Mezzavacca & les siennes differoient encore d'un demi degré. Toutes les corrections & les reductions necessaires étant faites, il trouva que le 4 May à $10^h 8' 18'' \frac{1}{2}$ du matin de temps vrai ou apparent lorsque Venus passa au Meridien, sa longitude étoit à $15^\circ 0' 43''$ d'Aries, & sa latitude de $2^\circ 8' 16''$ Septentrionale, & que le 6 May à $10^h 1' 31''$ du même temps, sa longitude étoit à $15^\circ 3' 52''$ d'Aries, & sa latitude de $2^\circ 42' 15''$. Or ayant calculé par les Tables de M de la Hire son pere les mêmes lieux qu'il avoit par observation, il trouva que selon ces Tables la longitude du 4 May devoit être à $15^\circ 0' 47''$, & la latitude de $2^\circ 8' 7''$, que la longitude du 6 May étoit à $15^\circ 4' 28''$, & la latitude de $2^\circ 42' 12''$. De si petites differences entre les Tables de M. de la Hire & le Ciel marquoient que celles dont M. Mezzavacca s'étoit servi n'étoient pas aussi justes. M. de la Hire le fils n'avoit pas donné lui même dans les Ephemerides de 1702 les deux positions du 4 & du 6 May précisément telles qu'on vient de les rapporter ici, parce qu'il ne les avoit pas calculées exprès pour ces deux temps. La maniere de faire des Ephemerides est de calculer dans toute la précision possible certains points principaux d'espace en espace, après quoi on remplit les intervalles par des parties proportionnelles des nombres qu'on a fixés aux extremités, ce qui ne donne pas les positions des entre-deux dans la derniere justesse.

LEs Tables Astronomiques de M. de la Hire que l'on attendoit dans tous les lieux où il y a des Astronomes, parurent enfin sous ce Titre, *Tabulæ Astronomicæ Ludovici Magni jussu & munificentia exaratæ, &c.* C'étoit un devoir que de les adresser au Roy, qui a sans comparaison plus contribué au progrès de l'Astronomie, que n'avoit fait l'Empereur Rodolphe dont les Tables de Kepler portent le nom, & même plus que le Roy Alphonse de

Castille, quoique grand Astronome, & Auteur des Tables Alphonsines.

L'Observatoire où l'on a menagé tous les avantages & toutes les commodités que des Astronomes pouvoient desirer, des Instrumens plus grands, plus exacts, mieux travailles que l'on n'en avoit jamais vû, des Lunettes excellentes, & qui font voir les Etoiles & les Planetes avec le Soleil dans le Meridien même, l'application des Lunettes aux Quarts de cercle au lieu des anciennes Pinnules qui ne pouvoient donner dans les objets des point uniques & précis, les Micrometres qui mesurent juste de petits espaces qui ne se mesuroient point auparavant, les Pendules à secondes, qui souvent ne s'égarent pas d'une seconde en huit jours, un grand nombre de Methodes & de Pratiques nouvelles, tout cela a dû porter & a porté effectivement l'Astronomie à une perfection jusqu'à present inconnuë.

Mais il faut avoüer aussi que tant d'observations si exactes ont produit une espece d'inconvenient. Plus on a connu les Planetes, plus on a vû la difficulté de reduire leur cours à une hypothêse, & de supposer quelque Courbe reguliere qu'elles décrivissent, ce qui seroit extrêmement commode pour calculer leurs mouvemens, puisque quelques positions observées donneroient aussi-tôt tout le reste. Trop de connoissance des Astres a trop découvert leurs irrégularités. Ce n'est pas cependant qu'on ne puisse legitimement supposer quelque Courbe, qui s'écartera peu de leur mouvement veritable ; mais enfin M. de la Hire a jugé qu'il étoit plus sûr de ne se fier à aucune hypothêse, & de n'en croire que ses propres yeux, c'est à dire, de ne calculer les mouvemens des Planetes avec toutes leurs irrégularités que par des observations immédiates.

Il est vrai que ces observations en doivent être & plus exactes, & en plus grand nombre, & que par cette voie le travail redouble ; mais les hommes ne sont pas en droit de prescrire des regles à ce qui n'en a pas reçû de la Nature, & s'ils la veulent connoître, il faut qu'ils aillent la prendre chez elle, & non pas dans leurs idées.

La Lune eſt le plus grand exemple des irrégularités des Planetes. Si l'on cherche dans des Tables quel eſt le lieu du Zodiaque en longitude où elle doit être pour un certain temps donné, on trouve d'abord le lieu où elle ſeroit, ſuppoſé qu'elle eût un mouvement égal & uniforme qu'on appelle *moyen*, & qui eſt tantôt plus prompt, tantôt plus lent que le mouvement veritable. Enſuite pour avoir le lieu où la met le mouvement *veritable* qui eſt auſſi l'*apparent*, il faut trouver dans une autre Table à quelle diſtance elle eſt de ſon Apogée, car ſelon cette diſtance la difference eſt plus ou moins grande entre le mouvement moyen & le veritable, ou entre les deux lieux qui y répondent.

Le lieu veritable trouvé ne l'eſt pas encore, il varie ſelon que la Lune eſt plus ou moins éloignée tant du Soleil que de l'Apogée du Soleil, & cette variation a rapport en même temps à ces deux differentes diſtances, de ſorte qu'il faut les conſiderer toutes deux enſemble, & combinées l'une avec l'autre, comme on les voit dans une Table à part. Alors on a par cette même Table la correction qu'il faut faire au lieu veritable de la Lune qu'on avoit trouvé d'abord.

Ce lieu ainſi corrigé n'eſt point encore le veritable lieu, à moins que la Lune ne ſoit dans la Conjonction, ou dans l'Oppoſition ; hors de là il faut ajoûter une correction, qui dépend de deux choſes priſes enſemble, & comparées, de la diſtance où la Lune *corrigée* eſt à l'égard du Soleil, & de celle où elle eſt à l'égard de ſon propre Apogée, car cette derniere diſtance a changé par la premiere correction. Après tant de comparaiſons differentes, tant d'operations incertaines, pour ainſi dire, & flotantes, vient enfin le veritable lieu où l'on doit fixer la Lune pour l'inſtant propoſé.

Ce n'eſt pas cependant que toutes ces corrections & tous ces raffinemens produiſent une grande difference dans le lieu de la Lune, cela ne va quelquefois qu'à peu de minutes ; mais c'eſt ce peu de minutes qui fait toute la préciſion, & toute la ſûreté de l'Aſtronomie moderne, & ſon plus grand avantage ſur l'ancienne.

Il eſt aiſé de juger quelle ſuite d'obſervations a été neceſſaire pour découvrir toutes ces biſarreries. Il n'a pas ſuffi d'obſerver tous les écarts de la Planete, il a falu trouver à quoi chaque écart ſe rapportoit, & ſe proportionnoit. Car on vient de voir qu'il y en a tel qui eſt plus ou moins grand ſelon que la Lune eſt éloignée du Soleil, tel autre ſelon qu'elle l'eſt de l'Apogée du Soleil, ou du ſien propre, & ces ſortes de liaiſons & de dependances ont été d'autant plus difficiles à appercevoir qu'elles ont été moins naturelles, & qu'il a fallu les chercher plus loin. Chaque écart de la Planete pris en particulier, n'eſt un écart que par rapport au cours total, en lui même il eſt la ſuite & l'effet d'une certaine Regle, & le cours total n'eſt irregulier que parce qu'il eſt composé de pluſieurs Regles differentes qui n'ont point de rapport enſemble, & qui n'en peuvent faire une generale. Mais quel a dû être le travail qui a démêlé toutes ces Regles particulieres?

Les autres Planetes ſont moins irrégulieres que la Lune, du moins à l'égard des Aſtronomes, car les Phyſiciens peuvent tres-legitimement conjecturer qu'elles le ſont autant, & que c'eſt ſeulement une plus grande diſtance qui ſauve leurs biſarreries. A ce conte, peut-être auſſi les petites regularités particulieres du cours de la Lune, ne ſont pas tout à fait ce qu'elles nous paroiſſent, & l'éloignement nous impoſe encore.

Une ſuite de plus de 20 années d'obſervations continuelles a mis M. de la Hire en état de donner des Tables de toutes les Planetes. Celles qu'il avoit publiées 16 ans auparavant ne regardoient preſque que les Eclipſes de Soleil & de Lune, & il s'eſt apperçû depuis des corrections qui y étoient neceſſaires. Il a joint à ſes Tables, & à l'explication de leur uſage, une ample & exacte deſcription de tous les Inſtrumens & des Pratiques de l'Aſtronomie moderne, de ſorte qu'il donne au Public non ſeulement le fruit de ſes longs travaux, mais la maniere de travailler avec le même ſuccès.

MOnsieur le Févre, Astronome de l'Academie, ayant cessé pendant plus de deux mois de venir aux Assemblées, sans avoir de congé du Roy, M. le Comte de Pontchartrain déclara que par l'art. 19 du Reglement sa place de Pensionnaire étoit vacante. Elle fut remplie par M. Maraldi, qui étoit à Rome où le Pape lui avoit fait l'honneur de le retenir pour l'affaire du Calendrier, & d'ordonner qu'il eût entrée dans les Congregations qui se tenoient sur ce sujet. La place de Geometre associé qu'avoit M. Maraldi fut remplie par M. Carré, & M. Varignon qui par la promotion de M. Carré venoit à manquer d'Eleve, nomma M. Guinée.

Presque dans le même temps M. Cassini apprit à la Compagnie que M. Monti son Eleve, qui étoit en Italie, n'avoit pas dessein de revenir, & il nomma en sa place M Delisle connu par diverses Cartes de Geographie, & surtout par ses Globes qui parurent en 1700, & qui sont les premiers où les observations de l'Academie aïent été emploïées. Outre plusieurs corrections importantes, ils ont encore cela de particulier, que dans le Terrestre les Itineraires sont conciliés avec les observations qui paroissoient y être entierement opposées, & que dans le Celeste M. Delisle prétend être le premier qui ait marqué les Constellations conformément à l'énoncé des Astronomes.

GEOGRAPHIE.

SUR LE RAPPORT DES MESURES ITINERAIRES ANCIENNES AVEC LES MODERNES.

V. les M. pag. 15.

LEs Obſervations & les faits deviennent, ſelon qu'on ſçait les mettre en œuvre, des ſources plus ou moins fecondes de reflexions & de découvertes. Après toutes les utilités* que M. Caſſini avoit tirées de ſon grand travail de la prolongation de la Meridienne, il y en trouva encore une qui n'étoit pas moins importante pour le rapport de la Geographie Ancienne à la Moderne, que les autres l'étoient ou pour l'Aſtronomie, ou pour la Geographie en elle-même.

*V. l'Hiſt. de 1700. pag. 120. & l'Hiſt. de 1701. pag. 96.

La meſure de la diſtance de Narbonne à Nîmes avoit été compriſe dans l'Ouvrage de la Meridienne. Cette diſtance étoit de 67500 toiſes de Paris. D'un autre côté Strabon a donné auſſi la diſtance de ces deux Villes, & il la met de 88 milles, d'où il eſt aiſé de conclure qu'un mille ancien vaut 767 toiſes de Paris. D'ailleurs comme on ſçait que le mille étoit de 500 pieds, on trouve encore que le pied ancien étoit égal à 11 pouces & $\frac{1}{25}$ du pied de Paris. Surquoi il eſt fort à remarquer que le pied Romain d'aujourd'hui ayant la même proportion à celui de Paris, il doit par conſequent être égal à l'ancien, & s'être maintenu ſans changement pendant un ſi long eſpace de temps.

Pour verifier encore ce rapport des anciennes meſures aux modernes, M. Caſſini a comparé la diſtance de 25 milles poſée entre Bologne & Modene par l'Itineraire d'Antonin, & par la Table de Peutinger, avec celle que les

les P. P. Riccioli & Grimaldi & lui-même y ont trouvée, qui vaut 19147 toises de Paris. Or 19147 divisé par 25 donne 766 toises de Paris pour Mille, c'est à dire une toise de moins seulement que ce qui a resulté des mesures de la distance de Narbonne & de Nîmes.

M. Cassini encouragé en quelque sorte par ce succès, a poursuivi sa recherche sur des Monumens, qui ont été egalement mesurés, & par les Anciens & par nous. Telles sont les Piramides d'Egypte. Herodote, Strabon, Diodore rapportent les dimensions de la plus grande. Plusieurs Modernes l'ont mesurée aussi, & apparemment un des plus exacts aura été M. Chazelles qui a couru toute la Mediterranée, non pas comme un simple voyageur, mais comme un habile Mathematicien choisi & envoyé par le Roy pour amasser des observations qui servissent à de nouvelles Cartes Hidrographiques. Mais la justesse des mesures de M. Chazelles ne sert pas de beaucoup pour retrouver les anciennes, parce que les Auteurs que nous avons cités évaluënt differemment en stades la grande Piramide, & par consequent la grandeur du stade ayant apparemment varié parmi eux, comme la lieuë parmi nous, on ne peut conclure certainement ce que c'étoit. Les Milles paroissent avoir été plus constans & plus uniformes chez les Romains, puisque les distances de Narbonne & de Nîmes, de Bologne & de Modene, exprimées en Milles par differens Auteurs, donnent toutes deux la même valeur à un Mille reduit à nos toises.

Ces exemples suffisent pour faire juger de l'idée & de la méthode de M. Cassini. Les mesures Itineraires des Anciens une fois retrouvées répandroient une grande lumiere dans leur Geographie, & dans les comparaisons que nous sommes quelquefois obligés d'en faire avec la nôtre. Les fondemens que M. Cassini nous donne ici pour établir cette connoissance, sont d'autant plus précieux qu'il est plus difficile d'en avoir de pareils. Il faut des termes constamment les mêmes, dont la distance nous ait été donnée par les Auteurs anciens, & ait été mesurée exacte-

ment & geometriquement par nous. Ces conditions ne se retrouveront pas souvent ensemble.

SUR LA MESURE DE LA TERRE FAITE PAR SNELLIUS.

V. les M. p. 60.

AU retour du voyage fait pour la prolongation de la Meridienne, M. Cassini le fils voulut comparer à la Mesure de la Terre qu'on venoit de trouver, celle qui avoit été déterminée vers le commencement du dix-septiéme Siecle par Snellius Mathematicien Hollandois. Comme il avoit employé, aussi-bien que M. Cassini, la méthode des Triangles, cette conformité invitoit à faire la comparaison; mais, ce qui étoit beaucoup plus fort, M. Cassini le fils avoit été en Hollande, & avoit pris exactement la latitude des même Villes dont Snellius avoit mesuré la distance par ses Triangles, de sorte qu'il avoit fait par lui-même une partie du travail de Snellius, & se trouvoit par-là plus en état de verifier le reste.

Par la mesure de Snellius, la valeur d'un degré étoit de 55021 toises de Paris, beaucoup plus petite que les 57060 toises déterminées par l'Academie. M. Cassini le fils qui avoit par ses observations les latitudes de Rotterdam & d'Alcmaër, & par consequent l'arc du Meridien compris entre leurs Paralleles, se servit des mêmes angles que Snellius avoit observés pour former ses Triangles, & trouver la distance des Paralleles de ces deux Villes, & par là il arriva à une valeur de 58245 toises de Paris, pour un degré, ce qui surpassoit de beaucoup non seulement la valeur assignée par Snellius à un degré, mais encore celle de l'Academie.

L'envie de démêler d'où pouvoit venir une difference si exorbitante, l'engagea à calculer les mêmes Triangles que Snellius avoit calculés, & il y a trouvé quelque erreur

assés considerable, qui peut avoir jetté Snellius lóin du but. Les plus grands Geometres y sont sujets dans de longs calculs, principalement s'ils sont seuls à les faire, & s'ils ne les verifient pas par differentes voïes. Aucun Ouvrage de Geometrie ou d'Astronomie pratique n'a jamais éte fait avec tant de soin, & même de scrupule, ni par tant d'habiles Ouvriers à la fois, ni si souvent verifié, & en tant de manieres, que la Mesure de la Terre par l'Academie.

SUR UNE ANCIENNE COMMUNICATION DE LA MEDITERRANNE'E, ET DE LA MER-ROUGE.

MOnsieur le Comte de Pontchartrain se servant de son autorité pour aider au progrès des Sciences, avoit envoyé en Egypte des Memoires faits par M. Delisle, qui marquoit ce qu'il auroit souhaité qu'on eût fait pour rectifier la Carte de ce païs-là. Ces Memoires étoient accompagnés de recommandations tres fortes aux Consuls & aux Vice-Consuls. Ce fut en execution de ces Ordres de M. de Pontchartrain, que M. Boutier parcourut tout le Delta, & en envoya à ce Ministre une Carte, avec une petite Relation qui l'expliquoit & l'éclaircissoit. M. Delisle à qui M. le Comte de Pontchartrain avoit fait l'honneur de renvoyer le tout, en parla à l'Academie.

L'Egypte moderne est peu connuë, quoiqu'assés proche & asses frequentée, & l'on peut compter qu'il en va de même de tous les Païs dont les habitans sont dans l'ignorance, & où des sçavans étrangers ne voyagent guere, du moins pour observer. Quoique M. Boutier n'ait pas couru la basse Egypte autant qu'il auroit éte necessaire, il en a cependant, au rapport de M. Delisle, rétabli considera-

blément la Carte qui étoit fort défigurée. On commence à y reconnoître le Delta des Anciens, ces embouchures qu'ils ont données au Nil, & dont il avoit perdu la plus grande partie par l'ignorance des Geographes modernes, un grand nombre de Villes dont les noms ne sont pas encore trop alterés, par exemple Samanout, ou selon les Coptes Sebennetu, qui est l'ancienne Sebennitus, Abboutsier ou Butsir, qui est Busiris, &c. Mais ce qu'il y a de plus remarquable dans cette Carte, c'est un bout de Canal qui sort du bras le plus Oriental du Nil, & que M. Delisle jugea devoir être une partie de celui qui faisoit autrefois la communication du Nil & de la Mediterranée avec la Mer rouge.

Comme cette ancienne communication que M. Delisle établissoit pour un fait indubitable, est ignorée aujourd'hui, même de plusieurs Sçavans, on fut bien aise de voir les preuves qu'il en avoit, & il les donna si claires & prises la plûpart dans des lieux si connus, que toute la difficulté qui reste est de sçavoir comment tout le monde ne les a pas remarquées.

Herodote au second Livre dit qu'il y avoit dans la Plaine d'Egypte un Canal tiré du Nil un peu au dessus de la ville de Bubaste, & au dessous d'une Montagne qui alloit du côté de Memphis, que ce Canal s'étendoit bien loin d'Occident en Orient, qu'ensuite il rabatoit au Midi, & se rendoit dans la Mer-rouge; que Necus fils de Psammeticus avoit le premier entrepris cet Ouvrage, où six-vingt mille hommes avoient peri, qu'il l'avoit abandonné sur la réponse d'un Oracle, mais que Darius fils d'Histaspe l'avoit achevé; qu'il étoit de 4 journées de navigation, & que deux Galeres y pouvoient passer de front.

Diodore en parle au premier Livre de sa Bibliotheque, & convient avec Herodote, hormis en ce qu'il fait laisser le Canal imparfait par Darius, à qui de tres-mauvais Ingenieurs representerent que la Mer-rouge plus haute que l'Egypte l'inonderoit, & en ce qu'il ne fait achever l'ouvrage que par Ptolomée Philadelphe. Il ajoûte qu'on avoit

appellé ce Canal, Riviere de Ptolomée, que ce Prince avoit fait bâtir à son embouchure dans la Mer-rouge une Ville qu'il avoit nommée Arsinoé du nom d'une sœur qu'il aimoit, & que l'on pouvoit ouvrir ou fermer le Canal selon qu'il étoit necessaire pour la navigation.

Strabon, Liv. 17. de sa Geographie, s'accorde en tout avec Diodore. Il ne reste qu'à concilier Herodote qui fait achever l'ouvrage par Darius, avec Strabon & Diodore qui n'en donnent l'honneur qu'à Ptolomée ; mais il a pû arriver à un ouvrage de cette nature, dès qu'il a été achevé, une infinité d'inconveniens, qui l'ont rendu inutile jusqu'à ce qu'on y ait fait un nouveau travail.

A la pointe du Golfe qu'on a appellé la Mer-rouge étoient deux Villes, Heroopolis & Arsinoé, qui, selon Strabon, a été aussi nommée par quelques-uns Cleopatris. Or le même Strabon en parlant de l'expedition que fit dans l'Arabie Ælius Gallus, le premier Gouverneur de l'Egypte pour les Romains, dit que Gallus fit construire des Vaisseaux à Cleopatris proche d'un ancien Canal dérivé du Nil. Ailleurs il dit encore qu'Heroopolis étoit sur le Nil, & à l'extremité de la Mer rouge.

Après cela, on peut se passer de quelques autres autorités qui furent encore rapportées par M. Delisle. Tout le monde connoît le dessein qu'avoient eu quelques Princes de faire cette communication, tout le monde sçait qu'elle fut renversée par la crainte chimerique de l'inondation de la Mer rouge, & comme si la plûpart des Lecteurs avoient été frappés de la même crainte, ils n'ont pas vû dans les Auteurs l'execution entiere du Canal.

M. Delisle a poussé ses recherches jusque dans les Auteurs Arabes. Elmacin Liv. 1. chap 3. dit que sous le Caliphe Omar, vers l'an 635 de J. C. Amr fit faire un Canal pour transporter des blés d'Egypte en Arabie ; apparemment il ne fit que renouveller l'ancien, dont la navigation pouvoit bien avoir été negligée dans la décadence de l'Empire Romain. Mais en l'année 150 de l'Hegire, ce qui revient à l'an 775 de J. C. Abugiafar Almanzor, second Ca-

liphe des Abbassides, fit boucher ce Canal du côté de la Mer. Si jamais on renouvelloit cette jonction, le monde changeroit de face, la Chine & la France, par exemple, deviendroient voisines, & l'on plaindroit la destinée des siecles barbares, où les Européens étoient obliges de faire le tour de l'Afrique pour aller en Asie.

LE P. Goüye a fait voir une Carte du cours de la Riviere d'Uvia depuis la Cayenne jusqu'aux Nouragues, qu'il a fait dessiner sur des Memoires tres-exacts du P. Grillet Jesuite.

HIDROGRAPHIE.

SUR LES CARTES HIDROGRAFHIQUES.

V. les M. pag. 156. QUand un Vaisseau commence une route, le Vent dont il est poussé fait un certain angle avec le Meridien du lieu, & comme on suppose ici que le Vaisseau suit exactement la direction du Vent, il fait le même angle que le Vent avec le Meridien du lieu d'où il part. On suppose encore ce Vent toûjours le même, & parce que chaque point ou chaque instant d'une route peut être regardé comme s'il en étoit le commencement, le Vaisseau fait toûjours avec le Meridien du lieu où il est à chaque instant ou à chaque point de sa route, le même angle que fait le Vent. Or un Vent qui est Nord-Est ici, par exemple, & qui fait par consequent avec nôtre Meridien un angle de 45 degrés, est également Nord-Est partout ailleurs où il souffle; & fait le même angle de 45 degrés avec tous les

Meridiens qu'il rencontre. Donc un Vaisseau toûjours poussé par un même vent, doit toûjours faire le même angle avec tous les Meridiens qu'il rencontre sur la surface du Globe terrestre.

Si le Vaisseau court Nord & Sud, il fait un angle infiniment aigu avec le Meridien où il est; c'est à dire, qu'il lui est parallele, ou plutôt qu'il le suit, & ne s'en écarte jamais. S'il court Est & Oüest, il coupe à angles droits tous les Meridiens; & dans le premier cas il décrit un grand Cercle, dans le second il décrit ou un grand Cercle qui est l'Equateur, ou un Parallele. Mais si sa course est moyenne entre ces deux, alors il ne décrit plus un Cercle, parce qu'un Cercle tiré de cette maniere couperoit tous les Meridiens à angles inégaux, ce que le Vaisseau ne doit pas faire.

Il décrit donc une autre Courbe, dont la condition essentielle est de couper tous les Meridiens sous le même angle. On la nomme *Loxodromique*, ou simplement *Loxodromie.* C'est une espece de Spirale, qui comme la Spirale Logarithmique fait une infinité de tours, sans pouvoir arriver à un certain point où elle tend, & dont elle s'approche à chaque pas. Ce point asymptotique de la Loxodromie est le Pole, car si elle y arrivoit elle y trouveroit tous les Meridiens réünis, se confondroit avec eux, & ne les couperoit plus.

La route d'un Vaisseau, à l'exception des deux premieres que nous avons marquées, est donc toûjours une Courbe Loxodromique. Elle est l'hypothenuse d'un Triangle rectangle, dont les deux autres côtés sont le chemin du Vaisseau en latitude & en longitude. On a d'ordinaire la latitude par observation, on a par la Boussole l'angle de la Loxodromie avec l'un ou l'autre des deux côtés, & ce qu'on cherche par le calcul, c'est la valeur de la longitude, & de la Loxodromie, ou route du Vaisseau.

Mais comme cette ligne courbe est embarrassante pour les calculs, on a voulu avoir la route en ligne droite, & il a fallu conserver à cette ligne droite l'essence de la Loxo-

dromie, qui eſt de couper toûjours les Meridiens ſous le même angle. Or cela eſt abſolument impoſſible tant que les Meridiens ne ſont pas paralleles entr'eux, comme en effet ils ne le ſont pas. Il a donc fallu ſuppoſer les Meridiens paralleles.

De cette fauſſe ſuppoſition, il s'eſt enſuivi que les degrés de longitude inegalement eloignes de l'Equateur, étoient de même grandeur, ce qui eſt faux, car réellement ils diminuënt toûjours depuis l'Equateur ſelon une certaine proportion connuë. Mais on a trouvé moyen de réparer cette erreur. Les degrés de latitude, qui par la nature de la Sphere ſont égaux partout, ſont augmentés dans les Cartes Hidrographiques en même proportion que ceux de longitude auroient dû décroître. Ainſi pour ſçavoir de combien le degré de longitude eſt trog grand ſous le trentiéme parallele, par exemple, il n'y a qu'à voir de combien le degré de latitude qui y eſt marqué eſt plus grand que ſous l'Equateur. Les Cartes Hidrographiques conſtruites de cette maniere, s'appellent *Reduites*, ou *au point reduit*.

M. de Lagni, Academicien Aſſocié, & Profeſſeur d'Hidrographie à Rochefort, envoya à l'Academie des Remarques ſur la conſtruction de ces Cartes.

1°. Il auroit deſiré que tant dans ces Cartes, que dans toutes les autres, on marquât les degrés de latitude inégaux, puiſqu'enfin ils le ſont, & que la Terre n'eſt point ſpherique, ce qui paroît certain, ſurtout par les dernieres obſervations de M Caſſini pour la Meridienne*.

* V. l'Hiſt. de 1701. p. 96.

2°. Soient deux lieux éloignés d'un degré en latitude. Lorſqu'on les poſe ſur une Carte Reduite, ſi on diviſe le Meridien de degré en degré, on donnera au degré de latitude qui ſepare ces deux lieux l'augmentation qui lui convient. Mais ſi on ne diviſe le Meridien que de deux degrés en deux degrés, l'augmentation neceſſaire ne tombera bien juſte que ſur les lieux éloignés de deux degrés, & les deux premiers lieux ſuppoſes ſe trouveront moins éloignés qu'ils n'étoient ſelon la premiere diviſion du Meridien.

ridien. Or comme les divisions du Meridien ne peuvent être qu'arbitraires dans toutes les Cartes, il s'ensuit, selon la remarque de M. de Lagni, que les distances des mêmes lieux varient en differentes Cartes réduites, & qu'elles n'ont rien de reglé ni de Geometrique. Il annonçoit qu'il déterminoit exactement ces rapports par la quadrature des espaces Hiperboliques.

Mais M. Chazelles en convenant des Remarques de M. de Lagni, soûtint que la pratique ni ne demandoit ni ne permettoit cette extrême précision. A quoi serviroit elle dans des calculs, dont toutes les autres parties ne la peuvent recevoir ? Car comment rendre exactes ou l'Estime des Pilotes, ou les Latitudes qu'ils prennent, ou les operations de la Boussole ? L'attention qu'il faudroit apporter à une huit centiéme partie de diminution par degré de latitude, selon M. Cassini, ou à la difference que produisent dans les Cartes les differentes divisions du Meridien, augmenteroit peut-être plus la difficulté que la sûreté de la Navigation.

Cependant il est toûjours avantageux de pousser la Theorie jusqu'à la derniere rigueur Geometrique, ne fût-ce que pour connoître au juste à quoi montent les erreurs de la Pratique, & jusqu'où l'on peut les negliger, & pour ne pas trop perdre de vûë le but où l'on ne sçauroit atteindre.

M. de Lagni desireroit encore pour les Cartes Marines quelques autres choses, mais qui sont de pure pratique, par exemple, que l'on y marquât les Courans par de petits traits, comme un Auteur Anglois a marqué les cours des Vents Alisés. Mais M. Chazelles répondoit aussi, que les Courans changent par la marée ou selon le vent. Il a remarqué qu'entre l'Isle-Dieu & la côte de Poitou les Courans causés par la marée font en 12 heures le tour de la Boussole, de sorte que les Pescheurs y jugent de l'heure de la marée par le côté où elle porte.

ACOUSTIQUE.

SUR L'APPLICATION DES SONS HARMONIQUES AUX JEUX D'ORGUES.

V. les M. p. 316.

*pag. 138.

ON a vû dans l'Histoire de 1701*, que M. Sauveur appelle *Sons harmoniques*, ceux qui font toûjours un certain nombre déterminé de vibrations, tandis que le premier Son auquel on les rapporte, & qui est nommé *Fondamental* en fait une.

Jusqu'ici l'on n'avoit consideré les rapports des Sons qu'en les conduisant selon les Nombres 1, 2 : 2, 3 : 3, 4 : 4, 5 : 5, 6 &c. ce qui a produit les Intervalles qu'on a nommés Octave, Quinte, Quarte, Tierce majeure, Tierce mineure &c. ou bien, on comparoit des nombres éloignés entr'eux de plus d'une unité, comme 3 & 5, 5 & 8 qui font des Sixiémes, & une infinité d'autres; mais on ne conduisoit point les nombres selon leur suite naturelle 1, 2, 3, 4 &c. pour examiner les rapports des Sons qui en resulteroient.

M. Sauveur est le premier qui ait consideré les Sons selon cette suite naturelle des Nombres. Le premier Intervalle 1, 2 est une Octave, le second 1, 3 est une Douziéme, le troisiéme 1, 4 est une Quinziéme ou la double Octave aiguë, le quatriéme 1, 5 est une Dix-septiéme, le cinquiéme 1, 6 est une Dix-neuviéme &c.

Cette nouvelle consideration des rapports des Sons n'est pas seulement plus naturelle en ce qu'elle n'est que la suite même des Nombres qui tous sont multiples de l'unité, mais encore en ce qu'elle exprime & represente toute la

Musique & la seule Musique que la nature nous donne par elle-même sans le secours de l'art.

Une corde de Clavecin étant pincée, outre le son qu'elle rend, proportionné à sa longueur, à sa grosseur, & à sa tension, on entend encore en même tems, quand on a l'oreille fine & exercée, d'autres sons plus aigus que celui de la corde entiere, produits par quelques unes de ses parties, qui se detachent en quelque sorte de la vibration generale pour faire des vibrations particulieres. Cette complication de vibrations se peut concevoir par l'exemple d'une corde attachée par les deux bouts & lâche, comme celles des Danseurs. Car tandis que le Danseur de corde lui donne un grand branle, il peut avec ses deux mains donner deux branles particuliers aux deux moitiés ; les deux moitiés étant ainsi determinées, on peut encore donner un branle à chacune d'elles, &c. Ainsi chaque moitié, chaque tiers, chaque quart d'une corde d'Instrument a ses vibrations à part, tandis que se fait la vibration totale de la corde entiere. C'est la même chose d'une Cloche, quand elle est fort bonne & harmonieuse. Or tous ces Sons particuliers produits par les parties de la Corde ou de la Cloche, sont harmoniques à l'égard du Son total ; le moins aigu que l'on entende, comparé à ce Son total, est à son Octave, le moins aigu qui le suive fait une douziéme, celui d'après la double Octave, le suivant une dix-septiéme, &c. jusqu'à ce que ces Sons devenus trop aigus échappent à l'oreille. On n'en entend aucun qui fasse avec le Son total ni une Quinte, ni une Tierce, &c. ni enfin aucun accord non compris dans la suite des Sons harmoniques.

La Corde à qui l'on détermine une partie quelconque en y mettant un obstacle leger, & qui ensuite se divise elle-même ou en parties semblables, ou en parties differentes, selon que la premiere division a été faite, ne se divise que de maniere que les Sons de ses parties sont harmoniques à l'égard du Son total. De même, si dans un Instrument à vent, on force le souffle de plus en plus, le ton hausse toûjours, mais seulement selon la suite des Sons harmoniques.

toutes les fo... que la Nature fait par ... aire, un Systême de Musique, elle ... espece de Sons, & cependant ils ... à present inconnus à la Theorie des ... entendoit, on les traitoit de bi... on se dispensoit par là de faire ... important & borné qui étoit en ...

... que la Nature n'ait eu quelquefois ... les Musiciens dans le Systême des ... y sont tombés sans les connoi... par leur oreille & par leur expe... Sauveur en donne un exemple tres-remarqua... dans la composition des Orgues. Il fait voir qu'elle ... entierement sur ce principe, quoiqu'inconnu. Ce ... ne nous appartient pas. Il prouvera à ceux qui vou... y entrer combien le nouveau Systême general de M. Sauveur donne d'étenduë & ajoûte de lumieres à la Theorie de la Musique.

MECHANIQUE.

... NIERE ... CULES ... BOLIQUES, ... Conoïdes.

... comme le cen... paralleles, ... portion de ... leur foyer

a d'autant plus d'étenduë que les Verres sont portion d'une plus grande Sphere, & qu'ils en sont une plus grande portion.

Il n'en iroit pas de même des Verres qui seroient des portions de Solides ou Conoïdes Elliptiques ou Hyperboliques, pourvû cependant que les Ellipses ou les Hyperboles dont ces Solides auroient été formés, eussent une certaine condition, c'est à dire, que le rapport du grand axe de l'Ellipse à la distance de ses foyers, ou le rapport de la distance des deux foyers de l'Hyperbole à son diametre determinée, fût le même que le rapport toûjours constant du Sinus de l'incidence d'un Rayon sur la surface du verre, au Sinus de sa refraction dans le verre. Alors les rayons d'un point éloigné qui auroient traversé le verre Elliptique ou Hyperbolique se rassembleroient exactement en un seul point, qui seroit l'un des foyers ou de l'Ellipse ou de l'Hyperbole.

Cet avantage si considerable de réünir en un seul point les rayons partis d'un seul point, avoit fait preferer par M. Descartes les Ellipses & les Hyperboles aux Cercles, & d'autres raisons particulieres lui avoient fait preferer les Hyperboles aux Ellipses. Il avoit même donné le dessein d'une Machine pour tailler des Verres en Hyperboles, mais elle n'a point paru commode pour la pratique, & l'on se contente de Verres spheriques, dont on ne prend qu'une portion telle qu'elle réünisse plus de rayons en un même espace que toute autre portion, & qu'elle les réünisse en un espace assés petit pour n'être sensiblement qu'un point. C'est en partie pour cette raison que dans l'usage des grandes Lunettes on ne laisse pas la surface de l'Objectif entierement découverte; on aime mieux recevoir moins de rayons du même point, & les avoir plus exactement réünis. Dans la figure hyperbolique une plus grande surface ne réüniroit pas les rayons moins exactement en un seul point, qu'une plus petite, & par consequent on auroit en même temps & une réünion parfaite, & une aussi grande lumiere qu'on voudroit.

Il paroît donc que toutes les fois que la Nature fait par elle-même, pour ainsi dire, un Systême de Musique, elle n'y emploïe que cette espece de Sons, & cependant ils étoient demeurés jusqu'à present inconnus à la Theorie des Musiciens. Quand on les entendoit, on les traitoit de bisarres & d'irreguliers, & l'on se dispensoit par là de faire une breche au Systême imparfait & borné qui étoit en regne.

Ce n'est pourtant pas que la Nature n'ait eu quelquefois la force de faire tomber les Musiciens dans le Systême des Sons harmoniques, mais ils y sont tombés sans les connoître, conduits seulement par leur oreille & par leur experience. M. Sauveur en donne un exemple tres-remarquable dans la composition des Orgues. Il fait voir qu'elle roule entierement sur ce principe, quoiqu'inconnu. Ce détail ne nous appartient pas. Il prouvera à ceux qui voudront y entrer combien le nouveau Systême general de M. Sauveur donne d'étenduë & ajoûte de lumieres à la Theorie de la Musique.

MECHANIQUE.

SUR LA MANIERE DE TAILLER DES MEULES POUR DES VERRES HYPERBOLIQUES,

Et en general de tourner tous les Conoïdes.

LEs Rayons venus d'un point éloigné, comme le centre du Soleil, & par cette raison censés paralleles, ayant passé au travers d'un Verre qui soit une portion de Sphere, ne se reünissent pas en un seul point. Leur foyer

a d'autant plus d'étenduë que les Verres sont portion d'une plus grande Sphere, & qu'ils en sont une plus grande portion.

Il n'en iroit pas de même des Verres qui seroient des portions de Solides ou Conoïdes Elliptiques ou Hyperboliques, pourvû cependant que les Ellipses ou les Hyperboles dont ces Solides auroient été formés, eussent une certaine condition, c'est à dire, que le rapport du grand axe de l'Ellipse à la distance de ses foyers, ou le rapport de la distance des deux foyers de l'Hyperbole à son diametre determinée, fût le même que le rapport toûjours constant du Sinus de l'incidence d'un Rayon sur la surface du verre, au Sinus de sa refraction dans le verre. Alors les rayons d'un point éloigné qui auroient traversé le verre Elliptique ou Hyperbolique se rassembleroient exactement en un seul point, qui seroit l'un des foyers ou de l'Ellipse ou de l'Hyperbole.

Cet avantage si considerable de réünir en un seul point les rayons partis d'un seul point, avoit fait preferer par M. Descartes les Ellipses & les Hyperboles aux Cercles, & d'autres raisons particulieres lui avoient fait preferer les Hyperboles aux Ellipses. Il avoit même donné le dessein d'une Machine pour tailler des Verres en Hyperboles, mais elle n'a point paru commode pour la pratique, & l'on se contente de Verres spheriques, dont on ne prend qu'une portion telle qu'elle réünisse plus de rayons en un même espace que toute autre portion, & qu'elle les réünisse en un espace assés petit pour n'être sensiblement qu'un point. C'est en partie pour cette raison que dans l'usage des grandes Lunettes on ne laisse pas la surface de l'Objectif entierement découverte; on aime mieux recevoir moins de rayons du même point, & les avoir plus exactement réünis. Dans la figure hyperbolique une plus grande surface ne réüniroit pas les rayons moins exactement en un seul point, qu'une plus petite, & par consequent on auroit en même temps & une réünion parfaite, & une aussi grande lumiere qu'on voudroit.

Mais il est bon d'observer que l'Hyperbole ne rétiniroit en un point que les rayons partis du seul point de l'objet qui seroit dans son axe, & que tous les rayons de tous les autres points du même objet seroient d'autant moins exactement réünis, que ces points seroient plus éloignés de l'axe. Au contraire le cercle qui ne reünit exactement en un point les rayons partis d'aucun point de l'objet, réünit dans une égale étenduë & precisement de la même maniere les rayons partis de tous les differens points de l'objet, & par consequent l'image de l'objet formée par l'Hyperbole sera plus vive & plus parfaite dans le point du milieu, mais dans les autres points elle sera si confuse que ce ne sera peut-être plus une image, au lieu que celle qui est formée par le cercle, moins vive & moins parfaite en son milieu, est du moins égale en toutes ses parties. Ainsi les Verres spheriques sont apparamment les meilleurs pour voir, mais les hyperboliques auroient l'avantage pour brûler; car il suffiroit d'un seul point pour cet effet.

Quoiqu'il en soit, M. Descartes ayant voulu appliquer des Verres hyperboliques aux Lunettes, & l'hyperbole ayant du moins l'avantage pour brûler, M. Parent n'a pas voulu laisser inutiles les proprietés de cette figure, & il a songé à les mettre en œuvre. Il lui faut d'abord des Meules hyperboliques, les unes convexes, les autres concaves, contre lesquelles on usera des morceaux de verre qui prendront l'une ou l'autre figure.

Mais, 1°. il n'est pas aisé de tailler ces Meules en hyperboles, & d'un seul trait; car si on ne leur donnoit cette figure qu'en tâtonnant, & en plaçant un point après un point, on feroit un ouvrage peu exact, inégal, & d'une courbure peu reguliere. 2°. Comme on est assujetti à des Hyperboles dont le diametre determiné soit à la distance des foyers le rapport des Sinus de refraction à ceux d'incidence, il faut faire des Meules dont la construction conserve cette proportion dans une extrême exactitude. 3°. Il faut empêcher que la figure des Meules ne s'altere par le même mouvement & par le même frottement qu'on em-

ployera à user des verres qui y seront appliqués.

M. Parent a fait voir de quelle maniere il s'étoit pris à surmonter ces difficultés, il a même fait plus que ce que son dessein l'obligeoit de faire, il a trouvé une Pratique pour tourner sur le Tour ordinaire, sans Modele, toutes sortes de Conoïdes, c'est à dire des Solides formés par la revolution de quelque Section Conique autour d'un Axe, ce qui embrasse comme une espece particuliere les Meules hyperboliques. Mais sans prendre le circuit de la méthode generale, celle qu'il a pour les Meules hyperboliques en particulier se reduit à tenir contre la surface de la Meule une Regle solide, qui fasse avec l'axe un angle dont la Tangente soit au Sinus total comme le grand axe de l'Hyperbole cherchée est au petit. Mais ni les démonstrations geometriques & même algebriques qui conduisent à cette Méthode, ni les détails de cette Mechanique ne peuvent convenir à cette Histoire.

DE LA REDUCTION
DES MOUVEMENS DES ANIMAUX
AUX LOIX DE LA MECHANIQUE.

Les mêmes Loix regnent partout, les ouvrages de la Nature roulent sur les mêmes principes, & s'executent de la même maniere que ceux de l'Art, & quand je remuë simplement ma main de bas en haut, il y a une Puissance qui éleve un Poids par le moyen d'un Levier.

Cette Mechanique cachée aux yeux, & devenuë encore plus insensible par la facilité des mouvemens naturels, n'en est pas cependant moins réelle. Lorsque mon bras, ou pour parler plus précisément l'avant-bras, compris entre le coude & le poignet, de pendant qu'il étoit se releve, il se meut circulairement autour du coude, ou plutôt autour d'un point qu'il faut imaginaire dans le centre de l'espace

tesse au poids, en laissant le Muscle attaché à la même distance du point fixe, & ménager en même temps quelque chose sur la force du Muscle, en lui donnant une direction perpendiculaire. Mais il est clair que s'il eût eu cette direction, il eût demandé un bien plus grand espace, qu'il n'en demande étant couché, comme il l'est, contre les os qu'il doit tirer. Nous pouvons prendre autant d'espace qu'il nous plaît pour le jeu de nos Machines, mais un Animal est un assemblage d'une infinité de machines differentes, où par consequent l'espace doit être extrêmement épargné.

De plus, la force d'un Muscle dépend de la quantité des Esprits qui le mettent en contraction. Une direction plus avantageuse du Muscle n'auroit donc servi qu'à pouvoir sauver quelque chose sur la quantité des Esprits; or une grande quantité d'Esprits étoit necessaire à l'Animal pour d'autres fonctions, par exemple, pour toutes celles du sentiment, & par consequent il ne coûtoit rien à la Nature d'employer aux mouvemens ce même fonds dont elle ne pouvoit d'ailleurs se passer, & en l'employant elle en retiroit les avantages, que nous avons representés. Ce n'est là qu'un tres-leger exemple des raisonnemens qu'on pourroit faire pour justifier cette Mechanique. Plus on seroit capable d'approfondir cette matiere, de rassembler, & de combiner les differentes vûës qui doivent y entrer, plus on admireroit la sagesse de la Nature d'avoir pris un parti qui paroît d'abord si étrange & si irregulier par rapport à nos Machines qui ont toutes & d'autres objets, & un plus petit nombre de vûës à concilier.

De tout cela, il resulte que quoique la Mechanique des mouvemens des Animaux soit differente de nôtre Mechanique ordinaire, quant à la position de la force mouvante, elle se reduit absolument aux mêmes regles, & que l'on peut calculer exactement la force d'un Muscle, pourvû que l'on connoisse le poids qu'il peut soûtenir, le point fixe par rapport auquel il se meut, & la direction selon laquelle il agit.

Le poids que soûtient un Muscle est ou celui de la partie qu'il tire, ou ce poids joint avec le plus grand poids étranger dont cette partie puisse être chargée. Ainsi par le poids que soûtient le Muscle qui fléchit le bras, on entend ou le poids seul de l'Avant-bras & de la Main, ou avec ce poids, le plus grand poids étranger que la main puisse porter dans cette action. De quelque maniere qu'on le prenne, c'est l'experience seule, & une experience tres-facile, qui peut déterminer quel est ce poids.

Mais il y a de la difficulté à trouver les points fixes, & les directions. La Mechanique de ces mouvemens est si compliquée & si enveloppée que l'application des Regles y devient quelquefois douteuse, ou du moins fort penible; l'Intelligence qui a conduit ces ouvrages ne s'est pas renfermée dans les cas simples ausquels nous sommes accoûtumés, & obligés de nous borner.

Le fameux Jean Alphonse Borelli, Auteur du Livre intitulé, *De Motibus Animalium*, est le premier qui se soit engagé dans ces Recherches, & qui ait porté la lumiere dans ces obscurités. Mais quoique cet Ouvrage, si respectable par le merite de l'invention, soit de plus rempli de verités tres-ingenieusement découvertes, M. Parent a crû pouvoir sans temerité & sans presomption, y faire remarquer quelques défauts d'exactitude, & ç'a été pour en remettre un peu davantage dans toute cette matiere qu'il en a donné une Theorie generale, dont nous ébaucherons ici l'idée.

Lorsque l'extrêmité concave d'un Os reçoit l'extrêmité convexe d'un autre, & que ce second, tiré par un Muscle, se meut en s'appuyant sur le premier, si leurs figures sont telles que pendant ce mouvement le second ne s'appuye jamais que par un point, il est certain que dans le cas de l'équilibre où ce mouvement seroit arrêté par l'égalité de deux forces opposées, leur direction commune passeroit par ce point, qui est donc le point fixe. Il est clair que dans le mouvement de l'Os, ce point change continuellement de place, & c'est déja une des singularités de cette Mechanique.

Si la concavité & la convexité des deux os étoient parfaitement spheriques & concentriques, ils se toucheroient l'un l'autre par tous leurs points pendant le mouvement; cependant l'une des surfaces ne s'appuyeroit veritablement sur l'autre que par un point de sa circonference, & ce point seroit le même que si leurs figures n'étant point spheriques ni concentriques, elles l'etoient devenuës tout à coup dans un certain instant du mouvement, car il est visible que cela ne changeroit rien au point d'appui. Ainsi quoique le centre commun des deux spheres concentriques soit réellement immobile pendant tout le mouvement, il n'est pas proprement, & par lui même le point d'appui, & celui qui l'est, est un point de la circonference, toûjours mobile & changeant d'un moment à l'autre. C'est donc de ce point qu'il faut mesurer les distances du Muscle & du poids qui tirent l'un contre l'autre. Il est vrai qu'en les mesurant du centre commun des deux spheres, comme a fait Borelli, on leur trouve le même rapport parce que la direction commune ou composée passe aussi par ce centre, mais ce n'est qu'une espece d'accident heureux, qui ne se rencontreroit plus en d'autres figures, & il est bon de sçavoir précisément, & generalement quel est le veritable point d'appui.

Quand il est trouvé, il faut avoir les directions du poids & du Muscle pour tirer du point d'appui sur ces directions deux perpendiculaires. La direction du poids est toûjours une ligne verticale, par laquelle il tire en embas. Un Muscle étant souvent traversé par d'autres il a une direction composée de la sienne, & de celle de ces autres Muscles, lorsqu'ils agissent en même temps que lui, mais comme ils aboutissent au même Tendon, qui est leur corde commune, par laquelle ils tirent, c'est ce Tendon qui represente naturellement leur direction composée, & par consequent, il n'y a nulle difficulté à la découvrir.

Tout ceci ne regarde que les articulations simples, c'est à dire celles où il n'y a que deux os articulés ensemble qui executent un mouvement. Mais quand ce sont plusieurs

os, par exemple, les Vertebres de l'Epine du Dos qui conſpirent enſemble à plier le Dos en dedans, l'articulation eſt compoſée. Alors l'application des principes l'eſt auſſi, pour ainſi dire, quoiqu'au fond ce ſoit toûjours la même choſe. Quand le dos ſe plie on peut imaginer que deux Vertébres contiguës qui ſe touchoient dans toute la ſuperficie d'un de leurs côtés commencent à ſe ſeparer l'une de l'autre par dehors, s'éloignent toûjours de plus en plus autant que leur diſpoſition le permet, & ne ſe touchent plus pendant tout ce mouvement que par une ſeule ligne qui leur reſte commune dans leur baſe. C'eſt dans le milieu de cette ligne qu'eſt le point fixe, ſelon la ſuppoſition preſente.

Mais réellement cela n'eſt pas ſi ſimple. Les os qui ſe meuvent en écartant leurs ſuperficies auparavant contiguës ne laiſſent pas de vuide entre eux. Ils ſont liés par des Cartilages, que l'on peut concevoir comme adhérens de part & d'autre à toute leur ſuperficie. Ces Cartilages qui ſont dilatables & compreſſibles, ſe dilatent neceſſairement lorſque les os ſe meuvent pour s'écarter, & comme cette dilatation demande une certaine force, le Muſcle qui cauſe tout le mouvement, la doit avoir, outre celle qu'il lui faut pour élever ſimplement le poids.

Pour eſtimer la force neceſſaire à dilater le Cartilage, M. Parent eſt obligé de regarder la reſiſtance que le Cartilage apporte à ſa dilatation, comme une force appliquée à une certaine diſtance du point fixe, & tirant contre le Muſcle. Et parce que la dilatation eſt plus grande dans les differentes parties du Cartilage à proportion qu'elles ſont éloignées du point fixe, on peut conſiderer les dilatations comme des vîteſſes, & prendre pour le point où toute leur force ſe réünit, ce qui ſeroit le centre d'agitation du plan du Cartilage.

Si deux ou pluſieurs os ſont tellement diſpoſés qu'en s'écartant par leur partie ſuperieure, ils s'approchent par l'inferieure, & par conſequent dilatent une moitié du cartilage qui les unit, & compriment l'autre, le point fixe

est au milieu du cartilage, & les points où se réünissent les resistances que le cartilage apporte tant à sa compression, qu'à sa dilatation, seront trouvés dans chacune de ses moitiés, comme le point de la reünion d'une seule resistance l'auroit été dans le tout.

Une articulation composée ayant plusieurs point fixes, il faut tirer de chacun autant de perpendiculaires tant sur la direction du poids, que sur les directions, soit simples, soit composées des Muscles, & sur celles des resistances des Cartilages.

M. Parent divise les articulations composées en consecutives, où tous les mouvemens se font en même sens, & en alternatives, où ils se font alternativement en sens contraires, comme dans un Ziczac. Ces derniers mouvemens se reduisent aisément aux mêmes Regles.

On pourra selon cette Theorie calculer la force de ce nombre prodigieux de Machines qui joüent ou séparément ou ensemble dans le corps d'un Animal, on sçaura précisément; où à trés-peu près, quelle est la force des unes par rapport aux autres, & si l'on pouvoit entrer dans toutes les vûës qui ont demandé ces differens rapports de forces, & dans les avantages qui en resultent, quelle intelligence n'en seroit confonduë?

SUR LA RESISTANCE
DES SOLIDES.

V. les M. p. 66.

IL arrive souvent qu'une Machine qui réüssit en petit, ne réüssit point en grand, & l'on ne manque pas de s'en prendre aussi-tôt aux imperfections & aux inconveniens inévitables de l'execution qui dementent toûjours la Theorie. Il est vray que cela y entre, mais Galilée ayant fait reflexion que la difference du petit au grand étoit souvent trop grande pour rouler uniquement là-dessus, il crût qu'il ne falloit pas se payer entierement de cette rai-

son, & soupçonna quelque mistere caché. Il y pensa plusieurs années, & enfin de meditation en meditation, il arriva au Systême de la Resistance des Solides jusqu'alors inconnu, & qui lui donna le dénouëment qu'il cherchoit. Ce fut une espece de Science toute nouvelle, dont il a été le premier Auteur, aussi bien que de la Science des Vibrations, & du Systême de la Chute des Corps pesans.

Qu'un Corps de figure quelconque, mais que l'on peut supposer cilindrique pour plus de facilité, soit suspendu verticalement par un bout, toutes ses parties qui sont pesantes, tirent en embas, & tendent à separer, en quelque endroit qui se trouvera le plus foible, deux d'entre tous les plans contigus que l'on peut imaginer paralleles à la base du Cilindre.

Tous ces plans resistent à leur separation par une certaine force qui les unit, & les lie, quelle qu'elle soit. Voilà donc deux Puissances opposées, la pesanteur du Cilindre qui tend à le rompre, & la force de l'union de ses parties qui resiste à la fraction. Si on augmente la base du Cilindre sans augmenter sa longueur, il est évident que la resistance à la fraction croît en même raison que la base, mais le poids croît aussi dans cette même raison, & par consequent tous les Cilindres de même matiere, & également longs, quelles que soient leurs bases, sont d'une égale resistance, lorsqu'ils sont suspendus verticalement. Si on augmente la longueur du Cilindre sans augmenter sa base, on augmente son poids sans augmenter sa resistance, & par consequent on l'affoiblit toûjours en le rendant plus long. Pour trouver quelle est la plus grande longueur où puissent aller, sans se rompre, des Cilindres d'une certaine matiere, il n'y a qu'à en prendre un au hazard, le suspendre verticalement, lui attacher le plus grand poids qu'il puisse soûtenir sans se rompre, & voir ensuite combien il faudroit l'alonger en y ajoûtant de sa matiere propre, pour lui faire égaler le poids étranger, joint à celui qu'il avoit déja. Galilée a trouvé par cette voye qu'un fil de Cuivre, & par consequent tous les Cilindres de Cuivre

possibles, pouvoient aller sans se rompre jusqu'à la longueur de 4801 Brasses.

Si le Cilindre qui étoit suspendu verticalement, étoit fixé ou scellé horisontalement dans un mur par une de ses extrêmités, & bien affermi dans cette situation, son poids & sa resistance agiroient alors d'une autre maniere. Supposé qu'il rompît par l'action de sa pesanteur, il romproit par le bout scellé dans le mur. Un Cercle contigu au mur, & parallele à la base, & qui dans la situation horisontale du Cilindre seroit necessairement vertical, se détacheroit du cercle posé dans le plan du mur, & descendroit, de sorte que tout son mouvement se feroit sur l'extrêmité inferieure & immobile de son diametre, tandis que l'extrêmité superieure décriroit un quart de cercle, & enfin ce cercle qui étoit vertical deviendroit horisontal, c'est à dire que le Cilindre seroit entierement rompu.

Il est visible que dans cette fraction de Cilindre, deux Puissances opposees ont agi, & que l'une a vaincu l'autre. Le poids du Cilindre qui venoit de sa masse entiere, a surmonté sa resistance à être rompu qui venoit de la grandeur de sa base. Et comme les Centres de la gravité sont les points où l'on conçoit que se réünissent toutes les forces produites par la pesanteur des differentes parties d'un même Corps, on peut concevoir le poids du Cilindre appliqué tout entier au Centre de gravité de sa masse, c'est à dire au point du milieu de l'Axe, & la resistance du Cilindre appliquée au Centre de gravité de la base, c'est à dire à son Centre, puisque c'est la base qui resiste à la fraction. Quand le Cilindre se rompt par son poids, tout le mouvement se fait sur une extrêmité immobile d'un diametre de la base. Cette extrêmité est donc le point fixe d'un Levier, dont les deux Bras sont le Rayon de la Base, & la moitié de l'Axe, & par consequent les deux Puissances opposées n'agissent pas seulement par elles mêmes & par leur force *absoluë*, mais encore par l'avantage plus ou moins grand, ou par la force *relative* qu'elles tirent de leur distance à l'égard du point fixe du Levier.

Il

Il s'ensuit delà manifestement qu'un Cilindre de Cuivre, par exemple, qui étant suspendu verticalement, ne pouvoit rompre par son propre poids, à moins que d'avoir un peu plus de 4801 brasses de long, quelle que fût sa base, rompra dans la situation horisontale avec une moindre longueur, c'est à dire par un moindre poids, parce que sa longueur agit doublement pour le rompre, & en tant qu'elle le rend d'un certain poids, & en tant qu'elle est un bras de levier, auquel ce poids est appliqué, ce qui n'arrivoit pas dans la suspension verticale. De plus il suit que le Cilindre rompra avec une longueur, ou par un poids d'autant moindre, que sa base sera plus petite, parce que sa resistance à être rompu, & deviendra moindre, & agira par un plus petit bras de levier.

Si deux Cilindres de même matiere & semblables, c'est à dire ayant leurs longueurs & les diametres de leurs bases en la même proportion, sont suspendus horisontalement, il est visible que le plus grand a plus de poids tant à raison de sa longueur, qu'à raison de sa base, mais qu'il a moins de resistance à raison de sa longueur considerée comme un plus grand bras de levier, & qu'il n'a plus de resistance qu'à raison de sa base, que par consequent il l'emporte plus sur le petit par sa grandeur & par son poids, que par la force de sa resistance, ou, ce qui est la même chose, qu'il doit rompre plus facilement. Si l'on avoit donc fait en petit un Modele de quelque Machine où il fût question de la resistance que quelques Pieces posées horisontalement, apporteroient à leur fraction, ou de la force qu'elles auroient pour soûtenir certains poids, il se pourroit bien faire que les épreuves réüssiroient dans le Modele, & ne réüssiroient plus dans la Machine executée en grand, quoique trés exactement proportionnée au Modele, car les mêmes pieces se trouveroient plus foibles en grand qu'elles n'étoient en petit. Voilà ce que Galilée chercha long-temps, & à quoy on doit la naissance de ces nouvelles idées dont il a enrichi la Mechanique. Ce ne sont pas de vaines speculations qui ne servent qu'à exercer la subtilité des Geo-

métres, il est aisé de voir que la Mechanique pratique, l'Architecture, & plusieurs Arts doivent être assés souvent obligés d'en venir là.

Le poids dont il faut que soit un Corps pour rompre dans la situation horisontale, étant toûjours moindre que celui dont il faudroit qu'il fût dans la situation verticale, & ce poids devant être plus ou moins grand selon le rapport qu'auront entre eux les deux bras de levier, toutes les questions qui peuvent naître sur cette matiere, se réduiront toûjours à trouver quelle partie du poids *absolu* doit être ce poids *relatif*, supposé que la figure du corps soit connuë, parce que c'est cette figure qui détermine les deux centres de gravité, ou, ce qui revient au même, les deux bras de levier. Si ce corps étoit un Cone, son centre de gravité ne seroit pas au milieu de son axe, comme celui d'un Cilindre, & si c'étoit un demi Solide Parabolique ni son centre de gravité ne seroit au milieu de sa longueur ou de son axe, ni le centre de gravité de sa base, ne seroit au milieu de l'axe de la base. Mais enfin à quelque point que tombent les Centres de gravité tant du Corps entier que de sa base, selon les differentes figures dont il peut être, ce sont toûjours eux qui reglent les deux bras de levier, & il faut les supposer connus d'ailleurs. Il ne sera peut-être pas inutile de remarquer que si la base par laquelle le Corps est scellé dans le mur supposé, n'est pas circulaire, mais, par exemple, parabolique, de sorte que le sommet de la parabole soit en haut, alors le mouvement de la fraction du corps ne se feroit point sur un point immobile, mais sur une ligne entier immobile. On la peut appeller *Axe d'équilibre*, & c'est par rapport à elle qu'il faut prendre les distances des Centres de gravité.

Un Corps suspendu horisontalement étant tel, que pour peu qu'il fût plus pesant, il dût rompre, il y a équilibre entre son poids relatif, & sa resistance à être rompu, & par conséquent ces deux Puissances opposées sont entre elles réciproquement comme les bras de levier ausquels elles sont appliquées. D'un autre côté la resistance d'un

corps à être rompu est égale au plus grand poids dont il pût être sans rompre dans la suspension verticale, c'est à dire au poids absolu, & par consequent en substituant le poids absolu au lieu de la resistance, on voit que le poids absolu d'un corps suspendu horisontalement est à son poids relatif, comme la distance de son centre de gravité à l'axe d'équilibre, est à la distance du centre de gravité de sa base à ce même axe. Galilée découvrit le premier cette importante verité, ou du moins l'équivalent, car au lieu des distances des centres de gravité, il n'a consideré que la longueur du Corps & le diametre de sa base, ce qui ne fait pas une Theorie si étenduë, ni même si commode. Il est aisé de voir d'un seul coup d'œil quelques consequences qui naissent d'abord de cette proposition fondamentale : par exemple, que si la distance du centre de gravité de la base à l'axe d'équilibre, est la moitié de la distance du centre de gravité du Corps, le poids relatif ne sera que la moitié du poids absolu, & qu'un Cilindre de cuivre suspendu horisontalement, dont la longueur sera double du diametre, rompra, pourvû qu'il pese la moitié de ce que peseroit un Cilindre de même base, long de 4801 brasses.

Sur ce Systême de Galilée, M. Mariotte fit une reflexion assés subtile, qui donna naissance à un autre Systême. Dans un corps suspendu verticalement, & qui se rompt, toutes les fibres de la base de fraction cassent à la fois, & par consequent le poids absolu du corps surmonte la resistance ou l'union de toutes ces fibres prises ensemble. On peut concevoir que la même chose arrive dans le corps suspendu horisontalement, mais on peut concevoir aussi que les fibres étant capables de prêter & de s'étendre jusqu'à un certain point, & n'exerçant leur force entiere que quand elles sont aussi étenduës qu'elles le puissent être sans casser, celles qui sont les plus proches de l'axe d'équilibre qui est une ligne immobile, s'étendent moins que celles qui en sont plus éloignées, & par consequent exercent & employent une moindre partie de leur force. Cette difference entre la suspension verticale & l'horisontale,

vient de ce que dans l'horisontale, il y a un point ou une ligne immobile, un centre de mouvement, qui n'est pas dans la verticale. Si dans l'horisontale toutes les fibres cassent à la fois, il faut un plus grand poids relatif qu'il ne faudroit, si elles ne cassent que les unes après les autres, & s'étendent plus ou moins selon leurs differentes distances de l'axe d'équilibre, c'est à dire, en un mot, si elles n'exercent pas toutes à la fois toute leur force. Galilée a supposé qu'elles cassoient toutes à la fois, mais l'autre hypothese est sans comparaison plus vraisemblable, & M. Mariotte l'a embrassée, & par consequent il doit toûjours trouver un moindre poids relatif que celuy que Galilée trouve. C'est là déja un moyen infaillible de décider par l'experience laquelle des deux hypothêses est la plus conforme à la nature.

M. Varignon les a comprises toutes deux dans une même Formule generale, après quoy dévelopant sa Formule, il a trouvé que l'hypothêse de M. Mariotte ajoûtoit à celle de Galilée, la consideration du Centre de Percussion de la base du corps à rompre, ce que M. Mariotte lui même n'avoit pas vû. La comparaison des Centres de gravité de l'hypothêse de Galilée aux Centres de Percussion de l'hypothêse de M. Mariotte répand dans toute cette matiere un jour nouveau & brillant, & y produit une disposition & un ordre qui plaisent à l'Esprit. Et afin d'en donner quelque idée, nous allons tâcher de faire voir icy sans aucun calcul algebrique, combien ce qui est venu par le calcul a été conforme à des notions simples & naturelles, qui ne demandent point d'Algebre.

Toutes les fois que plusieurs Puissances unies, ou liées ensemble, ou enfin se modifiant les unes les autres de quelque maniere que ce soit, agissent en même temps ou pour imprimer le même mouvement à un Corps, ou pour lui en imprimer de differens ou d'opposés, aucune de ces Puissances n'exerce son action par la même ligne, ou, ce qui est la même chose, selon la même direction qu'elle eût euë, si elle eût agi seule; mais de toutes les directions par-

ticulieres & ſimples, il s'en forme une compoſée, qui eſt la ſeule ſelon laquelle le Corps eſt mû.

Cela poſé, il eſt évident que ſi l'on veut arrêter ce Corps en lui preſentant un obſtacle, il faut le lui preſenter dans la ligne de la direction compoſée qui reſulte de toutes les Puiſſances qui agiſſent ſur lui, car par tout ailleurs on ne le rencontreroit point. Il eſt évident auſſi que ſi l'on veut profiter en même temps des actions differentes de toutes ces Puiſſances, autant qu'il eſt poſſible d'en profiter, il faut les prendre dans la ligne de leur direction compoſée, puiſque c'eſt la ſeule où toutes leurs actions ſe réüniſſent.

Si dans toute cette ligne il n'eſt queſtion que d'un point, comme lorſque deux Puiſſances ſont appliquées à un Levier, & qu'il ne s'agit que du point du Levier par où paſſe leur direction compoſée, ce point eſt également ou point d'Appui, puiſque c'eſt par-là qu'on pouroit arrêter toute leur action, & les mettre en équilibre, ou Centre, puiſque leurs actions y ſont réünies. C'eſt ſelon cette derniere idée qu'il y a en Mechanique differentes eſpeces de Centres, comme de Gravité, d'Agitation, de Percuſſion, &c. ſelon les differentes circonſtances que l'on conſidere. Il eſt donc toûjours vray en même temps, & que les differentes Puiſſances ont toute leur action commune réünie en ce point, d'où il ſuit qu'elles y ont plus d'action que par tout ailleurs, & que l'on peut les arrêter toutes par ce point, & par conſequent les mettre en équilibre, d'où il ſuit que de part & d'autre de ce point, elles ont des actions égales, où plutôt font des efforts égaux pour agir.

Chercher le point où ſe réünit l'action de differentes Puiſſances, ou chercher le point autour duquel elles feroient équilibre, c'eſt donc la même choſe, & toute Puiſſance ou force ayant pour meſure la quantité de mouvement qu'elle cauſe ou pourroit cauſer, c'eſt à dire le produit d'une maſſe ou d'un poids par ſa vîteſſe, il ne s'agit pour trouver des Equilibres de differentes forces, que de trouver ces produits égaux.

Ainſi deux Poids étant appliqués à une Verge inflexi-

ble ou Levier, ils ne pourront être en équilibre que sur un point immobile de cette Verge pris entre eux, tel que les arcs circulaires qu'ils décriroient de part & d'autre de ce point, ou, ce qui est la même chose, leurs vîtesses, multipliées par leurs masses, feroient deux produits égaux; & en même temps si l'on vouloit que cette Verge chargée de ces deux poids, & muë parallelement à elle-même, c'est à dire, par exemple, tombant parallelement à l'horison, frappât un corps par quelqu'un de ses points avec le plus de force qu'il fut possible, il faudroit que ce fût par le point autour duquel les deux poids peuvent être en équilibre. Si l'on veut que les deux poids avec la Verge ne fassent plus qu'un même corps, ce point d'équilibre devient le Centre de gravité de tout ce Corps, & tout Centre de gravité d'un Corps, n'est que le point autour duquel toutes ses parties conçûës comme des poids qui pourroient avoir differentes vîtesses, feroient équilibre.

Puisque la Verge chargée des deux poids, & muë parallelement à elle-même, doit frapper un Corps par le point d'équilibre, ou par son Centre de gravité, pour le frapper avec le plus de force qu'il se puisse, ce Centre peut s'appeller aussi *Centre de Percussion*; mais si la Verge n'est pas muë parallelement à elle même, si elle l'est sur une de ses extremités immobile, de sorte que toutes ses autres parties décrivent de plus grands arcs de cercles, selon qu'elles en seront plus éloignées, alors le Centre de gravité n'est plus le Centre de Percussion, & voici pourquoy.

Outre la vîtesse plus ou moins grande que deux Corps peuvent avoir par rapport au point de leur équilibre, il est possible qu'ils ayent encore une autre vîtesse qui leur sera propre & indépendante de ce point. Si, par exemple, deux Corps venoient avec des vîtesses differentes & des directions opposées, frapper une surface qui pût tourner librement autour d'un pivot, ils n'auroient pas seulement une vîtesse plus ou moins grande par rapport à ce pivot, selon qu'ils frapperoient en des points qui en seroient plus

ou moins éloignés, mais ils auroient par eux-mêmes la vîtesse plus ou moins grande, avec laquelle ils seroient venus frapper, & ils ne pourroient faire équilibre sur la surface que quand leurs masses ou poids multipliés par ces deux vîtesses, feroient des produits égaux. Lorsqu'une Verge est muë parallelement à elle-même, tous ses points, & par consequent les deux poids dont on la suppose chargée, ou plutôt tous ses points pris pour des poids égaux, ont par eux mêmes la même vîtesse, & ils n'en peuvent avoir une differente que par rapport à leur point d'équilibre, ou Centre de gravité ou de percussion. Mais quand cette Verge est muë sur une de ses extrêmités immobile, tous ses points ont par eux-mêmes differentes vîtesses, puisqu'ils décrivent tous des arcs circulaires inégaux, & si on les considere de plus par rapport à un Corps qu'ils doivent frapper, ce corps sera comme le point fixe d'un Levier, par rapport auquel tous les points de la Verge muë auront differentes vîtesses, selon qu'ils en seront plus ou moins éloignés, & d'autres vîtesses que celles qu'ils avoient par eux-mêmes. Par consequent la force de tous ces points pris pour des poids égaux, consiste dans leur produit fait par les deux differentes especes de vîtesse qu'ils ont, au lieu que dans la Verge muë parallelement à elle-même, l'une de ces especes de vîtesse, étant la même pour tous les points, elle ne devoit point entrer dans les produits qui font la force ou quantité de mouvement.

Dans le cas de la Verge muë sur une de ses extrêmités comme centre, les vîtesses que tous ses points ont par eux-mêmes, sont comme leurs distances de ce centre, & par consequent la force de tous ces points seroit encore la même, si on les concevoit comme des poids toûjours croissans depuis ce centre proportionnellement à leurs distances. Alors il est manifeste que pour trouver sur cette Verge ainsi chargée de poids toûjours croissans, leur point d'équilibre, ou leur centre de gravité, il faudroit trouver un point tel que tous les poids d'un côté multipliés par leurs vîtesses ou par leurs distances prises par rapport à ce

point, fissent un produit égal à tous les poids de l'autre côté multipliés de même. Il est clair aussi qu'à cause de l'inégalité des poids toûjours moindres vers l'extremité immobile de la Verge, ce point d'équilibre seroit plus proche de l'extrêmité mobile, & il se trouve par le calcul qu'il seroit aux $\frac{2}{3}$ de la Verge à conter de l'extrêmité immobile, au lieu que la Verge étant muë parallelement, & par cette raison tous ses points ne pouvant être conçûs que comme des poids égaux, leur point d'équilibre seroit necessairement à la moitié. Or dans le cas de la Verge chargée de poids croissans proportionnellement à leurs distances d'une extrêmité, le point d'équilibre est le même que leur Centre de force ou de percussion, puisque cette hipothêse renferme l'équivalent des vîtesses qu'ils auroient par eux mêmes. On voit donc que dans la Verge muë circulairement, le Centre de gravité ne se confond pas avec le Centre de percussion, comme dans la Verge muë parallelement, & il est aisé de concevoir que ce même raisonnement s'applique aux Surfaces, & même aux Solides, aussi-bien qu'aux Lignes.

Reprenons maintenant les hipothêses de Galilée & de M. Mariotte. Dans l'une & dans l'autre, la base par laquelle le corps rompt se meut sur l'axe d'équilibre, qui est une ligne immobile de cette même base; mais dans la seconde, les fibres de cette base de fraction vont toûjours en s'étendant de plus en plus, selon la même raison qu'elles s'éloignent davantage de l'axe d'équilibre, & par consequent en exerçant une plus grande partie de leur force entiere. Ces extensions inégales doivent avoir, comme toutes les autres forces, un Centre où elles se réünissent, & par rapport auquel elles fassent de part & d'autre des efforts égaux; & comme elles sont précisément dans la même proportion que les Vîtesses, qu'auroient par eux mêmes les points d'une Verge muë circulairement; le Centre d'*Extension* de la base par laquelle le Corps rompt ou tend à rompre, doit être le même que son Centre de percussion, & voilà ce qui fait entrer dans

cette

cette Theorie les Centres de percussion, qui sans cela y pourroient paroître étrangers. L'hypothese de Galilée dans laquelle les fibres s'étendent toutes également & cassent à la fois, répond au cas de la Verge muë parallelement, & par consequent le Centre d'extension ou de percussion n'y paroît point, parce qu'il se confond avec le Centre de gravité.

La base de fraction étant une surface dont la nature particuliere détermine son Centre de percussion, il faut la connoître pour sçavoir à quel point il est placé sur l'axe vertical de cette base, sur lequel il est toûjours, & combien il est éloigné de l'axe d'équilibre; mais en general on sçait toûjours qu'il agit avec d'autant plus d'avantage qu'il en est plus éloigné, parce qu'il agit par un plus long bras de Levier, & par consequene c'est la resistance inégale des fibres dans l'Hypothese de M. Mariotte, qui produit le Centre de percussion, mais cette resistance inégale étant plus ou moins grande, selon que dans les differentes surfaces de la base de fraction le Centre de percussion sera placé plus ou moins haut sur l'axe vertical de la base, il faut, pour exprimer cette resistance inégale accompagnée des variations dont elle est capable, prendre le rapport qu'ont entre elles, la distance du Centre de percussion à l'axe d'équilibre, & la longueur de l'ave vertical de la base. Le Centre de percussion ne peut jamais être au sommet de cet axe vertical, & dans ce rapport le premier terme, ou le numerateur est toûjours plus petit que le second ou le dénominateur. Ainsi ce rapport est une fraction toûjours plus petite que l'Unité; la resistance inégale des fibres dans l'hypothese de M. Mariotte est donc d'autant plus grande, ou, ce qui revient au même, approche d'autant plus de leur resistance égale dans l'hypothese de Galilée, que les deux termes du rapport approchent plus de l'égalité, & s'il étoit possible qu'ils y parvinssent, ce qui ne se peut, l'hypothese de M. Mariotte retomberoit dans celle de Galilée.

Delà il suit que la Resistance des Corps à être rompus,

toûjours moindre dans l'hypothese de M. Mariotte, que dans celle de Galilée, est à leur Resistance dans l'hypothese de Galilée, comme le plus petit des termes de ce rapport, est au plus grand, c'est à dire comme la distance du Centre de percussion à l'axe d'équilibre, est à la longueur de l'axe vertical de la base de fraction. Ce moyen de comparer geometriquement les deux hypotheses, est une des plus belles & des plus agreables consequences de la Recherche de M. Varignon.

La Resistance étant toûjours moindre dans l'hypothese de M. Mariotte, le poids relatif doit être moindre aussi, & par consequent il sera une moindre partie du poids absolu qui ne change point dans les deux hypotheses, car dans un corps suspendu verticalement, toutes les fibres cassent à la fois, lorsqu'il vient à rompre. La proportion établie par Galilée entre le poids relatif & le poids absolu, & rapportée cy-dessus, ne peut donc subsister dans l'hypothese de M. Mariotte, à moins que l'on n'augmente le poids relatif précisément de la quantité dont cette hypothesé demande qu'il soit augmenté, ou que l'on ne diminuë de cette même quantité le poids absolu. Or pour diminuer ainsi le poids absolu, il n'y a qu'à le multiplier par ce rapport ou fraction toûjours moindre que l'unité, & qui renferme toute la difference des deux hypotheses. Et cela fait, on trouve que le poids absolu multiplié par ce rapport, est au poids relatif, comme la distance du centre de gravité du corps à l'axe d'équilibre, est à la distance du centre de gravité de sa base de fraction à ce même axe, ce qui est précisément la même chose que la Formule generale que M. Varignon donne pour l'hypothese de M. Mariotte. En effet, après que nous avons conçû dans l'hypothese de Galilée, le poids relatif d'un corps, & sa resistance égale à son poids absolu comme deux Puissances contraires appliquées à deux bras de Levier, il n'y a pour changer tout d'un coup cette hypothese en celle de M. Mariotte, qu'à imaginer que la resistance, ou le poids absolu est devenu moindre, & que tout le reste demeure le

même. Ainsi lorsqu'on voit que dans la Formule generale que M. Varignon donne pour l'hypothese de M. Mariotte, la distance du Centre de percussion à l'axe d'équilibre y entre aussi bien que la distance du Centre de gravité à ce même axe, il ne faut pas concevoir que ces deux distances soient deux bras de Levier ausquels la même Resistance, ou deux differentes Resistances soient appliquées, mais qu'une seule resistance agit par le Centre de gravité, diminuée comme elle doit l'être par rapport à l'hypothese de Galilée, & que c'est seulement pour exprimer cette diminution que le Centre de percussion entre dans la formule, aussi n'y entre-t-il que comme étant l'un des deux termes du rapport qui enferme la difference des deux hypotheses, & l'autre terme l'accompagne toûjours, c'est à dire l'axe vertical de la base.

M. Mariotte a conçû que les fibres qui s'étendent toûjours de plus en plus en même raison qu'elles sont plus éloignées de l'axe d'équilibre, emploïent aussi une plus grande partie de leur force totale & absoluë en même raison qu'elles souffrent une extension plus grande. Cette pensée est tres-vraisemblable, mais on pourroit prétendre qu'elle ne seroit pas exactement vraie, que les fibres, par exemple, employeroient une plus grande partie de leur force totale à la fin de leur extension qu'au commencement, & cela en telle raison qu'on voudra. M. Varignon, pour comprendre dans sa formule generale toutes les differentes hypotheses qu'on pourroit faire sur ce point, y a introduit une Courbe indéterminée dont les Ordonnées representeront les quantités que les fibres emploïent de leur force totale selon les differentes extensions. Le Centre de percussion ne laisse pas de subsister toûjours, parce que les extensions des fibres sont toûjours proportionnées à leurs distances de l'axe d'équilibre, quoiqu'elles ne le soient plus aux quantités de la force totale.

De même, la formule de M. Varignon pour la résistance des Solides dans toutes les hypotheses est si generale, qu'elle ne comprend pas seulement toutes les bases

de fraction que les Solides peuvent avoir selon leurs differentes figures, qui sont infinies, mais encore ces mêmes bases, quand même les Corps à rompre seroient creux, & leurs bases par consequent des especes d'Anneaux. On verra aussi qu'elle comprend jusqu'à des cas sur les bases, qui ne peuvent être raisonnablement supposés.

Nous n'avons voulu ici, pour plus de clarté, considerer les Corps que comme devant être rompus par leur propre poids, & M. Varignon avant que de les considerer de cette maniere, les a considerés comme étant sans pesanteur, & devant être rompus par un poids étranger appliqué à leur extremité. Tout cela revient au même, pourvû qu'on observe seulement que le poids étranger agit par un bras de levier égal à toute la longueur du Corps, au lieu que leur propre poids étant tout réüni à leur Centre de gravité, n'a pour bras de levier que la distance de ce Centre à l'axe d'équilibre.

Une des plus curieuses Questions de toute cette Recherche, & celle en même temps qui peut être la plus utile, est de trouver quelle doit être la figure d'un Corps, afin que sa résistance soit égale dans toutes ses parties, soit qu'étant conçû sans pesanteur il soit chargé d'un poids étranger, soit qu'il n'ait à soûtenir que son propre poids. Nous ne considererons ici que ce dernier cas, sur lequel il sera facile de trouver l'autre.

Supposons d'abord l'hypothese de Galilée. Si l'on veut qu'un Corps, dont la figure n'est point encore determinée, suspendu horizontalement, résiste également en toutes ses parties, il faut qu'une partie quelconque de ce Corps étant conçûë retranchée par un plan parallele à la base de fraction du Corps, le poids de la partie retranchée soit à sa résistance en même proportion que le poids du Tout à la sienne, ces quatre Puissances agissant par les bras de levier qui leur sont propres. Or le poids d'un Corps quelconque ainsi consideré, c'est son poids entier multiplié par la distance du Centre de gravité de ce corps à l'axe d'équilibre, & la résistance c'est le plan de la base de

fraction multiplié par la diſtance du Centre de gravité de la baſe à ce même axe, & par conſequent ces deux Quantités doivent être proportionnelles dans le Tout & dans une partie quelconque d'un Solide d'égale réſiſtance.

De cette proportion, M. Varignon conclut ſans peine la figure de deux Solides, qui réſiſteront également en toutes leurs parties, au lieu que Galilée qui n'avoit pas ſuivi une regle ſi generale, n'en avoit trouvé qu'un. Celui qui eſt particulier à M. Varignon a une figure de Trompette, & doit être ſcellé dans le mur par ſon gros bout, de ſorte qu'il eſt viſible que ſa groſſeur ou ſon poids diminuë toûjours à meſure que ſa longueur, ou le bras de levier par lequel agit ſon poids, augmente.

Dans ces Solides, les baſes de fraction du Tout & d'une partie quelconque ſont ſemblables; par exemple, ce ſont des Cercles dans cette eſpece de Trompette, & par conſequent les Centres de gravité y ont toûjours la même ſituation. Dela il ſuit une choſe tres-remarquable, qui pourroit paroître d'abord paradoxe, & que M. Varignon a découvert, c'eſt que dans les deux hypotheſes de Galilée & de M. Mariotte, quoique differentes, ce ſont les mêmes Solides qui font une égale réſiſtance en toutes leurs parties. Car pour paſſer de l'hypotheſe de Galilée à celle de M. Mariotte, il n'y a qu'à diminuer de la quantité convenable des Réſiſtances des Touts & de leurs parties quelconques, donc ces Réſiſtances étant dans l'hypotheſe de Galilée, les baſes de fraction multipliées par les diſtances de leurs centre de gravité aux axes d'équilibre, il ne faudra de plus pour l'hypotheſe de M. Mariotte que les multiplier par le rapport qu'ont ent'elles les diſtances des centres de percuſſion aux axes d'équilibre, & les longueurs des axes verticaux des baſes. Or les baſes étant déja ſemblables par l'hypotheſe de Galilée, les diſtances des centres de percuſſion & les axes verticaux y auront neceſſairement le même rapport, donc cette multiplication que demande l'hypotheſe de M. Mariotte, n'apportera nul changement à celle de Galilée.

Dans le cas des corps conçûs sans pesanteur, & chargés d'un poids à leur extremité, M. Varignon trouve encore par des raisonnemens semblables que les mêmes Solides sont d'égale résistance dans les deux hypotheses.

On a supposé jusqu'ici que les Corps à rompre n'étoient arrêtés dans un Mur que par une de leurs extremités, & qu'ils étoient libres par l'autre. Maintenant on les peut considerer appuyés par leurs deux extremités, comme une Poutre portée sur deux Murs, que son propre poids tendroit à rompre par le milieu, supposé qu'elle fût quarrée. Des mêmes principes que M. Varignon a employés pour la premiere Recherche, il en déduit une formule generale pour la seconde dans les deux hypotheses, après quoi il trouve quelle devroit être la figure des Solides qui appuyés ainsi par leurs deux extremités feroient une égale résistance en toutes leurs parties dans l'hypothese de Galilée. Ce grand Homme n'en avoit trouvé qu'un & s'y étoit trompé, ainsi que l'a démontré autrefois feu M. Blondel de l'Academie des Sciences. M. Varignon ajoûte encore deux nouveaux Solides à celuy de M. Blondel, & fait voir que dans l'hypothese de M. Mariotte, ils auroient aussi la même proprieté. Ainsi quand il est question de Solides d'égale résistance dans quelque cas que ce soit, la difference des deux hypotheses disparoît toûjours.

Le détail de cette seconde partie seroit inutile, après ce que nous avons dit sur la premiere. Il suffit que l'on voye par quel art toute cette matiere de la Résistance des Solides, qui est une espece de petite Science, a été embrassée toute à la fois, de sorte qu'il n'en puisse rien échapper, & que tout ce qui y est compris, tombe sous un seul coup d'œil. Ces vûës generales ne sont pas seulement les plus commodes, ce sont aussi les plus sublimes; il faut être placé plus haut pour découvrir tout à la fois une plus grande étenduë.

SUR QUELQUES ARCS EMPLOYÉS DANS L'ARCHITECTURE.

Les Architectes ne croyent pas avoir besoin d'une si exacte Geometrie pour la description de leurs lignes, par exemple, pour celle de leurs Arcs, & de leurs Ceintres; ils ont principalement les yeux à contenter, qui ne sont pas Geometres, & qui jugent par d'autres Regles. Ainsi de grands Architectes ont prétendu qu'en certaines occasions où l'on avoit à faire des Arcs surbaissés, une certaine Courbe qu'ils ne se sont point mis en peine de connoître geometriquement, mais qu'ils sçavoient décrire d'une maniere mechanique, seroit un effet plus agreable que des portions de Cercle ou d'Ellipse. V. les M. pag. 100.

M. de la Hire a étudié cette Courbe en Geometre, sur le seul fondement de sa description mechanique, qui l'a conduit à en déterminer la nature. Il a trouvé que c'étoit une Parabole, mais posée necessairement de maniere que son sommet qui est une espece d'angle & de pointe, seroit à un des côtés du Ceintre, & y choqueroit les yeux qui n'aiment point à rencontrer en leur chemin ces sortes d'inégalités rudes & raboteuses. Ce défaut pourroit cependant être sauvé par de certaines ruses de l'art, mais enfin il vaut encore mieux n'avoir pas à le sauver, & l'Ellipse est préférable. Il se rencontre ici que cette seche Geometrie qui ne songe nullement à l'agrément des figures, corrige une invention qui n'avoit pour objet que de plaire aux yeux.

SUR LA RESISTANCE DES CILINDRES CREUX ET SOLIDES.

SI cette Question étoit proposée, lequel de deux Bâtons égaux en longueur, & cilindriques, est le plus aisé à rompre sur le genou, ou celuy qui est entierement solide, ou celuy qui est creux, ayant la même quantité de matiere que l'autre, la plûpart des gens n'hesiteroient guere à decider que le bâton creux seroit le plus aisé à rompre.

Cependant c'est tout le contraire, dès que l'on consulte les principes de la Mechanique. Quand on appuye un bâton sur son genou pour le rompre, on l'appuye par quelqu'un de ses points, & c'est le point diametralement opposé qui prendra un mouvement circulaire autour du point d'appuy, lorsque la fraction se fera. Voilà donc un Levier, & ce point qui se meut circulairement, décrit un arc d'autant plus grand, qu'il est plus éloigné du point d'appuy ou du point fixe, & par consequent il en a d'autant plus de force pour resister à la Puissance qui tend à faire la fraction. Un plus gros Cilindre plein est donc plus difficile à rompre, non seulement parce qu'il contient plus de matiere sur laquelle il faut agir, mais encore parce que le diametre de sa base est plus grand, & que l'extremité de ce diametre qui se meut dans la fraction, est plus éloignée du point fixe. Si ce Cilindre en conservant la même quantité de matiere, devenoit creux, il est visible que son diametre total, c'est à dire le diametre tant de la partie creuse, que de la partie solide, augmenteroit necessairement, & par consequent aussi une des causes qui faisoient sa force, & sa résistance à être rompu.

Tout Cilindre creux est donc plus fort qu'un cilindre plein.

plein qui n'a que la même quantité de matiere, & c'est-là, selon toutes les apparences, une des raisons pour lesquels les os des Animaux & les tuyaux des Herbes sont creux.

Galilée premier Auteur de ces sortes de recherches, n'a consideré dans les Cilindres pleins & creux, ayant leurs bases formées de la même quantité de matiere, que l'inégalité de leurs diametres, & par consequent il a établi que la résistance d'un Cilindre creux, est à celle d'un Cilindre plein, comme le diametre total du creux est au diametre du plein.

Mais cette consideration est imparfaite, en ce que les extensions des fibres dont les Cilindres sont composés, n'y entrent point. Nous avons vû * que ces extensions & par consequent les résistances de toutes les fibres particulieres vont toûjours en augmentant depuis le point fixe jusqu'à la fibre la plus éloignée, qui doit rompre la premiere, & que l'on peut supposer dans la plus grande extension qu'elle puisse souffrir. C'est la somme de toutes ces résistances inégales qui fait la résistance que toutes les fibres ensemble opposent à la Puissance qui tend à les rompre. *pag. 107.

Ainsi la résistance totale du Cilindre dépend de trois choses, de la quantité de la matiere qui compose sa base, de la résistance que toutes les fibres ensemble apportent à leur extension, de la grandeur du diametre du Cilindre.

Reste à déterminer & à exprimer geometriquement ces grandeurs, & c'est ce qu'a fait M. Parent. Il a fallu égaler les cercles de la base des cilindres pleins, aux bandes ou Zones pleines des cilindres creux, & trouver la somme infinie des résistances inégales de toutes les fibres, ce qui est un cas particulier de la Méthode generale de M. Varignon, rapportée cy-dessus.* *pag. 116.

M. Parent étant arrivé à une Formule generale qui contient toutes les résistances possibles des cilindres creux comparés aux pleins, a calculé sur cette Formule une Table où il suppose que le demi-diametre total d'un cilindre creux est toûjours de 100 parties, & que la résistan-

ce du cilindre plein qui contient dans sa base autant de matiere que l'autre, est aussi divisée en 100 parties. On voit par la Table, 1°. Qu'à mesure que le Cilindre creux, dont le rayon ne peut avoir que 100 parties d'une certaine grandeur déterminée, a plus de vuide, & par consequent moins de matiere, il fait une plus grande résistance que le cilindre plein correspondant, 2°. Que cette inégalité de résistance diminuë toûjours à mesure que le cilindre creux est moins creux, & contient plus de matiere, que par exemple, un cilindre dont le vuide a 99 de rayon & qui a 1 d'épaisseur, & auquel par consequent répond un Cilindre plein qui n'a que 14 de rayon, a une résistance qui est à celle du cilindre plein, comme 848 à 100, c'est à dire, comme 8 $\frac{12}{25}$ à 1, & que le cilindre qui a 50 de vuide & 50 d'épaisseur, & auquel répond un cilindre plein qui a 87 de rayon, a une résistance qui n'est à celle du plein que comme 121 à 100, 3°. Que le cilindre creux de 99 de vuide dont la résistance comparée à celle du plein qui a 14 de rayon, seroit selon Galilée 7 $\frac{1}{4}$ fois plus grande, en a une 8 $\frac{12}{25}$ fois plus grande, selon l'hypothese de M. Parent, qui est aussi celle de M. Mariotte.

DE LA FIGURE DES FUSE'ES

DES HORLOGES A RESSORT.

V. les M. p. 198.

LE Ressort que l'on applique aux Horloges, en est le premier moteur. Il est enfermé, & roulé dans un tambour cilindrique, contre lequel il agit, & qu'il fait tourner en se déroulant. Une corde, ou petite chaine, qui d'un côté est entortillée sur la Fusée qu'elle couvre entierement, & de l'autre est attachée au tambour, quitte la Fusée pour s'entortiller autour du tambour, à mesure qu'il tourne. Delà dépendent les mouvemens de toutes les autres pieces de l'Horloge.

L'action du Ressort s'affoiblit toûjours depuis le commencement jusqu'à la fin, & par consequent si cette inégalité n'étoit rectifiée, il tireroit la corde avec plus de force dans les commencemens, & en feroit passer dans un temps égal une plus grande partie sur le tambour, ce qui rüineroit l'égalité si necessaire aux mouvemens de l'Horloge.

Pour corriger l'inégalité de l'action du ressort, on ne pouvoit rien imaginer de plus ingenieux, que de faire en sorte que le ressort fût toûjours appliqué à des bras de levier plus longs à mesure qu'il s'affoibliroit. Ce secours étranger qui augmente toûjours avec le besoin, maintient l'action du ressort dans l'égalité. C'est pour cette raison que la Fusée a une figure conique. Son axe qui est immobile, est la suite des centres de toutes les circonferences inégales de cercle qui composent la surface de la Fusée. Selon que la partie de la corde qui se desentortille est appliquée à une plus grande circonference de cercle, elle est à une plus grande distance du point fixe qui lui répond dans l'axe, & par consequent la Puissance qui tire par cette corde, c'est à dire le Ressort, agit plus avantageusement. C'est par le haut du Cone que le Ressort commence à tirer, car c'est alors qu'il est le plus fort par luimême.

Si l'action du ressort diminuoit également, comme font les bases paralleles d'un Triangle, dont les intervalles sont égaux, le Cone qui est engendré par un Triangle, seroit précisément la figure qu'il faudroit donner à la Fusée. Mais l'affoiblissement du ressort ne se fait pas selon cette proportion, & par consequent la Fusée ne doit pas être conique. Déja l'experience a fait voir qu'elle ne devoit pas l'être exactement, & qu'il la falloit creuser un peu vers le milieu, c'est à dire diminuer le bras de levier, parce qu'en cet endroit, l'action du ressort n'est pas par elle-même assés affoiblie.

Il faut donc trouver quelle est précisément la figure dont la Fusée doit être, ou, ce qui est la même chose,

quelle eſt la Courbe, qui par ſa révolution autour de ſon axe produiroit le Solide dont on doit faire la Fuſée.

Il y a quelques années que M. Varignon chercha cette Courbe, & la détermina. Il poſoit pour principe, que les forces du reſſort ſont comme les longueurs de corde qu'il deſentortille d'autour de la Fuſée, ce qui paroît vrai, car plus le reſſort eſt fort, plus il tire de corde en un temps égal, & de plus M. Varignon ſuppoſoit la corde ſi flexible & déliée, qu'elle prenoit exactement la même courbure de ſurface que la Fuſée, d'où il s'enſuivoit que la corde deſentortillée étoit égale à la ſurface de la Fuſée qu'elle laiſſoit découverte, & que les forces du reſſort étoient comme les portions correſpondantes de cette ſurface. Mais parce que la nature du Reſſort n'eſt peut-être pas encore bien connuë, & qu'il n'eſt pas impoſſible que les forces d'un Reſſort ſoient entr'elles, non pas comme les longueurs de corde deſentortillées, mais comme quelques puiſſances de ces longueurs, c'eſt à dire par exemple, qu'un reſſort lorſqu'il eſt 4 fois, 9 fois plus fort, ne tire que 2 fois, 3 fois plus de corde, M. Varignon donne preſentement une Equation de Courbe, qui contient en general toutes les hypotheſes poſſibles, où les forces du reſſort ſeront reglées ſur quelque puiſſance que ce ſoit des longueurs de corde deſentortillées. Ainſi l'hypotheſe une fois déterminée, on n'a qu'à la ſubſtituer dans l'Equation, & on verra paroître auſſi-tôt la Courbe que cette hypotheſe demande.

L'axe de la Fuſée eſt auſſi l'axe de la Courbe, qui eſt convexe du côté de cet axe, & les Ordonnées ſont les differentes diſtances où la corde doit être à l'égard de tous les points fixes ſucceſſifs, qui ſont autant de points de l'axe. L'inégalité de ces Ordonnées dépend entierement de l'hypotheſe qu'on prendra pour la variation des forces du reſſort. Les Ordonnés ſont toûjours plus petites vers le haut, parce que le reſſort eſt toûjours plus fort au commencement de ſon action. La force du reſſort multipliée par le bras de levier, où elle eſt appliquée à chaque mo-

ment devant faire un produit toûjours égal, il s'enſuit que quand le Solide de la Courbe ſera formé, une Ordonnée multipliée par la ſurface du Solide compriſe entre cette Ordonnée & la plus grande de toutes qu'on peut appeller l'Ordonnée de la Baſe donnera toûjours un produit égal à celui de toute autre Ordonnée, multipliée de la même maniere, car ces Ordonnées ne ſont que des bras de levier, & les portions de ſurface, compriſes entre elles, & la Baſe, ſont égales aux longueurs des cordes qui les couvrent, c'eſt à dire aux forces du reſſort correſpondantes. C'eſt là ce qui fait l'Equation & l'eſſence de la Courbe.

Si dans le premier inſtant de l'action du reſſort, ſa force étoit infinie, il faudroit pour conſerver l'égalité qui doit toûjours regner dans la Courbe, que cette force infinie fût multipliée par une Ordonnée nulle ou infiniment petite, & dans ce point la Courbe rencontreroit neceſſairement l'axe. Mais comme la force du reſſort, quelque grande qu'on la ſuppoſât, ne peut jamais être ſuppoſée infinie, il ne peut donc y avoir d'Ordonnée nulle, & par conſequent la Courbe ne peut jamais rencontrer ſon axe, quoiqu'elle s'en puiſſe toûjours approcher, ou, ce qui eſt la même choſe, l'Axe eſt Aſymptote de la Courbe.

Quand la corde ſera arrivée à la plus grande Ordonnée ou à la Baſe, il ne reſtera plus de ſurface par laquelle cette Ordonnée puiſſe être multipliée, & il ſemble que l'égalité eſſentielle à la Courbe manque là. Mais il faut remarquer que cette Courbe a eſſentiellement une partie qui eſt une ligne droite, & une prolongation de ſa plus grande ordonnée. La longueur de cette droite qui appartient à la Courbe mixte, ſe détermine aiſément, & quand le Solide ſe forme, elle fait un plan, qui multiplié par l'Ordonnée de la Baſe, donne un produit égal à tous les autres produits ſemblables.

Juſqu'ici on n'a ſuppoſé les differentes forces du reſſort reglées que ſur des puiſſances quelconques des longueurs de cordes, mais comme la reſolution d'un Problême ne peut être trop generale, & que tout ce qui la limite, &

l'asservit à certains cas, diminuë d'autant sa beauté, M. Varignon a étenduë celle-ci à toutes les variations possibles des forces du ressort, reglées non sur les longueurs des cordes qui y ont un rapport naturel, mais sur tout ce qu'on voudra de plus étranger, sur les Ordonnees de telle Courbe qu'on voudra choisir.

SUR LA FORCE NECESSAIRE

POUR REMONTER LES BATEAUX.

V. les M. p. 261.
NOus sommes dans un Siécle où les Arts cherchent à profiter des nouvelles lumieres de la Philosophie. Comme la nature du mouvement est mieux connuë, on voit naître plus de Machines, ou du moins plus d'idées, qui d'ordinaire sont ingenieuses ; sur tout l'utilité qu'il y auroit pour les Inventeurs à remonter des Bateaux contre le courant des rivieres en épargnant les Chevaux, a fait que la plûpart ont tourné de ce côté-là leurs desseins, & les efforts de leur esprit.

Mais il est aisé d'être trompé au succès de ces sortes de Machines, parce qu'il est tres-difficile d'en faire le calcul, c'est à dire de sçavoir precisément à quoy monte la résistance de l'eau courante qu'on entreprend de vaincre, & à quoy montera la force qu'on y veut opposer.

Rien n'est exactement connu en Mechanique que ce qui est évalué en livres, on ne sçait ce que vaut une force que quand on sçait quel poids elle peut soûtenir. Ainsi M. de la Hire en donnant aux Machinistes le moyen de réduire en livres la force de l'eau qu'ils auront à surmonter, & celle qu'ils employeront, leur donne tout ce qu'ils pouvoient desirer pour être en état de prévoir sûrement l'effet de leurs Machines. La force de l'eau n'avoit point encore été mesurée comme elle va l'être.

L'eau est un corps pesant, qui suit les mêmes loix que

tous les autres. Lorsqu'elle tombe, sa vîtesse augmente suivant les mêmes proportions, & par consequent si elle est tombée d'une certaine hauteur en un certain temps, & qu'elle conserve ensuite sans nulle augmentation la vîtesse acquise par cette chute, elle parcourra dans le même temps avec un mouvement égal & uniforme un espace double de celuy qu'elle a parcouru en tombant avec un mouvement acceleré. Delà M. de la Hire conclut que quelle que soit la vîtesse égale & uniforme d'une eau courante, elle auroit pû être acquise par une chute d'une certaine hauteur, & il ne faut plus qu'avoir un pié pour trouver les hauteurs par les vîtesses.

On sçait que les vîtesses acquises par des chutes de differentes hauteurs, sont entre elles comme les racines quarrées de ces hauteurs, & d'ailleurs qu'un corps pesant comme l'eau tombe de la hauteur de 14 pieds en une seconde, d'où il s'ensuit qu'une eau qui seroit tombée d'un reservoir de 14 pieds de haut, seroit en état de parcourir ensuite d'un mouvement uniforme 28 pieds en une seconde. Voilà tout ce qui est necessaire pour avoir toutes les hauteurs de reservoir possibles, quand les vîtesses seront données. Car, par exemple, que l'on sçache par experience & par observation que l'eau de la Seine parcourt 3 pieds $\frac{1}{4}$ en une seconde, on trouvera que comme 28 pieds de chemin en une seconde sont 3 pieds $\frac{1}{4}$, ainsi la racine quarrées du reservoir de 14 pieds, est à la racine quarrée du reservoir cherché, qui aura 2 pouces & quelques lignes de haut.

Après qu'on a trouvé cette hauteur de reservoir, qui par une espece de fiction geometrique, auroit pû produire la vîtesse d'une eau courante, il n'y a plus qu'à determiner qu'elle surface on veut opposer au cours de cette eau. L'étenduë de cette surface multipliée par la hauteur d'eau qu'on a trouvée, donne un Solide composé de pieds ou de pouces ou de lignes cubiques d'eau, & l'on trouve facilement quel est le poids de ce Solide, en supposant qu'un pied cubique d'eau pese 72 livres. C'est le poids de

ce Solide qu'il faut soûtenir avec une force égale, si l'on veut opposer au courant de l'eau une surface qui n'en soit pas emportée. Que si l'on veut même que cette surface se meuve contre le courant avec une certaine vîtesse, ce sera la même chose, que si la surface étoit toûjours immobile, & que la vîtesse naturelle de l'eau eût été augmentee de celle dont on veut que la surface remonte contre le courant. Il n'y aura donc qu'à faire le calcul sur le pied de la vîtesse de l'eau augmentée, on trouvera une plus grande hauteur de reservoir, & un Solide d'eau d'un plus grand poids.

En renversant tout ce raisonnement, il est visible que si la force que l'on employe pour mouvoir une certaine surface dans une eau calme, ou même contre le courant de l'eau, est donnée, on trouvera avec quelle vîtesse la surface sera muë soit dans l'un, soit dans l'autre cas. La force mouvante étant exprimée en livres, on verra quelle hauteur d'eau il faudra sur la surface donnée pour faire un Solide d'eau d'un poids égal; cette hauteur d'eau trouvée, donnera la vîtesse qui lui répond, & qui sera ou celle dont la surface sera muë dans une eau calme, ou la somme des vîtesses de l'eau & de la surface, si l'eau est courante, de sorte que pour avoir la vîtesse dont la surface remontera, il ne faudra que retrancher de cette somme la vîtesse du courant de l'eau.

Par ce moyen, M. de la Hire calcule ou la vîtesse que toute force connuë pourra donner à un bateau, ou la force necessaire pour mouvoir un bateau avec une certaine vîtesse déterminée, pourvû que l'on ait toûjours égard aux differentes manieres d'appliquer les forces, & c'est sur quoy il fait plusieurs reflexions, en prenant pour exemples de son calcul ces applications differentes. Elles se réduisent ou à des Chevaux qui tirent un bateau, ou à quelques Machines qui font le même effet, ou à des Rames.

Tout effort demande un point fixe qui lui resiste, & contre lequel il s'exerce. On ne peut rien tirer qu'en s'appuyant contre quelque chose d'immobile, & le point d'ap-

puy

puy eſt pouſſé avec la même force dont ce que l'on tire eſt tiré. On fait neceſſairement ces deux actions dans le même temps, quoique l'on n'en ait qu'une pour objet, & on les fait toutes deux avec le même effort.

L'action de pouſſer l'appuy, que l'on ſuppoſe immobile, eſt, à la verité, neceſſaire pour tirer le fardeau, mais elle eſt perduë & ſans effet, quant au mouvement de ce fardeau, puiſqu'effectivement ce n'eſt pas par cette action qu'il eſt tiré. Ainſi ſi l'on tire un fardeau en s'appuyant contre la terre, on pouſſe la terre avec les pieds, & on tire le fardeau avec les bras qui font un effort égal à celui des pieds, mais il eſt viſible que l'action des pieds, quoique neceſſaire pour tirer le fardeau, n'eſt pas celle qui le tire. Si l'on pouvoit faire en ſorte que cette action des pieds tirât auſſi le fardeau, & la mettre à profit pour cet effet que l'on a uniquement en vûë, il eſt clair qu'on en tireroit le fardeau avec une fois plus de facilité, puiſque la nouvelle action qui y conſpireroit ſeroit égale à la premiere. Or c'eſt ce qui en quelques occaſions eſt poſſible à l'art de la Mechanique, & même aiſé.

Entre pluſieurs experieuces que M. de la Hire fit par rapport à ce ſujet, en voici une aſſés ſimple, & aſſés claire. Il ſe mit dans un traîneau, & tenant le bout d'une corde horiſontale attachée aſſés loin de lui à un anneau fixe, il fit tout l'effort dont il étoit capable pour faire avancer vers ce point fixe ſon traîneau chargé du poids de ſon corps, & n'en pût venir à bout. Après cela, il mit à la place de l'anneau une poulie fixe pardeſſus laquelle paſſoit la corde pour aller s'attacher par un de ſes bouts au traîneau, & alors tenant la corde par l'autre bout, & faiſant le même effort qu'auparavant, il vit qu'il avançoit aſſés facilement.

Dans la premiere diſpoſition, les mains de l'Homme aſſis dans le traîneau ayant ſaiſi la partie de la corde la plus avancée vers le point fixe qu'elles ont pû, elles font la double action, & de s'appuyer par le moyen de la corde ſur le point fixe qu'elles tireroient à elles, s'il n'étoit im-

mobile, & de tirer à elles & vers le point fixe, l'Homme & le traîneau par le moyen des muscles des bras. Or il est manifeste que l'action par laquelle les mains tirent à elles le point fixe, est inutile à cet égard. Dans la seconde disposition, cette action inutile de tirer à soy le point fixe, se change en celle de faire avancer le traîneau vers ce même point, parce qu'un des bouts de la corde est alors attache au traîneau; par consequent elle devient utile par rapport au mouvement qu'on veut executer, & elle s'accorde avec l'autre action qui subsiste toûjours également dans les deux dispositions.

Il paroît donc que la même force a deux fois plus d'effet, seront qu'elle est employée, & cela, sans qu'il y entre, suivant les regles ordinaires de la Mechanique, aucune augmentation de sa distance au point fixe, ni aucun changement d'une direction moins avantageuse en une qui le soit davantage. On voit aussi que dans le second cas du traîneau, où la corde est double à cause de la Poulie, l'Homme devide deux fois plus de corde sans en avoir plus de force, & que ce n'est pas précisément par-là qu'il fait plus d'effet; ce qui doit être remarqué pour éviter l'erreur de croire en general sur la foy d'une infinité d'autres cas, qu'une force qui devide ou file plus de corde, en est toûjours augmentée à proportion.

Deux Chevaux qui tirent un bateau, & le font remonter, ou une puissance pareille placée dans le bateau même, & qui ayant un point fixe, comme un Pieu immobile planté dans la riviere, feroit remonter le bateau en devidant une corde attachée à ce point fixe, sont précisément la même chose que le premier cas du traîneau de M. de la Hire. Mais si à ce Pieu immobile il y avoit une Poulie de renvoy, pardessus laquelle passât une corde attachée au bateau par un de ses bouts, alors on auroit le second cas du traîneau, & une même force feroit deux fois plus d'effet. Que si au lieu du Pieu immobile, on mettoit un second bateau égal au premier, avec la poulie de renvoy, les deux bateaux iroient l'un vers l'autre avec la même vîtesse

dans une eau calme, & il n'en coûteroit pas plus pour les mouvoir tous deux ensemble qu'un seul; & s'ils ne presentoient pas tous deux à l'eau une surface égale, celuy qui auroit la plus grande, auroit le moins de vîtesse, ce qui sera trés aisé à calculer. Car puisqu'ils sont mûs tous deux par la même force, il faudra imaginer pour tous les deux cette force exprimée par un Solide d'eau d'un poids égal, & selon que les surfaces des bateaux ou les bases de ce Solide seront differentes, il aura differentes hauteurs, & les bateaux differentes vîtesses.

Reste à appliquer aux Rames le calcul de M. de la Hire.

Quoique les corps fluides cedent plus facilement que les solides au choc & à l'impulsion, ils y résistent cependant jusqu'à certain point, & entant qu'ils résistent, ils peuvent être pris pour point fixe, ou pour point d'appuy, moins avantageux, à la verité, que s'il étoit parfaitement inébranlable, mais enfin utile. C'est ainsi que l'air frappé par l'aîle de l'oiseau, & qui ne luy cede pas avec autant de vîtesse qu'il en a été frappé, devient à son égard un appuy, &, pour ainsi dire, le fondement solide de toute l'action du vol. Il en va de même des rames & de l'eau.

Un bateau doit aller de l'arriere à l'avant. L'action du Rameur sur les Rivieres, est de pousser le bateau avec les pieds de l'avant à l'arriere, & en même temps de le tirer avec les bras de l'arriere à l'avant par le moyen de sa rame appuyée contre l'eau. Il employe dans le même instant la même force à ces deux actions, & comme elles sont directement contraires, l'effet de l'une détruiroit exactement celuy de l'autre, & le bateau n'avanceroit jamais, s'il n'y avoit rien de plus; mais le rameur tire un avantage de la situation de sa rame.

L'eau est un point d'appuy, & la rame est un levier. Le bateau est le fardeau qu'il faut mouvoir, & la main du rameur est la puissance. Le fardeau doit être consideré comme appliqué au point du levier où la rame s'appuye

ſur le bateau, & parce que la main du rameur eſt toûjours appliquée à une plus grande diſtance par rapport au point d'appuy du levier, qui eſt l'eau, il eſt clair que la main du rameur eſt appliquée plus avantageuſement, & que par-là elle doit vaincre un fardeau égal à la force du rameur.

L'effort que fait le rameur pour tirer le bateau de l'arriere à l'avant étant perdu, parce qu'il eſt détruit par un effort contraire & égal, il ne luy reſte pour toute la force avec laquelle il fera avancer le bateau, que celle qu'il tire de la ſituation de ſa main ſur le levier de la rame; il employe donc une grande force, dont il n'y a qu'une petite partie qui ſoit utile, ou, pour parler plus exactement, toute la force qu'il employe eſt perduë entant qu'elle ne fait préciſément que tirer le bateau, & elle n'eſt utile qu'entant qu'elle le tire par un bras de levier plus long. On peut appeller cette force dans le premier ſens *abſoluë*, & dans le ſecond *relative*.

Pour trouver le rapport de la force abſoluë & de la relative, il faut conſiderer que ce n'eſt que la même force ou appliquée au point d'appuy de la rame ſur le bateau, & détruite en cet endroit par un effort contraire, ou appliquée au point où la main tient la rame. Deux forces égales appliquées à differentes diſtances du point fixe d'un levier, font des efforts qui ſont entre eux comme ces diſtances, parce que les diſtances ſont la meſure du chemin ou de la vîteſſe des forces. Donc l'effort de la puiſſance abſoluë ſeroit meſuré par la diſtance de l'endroit du bateau où la rame s'appuye juſqu'à l'eau qui eſt le point fixe du levier, & l'effort de la puiſſance relative ſe meſureroit par la diſtance de la main du rameur à l'eau, c'eſt à dire par la diſtance de la main du rameur au point d'appuy de la rame ſur le bateau, plus la diſtance de ce point d'appuy à l'eau. Mais le point où s'applique la puiſſance abſoluë eſt dans le même cas, que s'il étoit tiré en même temps par deux forces contraires & égales, ce qui le rend immobile; par conſequent la puiſſance abſoluë n'a point

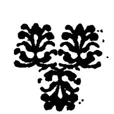
de vîtesse, & cette vîtesse ne peut faire partie de celle de la puissance relative, ou de sa distance au point fixe du levier. Donc l'effort de la puissance relative n'est mesuré que par sa distance jusqu'au point d'appuy de la rame sur le bateau, & l'effort de la puissance absoluë qui est détruit, comparé à celuy de la puissance relative, est mesuré par la distance du point d'appuy de la rame sur le bateau jusqu'à l'eau, parce qu'en effet, s'il subsistoit, cette distance seroit sa mesure.

Delà on peut inferer sans peine que plus les vaisseaux sont de haut bord, & par consequent plus la partie de la rame qui est hors le vaisseau est longue, par rapport à celle qui est au dedans, plus l'effet de la rame est petit, parce que la puissance absoluë, ou la force que le rameur employe inutilement est plus grande, & sa puissance relative, ou la force qu'il employe utilement est moindre, que par consequent dans les anciennes Galeres à plusieurs rangs de rames, les rangs les plus élevés étoient toûjours les moins utiles, & que l'effet de la rame n'est jamais plus grand que dans un petit bateau, où la partie de la rame qui est au dedans, est égale à celle qui est au dehors, car il ne peut guerre arriver que la partie du dedans soit considerablement la plus grande.

La même puissance relative meut la rame & le bateau, & surmonte la resistance que l'eau apporte au mouvement de l'un & de l'autre. Cette résistance étant plus grande d'un côté ou de l'autre, selon que la surface que le bateau presente à l'eau est plus grande ou plus petite, que celle que luy presentent toutes les parties des rames plongées, il faut avoir égard à cette difference pour avoir la differente vîtesse des rames & du vaisseau. Il est clair que comme le seul objet de toute cette Mechanique est le mouvement du vaisseau, il faut que la surface qu'il presente à l'eau soit la plus petite qu'il se puisse par rapport à celle de toutes les parties des rames plongées, qui en éprouvant une plus grande résistance de l'eau auront un plus ferme appuy, & par consequent qu'il est avantageux de

muliplier les rames. En cela, les Galeres des Anciens à plusieurs rangs des rames; l'emportoient sur les nôtres, mais elles leur étoient d'ailleurs bien inferieures par le grand nombre d'hommes employés aux rangs superieurs avec trés-peu d'utilité.

Tous les rapports qui entrent dans l'action de ramer étant ainsi connus, il sera aisé, selon la regle de M. de la Hire, de faire le calcul de toute Machine où l'on employera des rames. Par exemple, si l'on sçait quelle est la force absoluë de tous les Hommes qui rameront, il la faudra changer en force relative, selon la proportion des deux parties de la rame, c'est à dire, que si la partie qui est hors du vaisseau, étoit double de l'autre, & que tous les hommes ensemble pussent agir avec une force de 900 livres, il faudroit d'abord conter qu'ils n'employeroient que 300 livres. Ces 300 livres multipliées par la surface que le vaisseau presenteroit à l'eau, donneroient un Solide d'eau d'un certain poids, dont on trouveroit la hauteur, & par consequent la vîtesse du vaisseau imprimée par les rames, ou bien on trouveroit de même la vîtesse des rames en multipliant les 300 livres, par la surface de toutes les parties des rames plongées dans l'eau. Il n'y auroit pas plus de difficulté à trouver d'abord les forces relatives, & ensuite les absoluës, quand on auroit les vîtesses, soit des rames, soit du vaisseau, & la proportion des deux parties de la rame. C'est là une nouvelle clarté répanduë dans la Mechanique qui regarde les eaux, & le raisonnement seul pourra plus facilement épargner les frais de l'experience.



SUR LA MACHINE DU P. SEBASTIEN.

Rapportée dans l'Hist. de 1699. p. 116. & 285.

CEtte Machine inventée par le P. Sebaſtien, ne fût faite que pour éprouver ſi la chute des corps ſuivoit la proportion de Galilée, ou plutôt pour faire voir par experience qu'elle la ſuivoit, car la Machine étoit uniquement conſtruite ſur cette hypothêſe; elle étoit formée par la révolution d'une Parabole autour de ſon axe, & les circonferences des cercles du petit plan ſpiral, qui étoient les differens eſpaces parcourus par les corps tombans, repreſentoient la ſuite des nombres impairs.

Mais comme il n'eſt pas abſolument impoſſible que l'on établiſſe, ou du moins que l'on veüille éprouver quelque autre hypothêſe que celle de Galilée ſur la chute des corps, M. Varignon trouva l'idée du P. Sebaſtien trop ingenieuſe pour ne la pas étendre à toutes les hypothêſes imaginables.

Quelque hypothêſe donc que l'on prenne ſur la chute des corps, M. Varignon demande que l'on exprime par les Ordonnées d'une Courbe, les differentes vîteſſes acquiſes à chaque inſtant, qu'enſuite on faſſe faire à cette Courbe une révolution autour de ſon axe perpendiculaire à l'horiſon, pareille à celle que fait la Parabole pour l'hypothêſe de Galilée, & enfin qu'autour du Solide formé par cette révolution, on conduiſe depuis le ſommet juſqu'au bas un plan incliné qui faſſe toûjours le même angle quelconque avec la Courbe qu'il rencontre toûjours, puiſqu'elle a formé le Solide; après cela, il démontre que ſi l'hypothêſe qu'on a priſe eſt la vraye, un corps qui tombera du ſommet de cette Machine par le plan incliné, fera toutes ſes révolutions autour de la Machine, quoi-

qu'inégales, en temps égaux, ce qui arrivoit, du moins sensiblement, dans celle du P. Sebastien.

Le principe essentiel de cette proprieté de la Machine est l'égalité perpetuelle des angles du plan incliné avec la Courbe generatrice. De cette égalité tout Geometre conclura tres-facilement, que toutes les differentes portions du plan incliné, prises entre les mêmes arcs du Solide, & pour ainsi dire entre les mêmes Meridiens, sont toûjours entre elles comme les ordonnées de la Courbe qui leur répondent. Or ces ordonnées expriment les vîtesses acquises, & les portions du plan incliné sont les espaces parcourus en vertu de ces vîtesses, donc les espaces sont toûjours comme les vîtesses, donc differens espaces sont parcourus dans les mêmes temps.

Dans la Machine du P. Sebastien, tous les angles du plan incliné, & des arcs de la Courbe, étoient à peu près droits, ce qui suffisoit pour l'égalité sensible du temps des chutes.

M. Varignon trouve aisément que dans sa Machine générale, la longueur du plan incliné sera toûjours à celle de la Courbe generatrice, comme le Sinus total au Sinus de complement de l'angle toûjours constant de ce plan incliné.

MEssieurs des Billettes & Jaugeon, ont continué leurs Descriptions de l'Art de l'Impression, & des Arts qui y servent.

Pour hâter l'entreprise generale de la Description des Arts, M. l'Abbé Bignon a chargé M. Carré de décrire tous les Instrumens de Musique, dont on fait usage en France, & qui sont au nombre de plus de 60. Il les partage en trois Classes. 1. Les Instrumens à cordes, tels que sont le Clavecin, l'Epinette, le Manicordion, le Lut, le Theorbe, la Harpe, la Guitarre, la Basse & le Dessus de Viole, l'Archiviole, la Lyre, le Violon, la Poche, le Rebec,

bec, le Siſtre, la Pandore, l'Angelique, la Conſonante, la Demoiſelle, la Vielle, le Tympanon, le Pſalterion, la Trompette marine, &c. 2. Les Inſtrumens à vent, comme les Orgues, la Trompette, la Saquebute, ou Trompette harmonique, le Cor de chaſſe, le Clairon, le Cromorne, le Serpent, le Cornet à Bouquin, le Hautbois, le Flageolet, la Flûte traverſiere, ou Flûte Allemande, le Fifre, la Muſette, la Cornemuſe, la Sourdeline, l'Inſtrument à Pan, &c. 3. Les Inſtrumens à percuſſion, les Tambours, les Tymbales, les Caſtagnettes, les Orgues de Barbarie, les Cloches, le Claquebois, la Trompette d'acier, &c.

Pour conduire avec plus d'ordre une ſi grande entrepriſe, M. Carré a commencé par une Theorie generale du Son, qu'il appliquera à chaque Inſtrument en particulier, après en avoir décrit la conſtruction & la fabrique. Il choiſira pout cette deſcription l'Inſtrument le plus parfait qu'il pourra trouver en chaque eſpece, & entrera dans tous les détails qu'on auroit beſoin de connoître pour en faire un pareil.

Il a commencé par le Clavecin, parce qu'il eſt d'un grand uſage, & le plus parfait des Inſtrumens à cordes. Il n'en a oublié aucune partie, ſoit grande, ſoit petite, il a pris même juſqu'au diametre des Cordes, en ſorte que ſur cette deſcription, un homme qui ſçauroit ſeulement manier la Varlope & le Ciſeau, pourroit conſtruire un Clavecin excellent.

On a vû par là que le Clavecin eſt compoſé de près de 400 pieces. Celuy que M. Carré a décrit a 171 cordes, dont les œillets s'accrochent à 171 pointes. Ces cordes ſont attachées à 171 Chevilles, & arrêtées par 342 pointes qui ſont ſur les Chevalets. Les trois rangs de Sautereaux contiennent 1026 pieces, & les Claviers plus de 1000. &c.



MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES.

PAR L'ACADEMIE EN M. DCCII.

I.

UN Cabeſtan composé ou à Roüet, inventé par M. de la Madelaine, qui a cependant quelques inconveniens.

II.

Un autre Cabeſtan, preſque entierement ſemblable, proposé par M. de Bourges, & qui a les mêmes avantages, & les mêmes inconveniens.

III.

Une Machine proposée par M. du Mé, pour tirer les Vaiſſeaux à terre, qui a paru fort ingenieuſe, quoiqu'elle ait quelques difficultés conſiderables.

IV.

Les Rames tournantes de M. du Guet Ingenieur, dont il a été déja parlé dans l'Hiſt. de 1699.* Elles ont été approuvées en forme par l'Academie, & même M. de Chazelles donna le calcul de l'avantage qu'on en pouvoit tirer.*

* pag. 121.

* V. les M. pag. 104.

V.

Une Machine proposée par le Sieur Claude Gay pour l'élevation des Eaux, qui, quoiqu'elle ne ſoit pas nouvelle, & qu'elle ne puiſſe pas faire tout l'effet que l'Inventeur s'en promettoit, a paru meriter de l'approbation par la maniere dont elle étoit executée.

VI.

Une Machine de M. de la Garouste, utile principalement pour moüvoir des fardeaux d'une pesanteur fort extraordinaire.

VII.

Une nouvelle espece de Fenêtre de Menuiserie, garnie de ses Chassis à verre & à volets, qui peuvent servir de contrevents en se fermant aussi par dehors. Elle a été inventée par le Sieur Godefroy, Maître Menuisier de Roüen, & a paru trés-ingenieuse, & d'usage.

VIII.

Les Parapets tournans de M. de Barville, trés-ingenieusement imaginés, mais dont il étoit necessaire de faire des épreuves.

IX.

Une Machine de M. Martenot, pour faire remonter les bateaux, ingenieuse, mais de peu d'usage.

X.

Une Carabine brisée, de l'invention de M. de la Chaumette.

ELOGE DE FEU M. TUILLIER.

ADrien Tuillier, fils de M. Tuillier Docteur Regent de la Faculté de Medecine de Paris, né le 10 Janvier 1674, fut destiné d'abord au Barreau, & commença à s'y distinguer dès l'âge de 22 ans, mais une inclination naturelle pour la Physique lui fit quitter cette profession. Il étudia en Medecine, & fut reçû à 26 ans Docteur Regent avec applaudissement.

Il entra à l'Academie en 1699, en qualité d'Eleve de M. Bourdelin, & comme M. Lemery succeda à M. Bourdelin dans la place d'Academicien Pensionnaire, il eut aussi M. Tuillier pour Eleve.

En 1702. il fut envoyé pour être Medecin de l'Hôpital de Keyservert, & comme le Siege de cette place fut fort long par la vigoureuse défense de M. le Marquis de Blainville, M. Tuillier eut tant de Malades & de Blessés à voir, qu'il succomba à la fatigue, & mourut le 2. Juin d'une fiévre continuë maligne.

La place d'Eleve de M. Lémery vacante par sa mort, fut remplie naturellement par M. Lémery le fils, qui étoit auparavant Eleve de M. Tournefort, & M. Tournefort prit pour le sien M. Chomel Docteur Regent de la Faculté de Medecine de Paris.

F I N.

AVERTISSEMENT.

On a inseré par mégarde dans le Volume des Memoires de 1701. page 112. *une figure qui dépend d'une Piece qui est dans les Memoires de* 1702. *& qui y doit être placée page* 119.

Page 113. *ligne* 27. Année de la Centiéme Olimpiade. *lisez* Année de la Cent-uniéme Olimpiade.

MEMOIRES

MEMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIREZ DES REGISTRES de l'Academie Royale des Sciences.

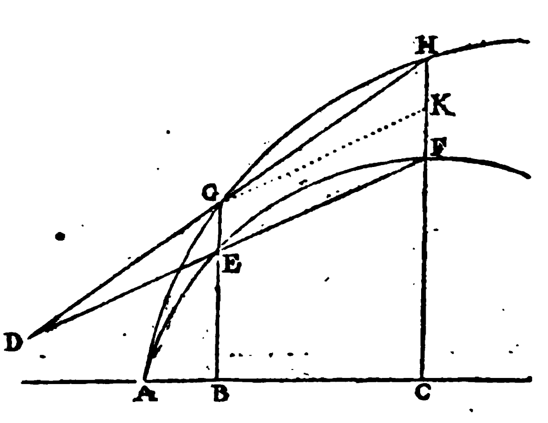
De l'Année M. DCCII.

ESSAY D'UNE METHODE Pour trouver les Touchantes des Courbes mécaniques sans supposer aucune grandeur indéfiniment petite.

PAR M. TSCHIRNHAUS.

SOIT une Courbe quelconque *AEF*, dont 1702.
les appliquées *BE*, *CF*, &c soient prolon- 7. Janvier.
gées vers *G*, *H*, &c. de maniere que le Cube de chacun de leurs prolongemens *EG*, *FH*, &c. se trouve partout égal au produit de l'arc correspondant *AE*, *AEF*, &c. par le quarré d'une ligne droite donnée : On demande les Tangentes de la Courbe *AGH* qui passera par

les extrêmités G, H, &c. de ces prolongemens.



SOLUT. Soient menées les droites HG & FE, lesquelles se rencontrent en D, & qui coupent les Courbes AGH & AEF en des points H, F, & G, E, qui se trouvent sur deux de leurs ordonnées communes CH & BG. Soient de plus les arcs $AF = x$, $AEF = v$; les droites $GE = y$, $FH = z$, $DF = t$, & la droite donnée $= a$. Soit enfin GK parallele à la droite EF.

Cela fait, l'on aura l'arc $EF = v - x$; la nature de la Courbe AGH donnera $aax = y^3$, $aav = z^3$; d'où résultent $x = \frac{y^3}{aa}$, $v = \frac{z^3}{aa}$; Et les triangles semblables HFD, HKG, donneront aussi $HF (z)$. $FD (t)$ :: HK $(z - y)$. GK ou $EF = \frac{zt - yt}{z}$. Mais lorsque (par le mouvemen de CH vers BG) les droites DF, DH, cesseront de couper les Courbes AEF & AGH, elles les toucheront en G & en E, & l'arc EF se trouvera égal à sa corde EF; ce qui donnera $v - x = \frac{zt - yt}{z}$, ou $\frac{z^3 - y^3}{aa} = \frac{zt - yt}{z}$: De sorte qu'en divisant le tout par $z - y$, l'on aura $\frac{zz + yz + yy}{aa} = \frac{t}{z}$, ou $t = \frac{z^3 + yzz + yyz}{aa}$. Donc ayant aussi pour lors $y = z$, l'on aura enfin $t = \frac{3y^3}{aa} = \frac{3aax}{aa} = 3x$; ce qui est une formule qui satisfait à une infinité de Courbes, en ce que la nature de la Courbe donnée AEF, n'y est point encore entree. Ainsi l'on voit en general que si DE étoit la tangente en E de cette Courbe donnée AEF, & qu'on prît cette tangente ED égale au triple de l'arc cor-

respondant AE, la droite GD feroit de même une touchante de la Courbe AGH en son point G.

On voit aussi que si au lieu de la Courbe AEF, on prend la droite ABC, cette tangente GD se trouvera pour lors celle d'une Parabole cubique, en laquelle cette hypothese change la Courbe AGH.

Mais si l'on suppose que la nature de la Courbe donnée AEF soit d'avoir partout chacun de ses arcs AE égal à la droite EG correspondante ; c'est-à-dire, $AE = GE$, $AF = FH$, &c. Alors ayant $x = y$, & $v = z$, l'on aura aussi l'arc EF $(v - x) = z - y = \frac{zt - yt}{z} =$ à la corde EF : De sorte qu'en divisant le tout par $z - y$, l'on aura $1 = \frac{t}{z}$, ou $z = t$.

De cette maniere on pourra trouver les touchantes non seulement des Cycloïdes telles que doit être icy AGH en prenant la Courbe AEF pour un cercle ; mais encore d'une infinité d'autres Courbes AGH, en prenant AEF pour telle Courbe qu'on voudra, quelque composition qu'on imagine dans la formation de celle-là ; & cela, sans y employer aucune grandeur indéfiniment petite. Ce qui servira à former des Theorêmes trés-generaux.

OBSERVATIONS

Sur la quantité de pluie qui est tombée à l'Observatoire Royal pendant l'Année 1701, avec quelques remarques sur le Thermométre & sur le Barometre.

PAR M. DE LA HIRE.

L'Année derniere 1701. a paru extraordinaire pour la grande sécheresse qu'il a fait au Printems ; cependant en general c'est une des plus pluvieuses que nous ayons euës il y ait long-tems. 1702. 7. Janvier.

Car dans les mois

de	Il eſt tombé d'eau,	*Lignes.*
Janvier		17 $\frac{1}{2}$
Fevrier		19 $\frac{3}{4}$
Mars		22
Avril		1
May		20 $\frac{1}{2}$
Juin		38 $\frac{1}{2}$
Juillet		27 $\frac{1}{4}$
Aouſt		45
Septembre		10
Octobre		24 $\frac{3}{4}$
Novembre		19 $\frac{1}{4}$
Decembre		10 $\frac{3}{4}$
	Somme	256 $\frac{1}{4}$

ou bien 21 pouces 4 lignes $\frac{1}{4}$

On voit par-là qu'il n'a point plu dant tout le mois d'Avril ; & c'eſt ce qui auroit pû rendre l'année trés-infertile, ſi la terre n'avoit été fort humectée par les pluies des trois mois precedens. Car les neiges qui tombent ordinairement pendant tout l'hyver, & qui demeurent ſur la terre dans cette ſaiſon, ne la pénetrent preſque point, & il en faudroit une trés-grande quantité pour fournir autant d'eau qu'il en eſt tombé pendant les trois premiers mois de cette année ; car les 5 pouces d'eau de ces mois auroient dû être fournis par deux piés & demi de neige, ce qui auroit été fort extraordinaire, ſans compter que la plus grande partie de la neige ſe ſeche avant que d'être fonduë, ſurtout dans l'hyver quand l'air eſt fort ſec, & c'eſt ce qui ne peut arriver à l'eau qui eſt entré dans la terre, & qui l'a penetrée fort avant.

Les trois mois de Juin, Juillet & Aouſt ont fourni à l'ordinaire preſqu'autant d'eau que le reſte de toute l'année ; mais ces grandes pluïes d'eſté ſe diſſipent fort promtement par la grande chaleur de l'air, & par la ſechereſſe de la terre.

Pour le froid il n'a pas été considerable, car à peine a-t-il gelé. Mon Thermometre marque le commencement de la gelée quand il est à 30 degrés de hauteur, & il n'est descendu au plus bas qu'à 28 $\frac{1}{2}$, au lieu que dans le grand froid, tel qu'il est quelquefois dans ce païs-cy, il descend jusqu'à 7 degrés, comme il étoit le 7. Fevrier 1695.

Vers la fin de Janvier & le commencement de Fevrier de cette année 1701, qui sont les temps où il fait le plus froid, mon Thermometre a été souvent à 40 degrés, ce qui n'est pas fort éloigné de l'état moyen de l'air, comme je l'ay reconnu, ayant laissé autrefois le même Thermometre dans le fond de la cave de l'Observatoire pendant quelques jours, où la liqueur s'est toûjours maintenuë à 48 degrés. On peut aussi remarquer que le dernier jour de Novembre la chaleur a été aussi grande que le 12[e] jour de Juin.

Les chaleurs des mois de Juillet & d'Aoust ont été extraordinaires; car ce même Thermometre est monté assez souvent à 65 degrés, & le premier jour de Septembre il a été au plus haut à 65 degrés $\frac{1}{2}$. Ce Thermometre est toûjours exposé à l'air, mais dans un endroit fort à l'abri où le vent ni le Soleil ne donnent point, & toutes les observations que j'y fais sont toûjours vers le lever du Soleil, qui est le tems de la journée où l'air est le plus froid: car le tems où il est le plus chaud, c'est ordinairement à 3 heures après midy. C'est pourquoy pour reconnoître la plus grande chaleur de l'air dans un endroit où le Soleil ne donne pas, j'ay observé que mon Thermometre étoit monté à 77 degrés $\frac{1}{2}$ avec un vent fort Sud-Est le 17 du mois d'Aoust à 3 heures $\frac{1}{2}$ après midy, ce qui est une marque d'une extrême chaleur. Ce Thermometre est fort long, & peut être exposé au grand Soleil d'esté sans que la liqueur monte au haut du tuyau, afin de pouvoir y marquer plus facilement les degrés de froid & de chaleur, même quand il est exposé au Soleil.

On peut conclure de-là que le froid de l'air de ces païs-cy est en general plus grand que la chaleur dans l'absence

tement, en comparant ses observatious avec celles qui resultent à Paris du calcul corrigé par les observations que l'on y a faites avant & après.

Observations faites à Smirne.

Observation de l'Occultation d'Aldebaram par la Lune à Smirne, le 3 Octobre 1700.

à 1h	24′	19″	du matin Immersion d'Aldebaram dans la Lune.
2	46	44	Emersion d'Aldebaram.
1	22	25	Durée de l'Eclipse d'Aldebaram par la Lune.
			Le 11 Octobre.
à 7	54	38	du soir Emersion du 1r Satellite de l'ombre de Jupiter observée à Smirne.
6	14	39	Emersion à Paris tirée du calcul corrigé.
1	39	59	Difference des Meridiens dont Smirne est plus Oriental que Paris.

La hauteur du Pole de Smirne tirée des hauteurs Mediennes du Soleil fut determinée

Le 5 Octobre de	38d	28′	0″
Le 6 de	38	28	31
Le 7 de	38	27	38
Le 8 de	38	27	45
Le 13 de	38	27	50
Le 20 de	38	28	5
Le 25 de	38	28	16
& le 27 de	38	27	47

L'on peut en prenant un milieu entre ces observations determiner la hauteur du Pole de Smirne de 38 28 0

Le 28 Octobre le P. Feüillée appliqua sa boussole à une ligne qu'il avoit tracée par l'ombre d'une soye fort déliée au vray midy de son horloge, & il trouva la variation de l'égu ille Nord Oüest de 10d 43′ 0″.

Le P. Feüillée en allant de Smirne à Thessalonique à la hauteur du cap Calabourno à 10 milles au Sud Est de cette ville, observa l'Eclipse de Lune qui arriva le 22 Fevrier 1701.

à

à 11^h 53′ 50″ Commencement de l'Eclipse par une petite pendule qu'il tâcha de verifier le jour suivant après qu'il fut debarqué.
2 13 40 Fin de l'Eclipse.
2 20 10 Durée totale.

La fin de cette Eclipse tirée de l'observation que nous en avons faite à Collioure, a dû arriver à Paris le 23 au matin à 0^h 33′ 57″ ce qui donne la difference de 1^h 39′ 43″. Cette difference ne s'accorde point à celle qui resulte par les Satellites de Jupiter, comme on le verra dans la suite, aussi ne la donne-t-il pas pour exacte.

Observations faites à Thessalonique.

Le 26. Avril 1701.

à 4^h 23′ 3″ du matin Immersion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.
2 59 51 Immersion à Paris par le calcul corrigé.
2 23 12 Difference des Meridiens dont Thessalonique est plus Oriental que Paris.

La hauteur du Pole de Thessalonique tirée des hauteurs Meridiennes du Soleil a été determinée

Le 7 Mars de	40^h	42′	7″
Le 8 de	40	40	33
Le 13 de	40	41	19
Le 22 de	40	41	18
Le 23 de	40	41	23
Le 24 de	40	40	56
Le 9 Avril de	40	40	54
Le 25 de	40	41	15
Le 26 de	40	40	39
Donc la hauteur du Pole de Smirne est de	40^d	41	10

La declinaison de l'Eguille aimantee fut trouvée a Thessalonique Nord Ouest quelquefois de 11^d 45′
& d'autres fois de 12^d 20′

Observations faites au Mile dans l'Archipel.

Le 4 Juin 1701.

à 2h 55' 46" au matin Immersion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.
1 25 6 Immersion à Paris par le calcul corrigé.
1 30 40 Difference des Meridiens dont le Mile est plus Oriental que Paris.

La hauteur du Pole du Mile tirée des hauteurs Meridiennes du Soleil fut determinée

Le 31 May de	36h	41'	30"
Le 2 Juin de	36	40	17
& le 3	36	41	22
Donc hauteur du Pole du Mile	36	41	0

La declinaison de l'Eguille aimantée fut trouvée au Mile Nord-Oüest de 11 45 0

Observations faites dans l'Isle de Candie à la Canée.

Le 20 Juin 1701.

à 1h 6' 21" au matin Immersion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.
11 39 11 le 19 au soir Immersion à Paris par le calcul corrigé.
1 27 10 Difference des Meridiens dont la Canée est plus Orientale que Paris.

Le 27 Juin.

à 2 58 45 au matin Immersion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.
1 30 56 Immersion à Paris par le calcul corrigé.
1 27 49 Difference des Meridiens dont la Canée est plus Orientale que Paris.

En prenant un milieu entre les differences des Meridiens qui resultent des observations du 20 & 27 Juin, l'on aura

1 27 30 Difference des Meridiens dont la Canée est plus Orientale que Paris.

La hauteur du Pole de Canée tirée des observations meridiennes du Soleil a été determinée,

Le 18 Juin de	35^h	$29'$	$18''$
Le 19 de	35	28	49
Le 23 de	35	28	20
Le 28 de	35	28	39
Donc hauteur du Pole de la Canée	35	28	45

La declinaison de l'Eguille aimantée fut trouvée à la Canée Nord Oüest de 11^d 45 0

A Candie dans la Maison des Capucins.

Le 5 Juillet 1701.

à 11^h 24' 5" au soir Immersion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.

9 52 13 Immersion à Paris par le calcul corrigé.

1 31 52 Difference des Meridiens dont la ville de Candie est plus Orientale que Paris.

La hauteur du Pole de Candie tirée des observations Meridiennes du Soleil fut determinée

Le 5 Juillet de	35	18	27
Le 6 de	35	18	39
& le 7 de	35	19	4
Donc hauteur du Pole de la ville de Candie	35	18	45

Observations faites à Tripoly sur la côte d'Afrique.

Le 28 Juillet 1701.

à 10 44 12 au soir Immersion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.

10 1 11 Immersion à Paris par le calcul corrigé.

43 1 Difference des Meridiens dont Tripoly est plus Orientale que Paris.

La hauteur du Pole de Tripoly tirée des observations de la hauteur Meridienne du Soleil fut trouvée

Le 27 de	32	54	1
Le 28 de	32	55	22

Le 29 de	32	53	34
Donc hauteur du Pole de Tripoly	32	53	40

La declinaison de l'Eguille aimantée fut trouvée à Tripoly Nord-Oüest de $7^d\ 20'\ 0''$.

Le P. Feüillée en allant de Porte-Farine à Tunis, fut insulté par une troupe de Noirs, qui le pillerent & luy prirent entr'autres choses sa pendule ; ce qui l'obligea de revenir sur ses pas ; & de s'en retourner en France sans pouvoir achever les observations qu'il avoit dessein de faire à Tunis, à Alger & sur la côte de l'Afrique, pour determiner la largeur de la Mediterranée, & la veritable position de ces villes.

Les observations des Satellites de Jupiter ont été faites avec une bonne lunette de 15 pieds, & les hauteurs Meridiennes du Soleil ont été prises avec un anneau Astronomique de 18 pouces de diametre que le P. Feüillée avoit fait faire à Marseille. Il a toûjours eu égard à l'ouverture par où passe l'image du Soleil ; qu'il a retirée lorsqu'il a observé le bord superieur & ajoûtée au bord inferieur, & il n'a rien negligé de ce qui pouvoit contribuer à rendre ses observations plus exactes.

Les observations du P. Feüillée jointes à celles que M. Chazelles de l'Academie Royale des Sciences a faites dans son voyage de Levant, determinent les principaux endroits de la côte de la Mediteranée qui est à l'Orient de la France, la longueur de l'Asie mineure depuis Alexandrette jusqu'à Smirne, la largeur de l'Archipel depuis Smirne jusqu'à Thessalonique.

Il y a aussi à remarquer dans les latitudes que le P. Feüillée a observées, que presque tous les Geographes marquent la Canée plus Meridionale que la ville de Candie, au lieu que le P. Feüillée l'a trouvée plus Septentrionale de 10 minutes. Ptolomée determine la latitude de Candie de 35 15 & celle de Canée 35' 0", & selon le P. Feüillée celle de Candie est de $35^d\ 18'\ 45''$ & celle de Canée de 35 28 45, ce qui sur la difference en longitude entre ces deux villes que l'on a determinée d'un degré & 6 minutes, doit changer

considerablement la situation de l'Isle de Candie.

La latitude de Smirne est assez conforme à celle de Ptolomée, celle de Thessalonique est plus grande de 20 minutes que celle que Ptolomée luy donne, & plus petite que celle que les Geographes modernes luy attribüent, dont il y en a qui la font considerablement plus grande.

Voicy quelques observations des Satellites de Jupiter faites pendant l'année 1701 à Pau capitale de Bearn, rapportées dans les Memoires de Trevoux du mois de Novembre & Decembre 1701 ; & à S. Paul Trois-Châteaux en Dauphiné par le R. P. de Laval Jesuite, qui serviront à déterminer plus exactement la longitude du Mile & de Tripoly.

Le 29 Aoust 1701, à Pau.

à 8h	44′	40″	au soir Emersion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter.
8	54	34	Emersion observée à l'Observatoire de Paris.
	9	54	Difference des Meridiens dont Pau est plus Occidental que Paris.

Le 13 Septembre.

à 0	8	2	matin Emersion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter.
	48	0	Emersion observée à Paris.
	9	58	Difference des Meridiens dont Pau est plus Oriental que Paris.

Le 14 Septembre.

à 7	8	16	du soir Emersion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter observée à Pau.
7	17	41	Emersion observée à Paris.
	9	25	Difference des Meridiens dont Pau est plus Occidental que Paris.

Le 28 Septembre.

à 11	2	45	du soir Emersion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter observée à Pau.
11	11	30	Emersion observée à Paris.
	8	45	Difference des Meridiens dont Pau est plus Occidental que Paris.

Le 30 Septembre.

à 7 39 20 du soir Emersion du second Satellite de l'ombre de Jupiter observée à Pau.
7 47 45 Emersion observée à Paris.
8 25 Difference des Meridiens dont Pau est plus Occidental que Paris.

Les deux premieres Observations s'accordent mieux ensemble que les 3 suivantes, dont il y en a une du 2 Satellite de Jupiter, qui par consequent n'est pas si exacte. L'on pourra donc déterminer la difference des Meridiens entre Pau & l'Observatoire de Paris de 9′ 56″ de temps.

Le 4 Juin.

à 1 15 10 au matin Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter observée à Pau.
2 55 46 Immersion observée au Mile dans l'Archipel.
1 40 36 Difference des Meridiens dont le Mile est plus Oriental que Paris.

Mais l'on vient de déterminer par les Observations faites à Paris & à Pau la difference des Meridiens entre ces deux villes de 9′ 56″ de temps dont Pau est plus à l'Occident, l'on aura donc

1ʰ 30′ 40″ Difference des Meridiens dont le Mile est plus Oriental que Paris, precisément de même qu'on l'a trouvé par l'Immersion tirée du calcul corrigé.

Le 12 Juillet à S. Paul Trois-Châteaux.

à 11 55 55 du soir Immersion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter observée à S. Paul Trois-Châteaux.
11 45 10 Immersion observée à Paris.
10 45 Difference des Meridiens dont S. Paul Trois-Châteaux est plus Oriental que Paris.

Le 20 Juillet.

à 1 48 55 au matin Immersion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter observée à S. Paul 3 Chât.
1 38 35 Immersion observée à Paris.
10 20 Difference des Meridiens dont S. Paul Trois-Châteaux est plus Oriental que Paris.

En prenant un milieu entre ces differences, l'on aura
10' 32" Difference des Meridiens dont S. Paul Trois-Châteaux est plus Oriental que Paris.

Le 28 Juillet.

à 10 10 0 au soir Immersion du 1 Satellite observée à S. Paul Trois-Châteaux.

44 12 Immersion observée à Tripoly.

34 12 Difference des Meridiens dont Tripoly est plus Oriental que S. Paul Trois Châteaux.

Mais l'on vient de trouver que S. Paul Trois-Châteaux est plus Oriental que Paris de 10' 32", l'on aura donc

0h 44' 44" Difference des Meridiens dont Tripoly est plus Oriental que Paris. Cette difference excede celle que l'on a determinée par l'Immersion tirée du calcul corrigé, & paroît être la plus exacte, ayant été determinée par des observations immediates.

COMPARAISON DES MESURES *Itineraires anciennes avec les modernes.*

PAR M. CASSINI.

COmme la description de toute la Terre se fait par les dimensions qu'on a prises en divers lieux & en divers temps tant dans le Ciel que dans la Terre, & que les mesures de la Terre se determinent diversement par divers peuples, & changent avec le temps; rien n'est plus important dans la Geographie que de sçavoir le rapport des mesures Itineraires dont les anciens Geographes se sont servis dans la description d'un païs avec les mesures modernes. 1702. 28. Janvier.

Les mesures Itineraires sont quelquefois differentes de celles dont on se sert dans le commerce, & de celles dont on se sert dans l'Architecture. On tombe dans de grandes erreurs quand on les employe indifferemment dans la Geographie.

Mesures de la distance de Narbonne à Nîmes.

Dans le dernier voyage que nous avons fait par ordre du Roy en diverses Provinces de France, nous avons comparé les distances que nous avons trouvées entre les Villes anciennes & celles des mêmes Villes rapportées par les anciens Geographes. Nous en rapporterons icy quelques exemples. La distance de Narbonne à Nîmes par nos dimensions est de 67500 toises de Paris.

Strabon met de Narbonne à Nîmes 88 mille; le chemin d'une de ces Villes à l'autre est assez droit, & il y a peu de reduction à faire. Distribuant 67500 toises à 88 milles, il en vient à chacune 767 $\frac{1}{22}$ Nous negligeons cette petite fraction, parce que nous ne pouvons pas pretendre d'avoir precisément les mêmes termes de ces deux Villes qui furent pris par les anciens. Chaque pas étoit de 5 pieds, & le mille de 5000 pieds, le pied se divisant en 12 pouces. La toise est de 6 pieds de Paris, donc 767 toises font 4602 pieds. Negligeant deux pieds dans un si grand nombre, dont il est difficile de s'assurer dans la pratique, pour avoir un compte rond, 4600 pieds de Paris seront égaux à 5000 pieds Geographiques anciens, qui sont comme 46 à 50, ou 23 à 25.

Ainsi le pied de Paris de 12 pouces sera égal à un pied ancien & un pouce, & $\frac{1}{23}$ de pouce de l'ancien & le pied ancien sera égal à 11 pouces & $\frac{1}{25}$ du pied de Paris. Si l'on suppose le mille ancien de 764 toises, il sera plus petit de 3 toises que par cette comparaison, & le pied Geographique ancien sera au pied de Paris précisément comme 11 à 12. Il faut voir presentement si les autres Geographes anciens s'accordent dans cette mesure avec Strabon.

Par l'Itineraire d'Antonin on compte une fois entre Nîmes & Narbonne 87 milles, une autre fois 91; la dimension de Strabon est entre les deux. Par la Table ancienne de Peutinger on en compte 95 Nous préferons les dimensions de Strabon, qui vivoit du temps d'Auguste & de Tibere.

bere, les dimenſions des grands chemins ayant été faites alors avec ſoin. Nous avons neanmoins examiné leſquelles de ces meſures s'accordent plus avec d'autres qui ont été priſes en Italie tant au temps des Romains qu'à nôtre temps.

Meſures de la diſtance de Bologne à Modene.

L'Itineraire d'Antonin marque pluſieurs fois la diſtance de Bologne à Modene, & la fait toûjours de 25 milles. La Table de Peutinger la fait auſſi de 25 milles.

Ces deux Villes ſont traverſées par la voye Emilie, qui dans cet intervalle étoit droite. Le Fort Urbain qu'on y a bâti deſſus la fait preſentement détourner un peu. Mais nous nous ſervirons de la même qui a été priſe par le moyen des triangles en ligne droite.

Les PP. Riccioli & Grimaldi ont pris avec ſoin la diſtance entre les Tours qui ſont au milieu de ces deux Villes d'une grande hauteur. J'ay aſſiſté à quelques unes des obſervations qu'ils y ont faites à Bologne, & je ſuis allé reconnoître leurs ſtations à Modene. Ils trouverent la diſtance entre ces deux Tours de 19666 pas de Bologne, qui ſont chacun de 5 pieds. Le pied de Bologne tiré du même original d'où le P. Riccioli prit le ſien, comparé au pied de Paris par nous-mêmes, eſt au pied de Paris comme 701 à 600. Ainſi 600 pieds de Bologne ſont égaux à 701 pieds de Paris. Le pas de Bologne eſt de 5 pieds de Bologne, & la toiſe de Paris de 6 pieds de Paris: Diviſant 600 pieds par 5, on aura 120; & les multipliant par 6, on aura 720 pas de Bologne égaux à 701 toiſes de Paris.

Or comme 720 & à 701, ainſi 19666 pas de Bologne eſt à 19147 toiſes de Paris, qui eſt la diſtance de Bologne à Modene par la dimenſion du P. Riccioli & Grimaldi reduite en toiſes. Mais cette diſtance par l'accord des Itineraires anciens eſt de 25 milles anciens: Diviſant donc 19147 toiſes par 25 milles, on aura 766 toiſes pour un mille à une toiſe près de 767, que nous avons trouvées cy-deſſus par la

comparaison de la distance entre Nîmes & Narbonne donnée par Strabon, avec celles que nous avons determinées par nos observations.

Recherche de la situation du Temple de Venus Pirenée.

Nous nous sommes servis de cette mesure des milles anciens pour trouver l'endroit où étoit anciennement le Temple de Venus Pirenée, que Strabon met au confin de la Gaule Narbonnoise avec l'Espagne éloigné de Narbonne de 63 milles. Cette distance en raison de 767 toises pour mille, suivant la dimension tirée de celle de Narbonne à Nîmes, seroit de 48321 toises. Quoique l'étimologie marque que Port-Vendre est le Port de Venus, comme le Vendredy est le jour de Venus, cette distance ne se rapporte point à celle de Port-Vendre, qui est près de Colioure. Il se pourroit faire que le Port de Venus fût éloigné du Temple de Venus, ou qu'il y ait eu deux Ports de ce côté-là peu éloignez l'un de l'autre qui eussent le même nom. Il y avoit un autre Port-Vendre appellé presentement l'Etang de Vendre proche de Narbonne. La distance qui est entre Port-Vendre qui est près de Colioure & Narbonne, suivant nôtre dimension, est de 41000 toises plus petite que celle que nous venons de trouver de 7321 toises.

A la distance de Narbonne de 48300 toises il y a la Selve, où est un Port capable d'un bon nombre de Galeres, avec une Tour qui en défend le moüillage. Il est plus grand que Port-Vendre près de Colioure, & il est situé dans le côté Septentrional du Cap-Creux, qui est le celebre Promontoire Aphroditique, que Strabon appelle aussi Promontoire Pirenée.

Mela dit qu'entre les Promontoires formez par les Pirenées, il y a le Port de Venus celebre à cause du Temple; ce qui se pourroit entendre aussi bien de l'un que de l'autre Port. Pline met le Temple de Venus Pirenée éloigné du fleuve *Tichis* presentement Ter en Catalogne de XL milles. Cette distance est sans doute trop grande, &

presque le double de celle qui vient de la comparaison precedente.

Monsieur de Marca au lieu de XL, lit XI, supposant que I a été changé en L; mais cette distance est trop petite & ne convient pas même à la distance d'entre le Tech & Port-Vendre près de Colioure, qui n'est que de 5500 toises un peu plus de 7 milles. Il y a apparence qu'au lieu de XL milles il faut lire XX milles, & que le dernier X a été changé en L. Ainsi le Port de Venus sera le Port de la Selva.

Mesures des Stades en France.

Strabon met la distance entre le Temple de Venus Pirenée & l'embouchure du Var, qu'il donne pour les deux termes de la France de 277 milles. Il dit qu'à cette même distance on compte 2600 stades, & que d'autres y ajoûtent encore 200 stades qui feroient en tout 2800 stades.

On voit par-là combien est differente la proportion des milles aux stades. En partageant ces deux nombres de stades par 277 milles, le premier nombre donne 9 stades & un peu plus d'un tiers pour mille, & le second 10 stades & plus d'un neuviéme pour mille. Quoique d'ailleurs Strabon & les autres ne donnent communément que 8 stades à un mille, cette comparaison pourtant montre qu'on ne sçauroit donner icy moins de 9 stades à un mille. Divisant 765 toises qui font un mille ancien par 9, on aura un stade en France de 85 toises, qui font 510 pieds de Paris. Herodote fait les stades de 600 pieds; le pied d'Herodote seroit donc au pied de Paris comme 51 à 60, supposant le stade d'Herodote égal au stade de France.

Mesures des Piramides d'Egypte en pieds & en stades.

Herodote fait la largeur de la plus grande Piramide d'Egypte dans la base de 800 pieds, & par consequent d'un stade & un tiers; & comme 60 est à 51, ainsi 800 est à 680 pieds de Paris pour la largeur de la Piramide à la base. En

raiſon de 9 ſtades par mille dont chacun a 510 pieds, cette baſe auroit un ſtade & un tiers comme par la dimenſion d'Herodote. Monſieur Chazelles meſura actuellement la baſe de cette Piramide par un cordeau, & la trouva de 690 pieds par un terrain inégal élevé par le milieu, d'où il dit qu'il faut ôter quelque choſe pour avoir la baſe juſte. Si on en ôte 10 pieds, on aura la largeur de la baſe de 680 pieds de Paris, comme nous l'avons calculée cy-deſſus.

Monſieur Gemelli qui a fait depuis peu le tour du monde, rapporte les meſures de cette Piramide, où il fut l'an 1693, comme il les eût du Pere Fulgence de Tours Capucin Mathematicien, qui trouva la largeur de cette Piramide de chaque côté de 682 pieds de Paris, ce qui s'accorde à la meſure que nous venons de trouver en raiſon de 9 ſtades pour mille. Les meſures qu'il en donne s'accordent avec celles que M. Jeaugeon a euës de M. de Nointel Ambaſſadeur du Roy à la Porte, & qu'il a communiquées à l'Academie. Il y a lieu de s'étonner que M. Graves Mathematicien Anglois dans ſa Piramidographie ait trouvé la baſe de cette grande Piramide meſurée par les triangles de 683 pieds Anglois; qui ſont au pied de Paris comme 15 à 16. A cette proportion ayant ſuppoſé la largeur de la Piramide de 680 pieds de Paris, il faudroit qu'elle fût de 725 pieds d'Angleterre; d'où l'on peut voir les differences qu'il y a entre les meſures de la même grandeur priſes par diverſes perſonnes, & réduites au même pied.

Strabon même dont nous avons comparé les meſures priſes en France avec les nôtres, qui fut en Egypte avec Ælius Gallus vers l'époque de J. C. fait la largeur de cette Piramide d'un ſtade. Il fait donc icy le ſtade plus grand d'un tiers que Herodote, & que les Geographes dont il a tiré les dimenſions des côtes Meridionales de la France.

Diodore de Sicile qui fut en Egypte 60 ans avant l'époque de J. C. dit que la plus grande Piramide avoit chaque côté dans ſa partie inferieure de ſept arpens; ſix arpens font un ſtade ſuivant Herodote: donc chaque côté de la baſe de la Piramide étoit d'un ſtade & un ſixiéme. Nous

avons donc trois differentes dimenſions de la Piramide en ſtades, une d'un ſtade juſte, une d'un ſtade & un ſixiéme, & une d'un ſtade & demi. La meſure des ſtades étoit donc auſſi differente & auſſi équivoque parmi les anciens, que la meſure des milles & des lieuës parmi les modernes. La meſure des milles étoit plus uniforme, comme nous avons trouvé par la comparaiſon des mêmes diſtances priſes en France & en Italie par les anciens & par les modernes. Nous avons tiré de cette comparaiſon une concluſion qui n'eſt pas de peu d'importance, qui eſt que le pied moderne de Rome d'un palme & un tiers, eſt égal au pied ancien employé dans la meſure des diſtances des villes de France, & que l'un & l'autre eſt au pied de Paris comme 11 à 12, ayant negligé une petite fraction qui dans la pratique eſt inſenſible.

Mais le pied d'Herodote avec lequel il meſure la Piramide étant au pied de Paris comme 51 à 60 eſt égal à 10 pouces & 2 lignes & $\frac{2}{5}$ du pied de Paris. C'eſt un des grands pieds d'un homme d'une grande taille, & tel devoit être le pied d'Hercules avec lequel il meſura les ſtades pour les jeux Olympiques, leur donnant 600 de ſes pieds, qui font 100 pas ſuivant Herodote. Cet Auteur diviſe le pas en 6 pieds, comme nous diviſons la toiſe en ſix pieds de Roy. Il y a apparence qu'Eraſtotenes qui donnoit 700 ſtades à un degré de la circonference de la terre, l'ayant tiré de la diſtance d'Alexandrie à Sienne, ſe ſervît de ces ſtades d'Herodote. Ainſi un degré, ſuivant Eraſtotenes, ſeroit le produit de 85 toiſes par 700, qui fait 58500 toiſes. Cette meſure d'un degré eſt plus grande environ de la quarante-quatriéme partie de la nôtre.

Pline donne 883 pieds à la longueur de chaque côté de la baſe de la plus grande Piramide. Ce ne ſont pas de ces pieds de la meſure Itineraire, que nous avons trouvée par pluſieurs comparaiſons être au pied de Paris comme 11 à 12. Car à cette proportion la baſe qui a eté trouvée de 780 pieds de Paris, devoit être de 702 pieds de la meſure Itineraire ancienne, au lieu de 883 que Pline luy donne. Il

y a donc une difference de 181 pieds, qui fait plus de la quatriéme partie de 702. Cette mesure est donc au pied Itineraire ancien, que nous avons trouvé cy dessus être égal au pied Romain moderne, comme 12 à 15 & un peu plus, & n'excede que d'un 15me le palme Romain moderne, qui est au pied Romain comme 12 à 16. Il y a donc apparence que le pied de Pline fût un pied d'Architecte de mesure differente du pied & du palme Romain.

Il y a encore une difference plus considerable dans la mesure de la place quarrée qui reste au sommet de cette Piramide. Pline fait sa largeur de 25 pieds, Gemelli la rapporte de 16 pieds & deux tiers. A proportion des mesures de la base, comme 682 mesure de Gemelli est à 883 mesure de Pline, ainsi 16 pieds & deux tiers sont à 21 pieds & $\frac{2}{3}$, au lieu de 25 que Pline nous donne. Il y a une difference de 3 pieds & un tiers; on pourroit l'attribuer à la démolition de la croûte de marbre dont cette Piramide devoit être revêtuë du temps de Pline, comme les autres Piramides, dont une reste encore presentement revêtuë à la pointe, le reste ayant été demoli. L'epaisseur de cette croûte auroit été d'un pied & deux tiers de la mesure de Pline. Cette diminution à la base qui sera arrivée depuis le temps de Pline ne varie pas sensiblement la proportion de divers pieds que nous avons examinez, & n'accorde pas les differentes dimensions qu'on en donne.

S'il est si difficile d'accorder ensemble les mesures de la même base, qui subsiste toûjours sans variation sensible, & que l'on peut mesurer exactement sans difficulté, on peut juger combien il est difficile de s'assurer des distances des villes qui n'ont pas été mesurées actuellement, mais ont été determinées par l'estime grossiere du temps que l'on met ordinairement à aller de l'un à l'autre. Il faut neanmoins avoir les distances d'un lieu à deux autres dont la situation soit connuë pour determiner à leur égard la position du troisiéme par des triangles. Les erreurs inevitables se multiplient suivant la multitude des lieux, & il n'y reste de meilleure maniere de les corriger, que par les ob-

servations des astres faites dans les lieux fort éloignez les uns des autres.

Mesures dans l'usage des Pilotes.

Les Pilotes de la Mediterranée donnent 75 milles à un degré. Ceux de l'Ocean n'en donnent que 60. Les milles anciens d'Italie aux milles modernes sont comme 60 à 75; car les anciens donnent 25 milles à la distance de Bologne à Modene, & les modernes ne comptent que 20 milles d'une de ces deux villes à l'autre. Donc ceux de la Mediterranée se servent des milles anciens qui sont encore aujourd'huy en usage en diverses Provinces d'Italie, & ceux de l'Ocean se servent de milles modernes qui sont en usage en d'autres Provinces. La mesure moderne a cette commodité, qu'elle prend une minute pour mille, au lieu que l'ancienne donne à chaque minute un mille & un quart. On peut s'accommoder à l'usage des uns & des autres. Si l'on donne au pas ancien 5 pieds comme l'on fait en Italie, un degré de 75000 pas sera de 375000 pieds; & supposant le degré de circonference de la terre de 343000 pieds de Paris comme nous le trouvons à peu près, ce pied Italique ancien seroit au pied de Paris comme 343 à 375, ou comme 11 à 12 $\frac{1}{13}$; & si l'on donne au pas Italique moderne 6 pieds, le degré de 60 milles sera de 360000 pieds, le mille Italique moderne d'une minute sera de 6000 pieds, qui seront au pied de Paris comme 344 à 360, ou comme 44 à 45. S'il y a plus ou moins de pieds de Paris dans un degré, la proportion du pied de Paris au pied Italique sera un peu diverse, sans qu'il arrive aucune variation dans le nombre des pieds Italiques anciens ou modernes dans un degré. Car nous les tirons comme font les gens de mer de la division du degré par aproximation de ces mesures à celles de quelques païs d'Italie d'où ils ont pris le nom; quoique les pieds que nous appellons modernes approchent plus des pieds usuels de France que de ceux qui sont en usage dans la plus part des villes d'Italie. Nous en donnons 6 à un pas, com-

me faisoit Herodote contre la coûtume ancienne & moderne d'Italie, le rapprochant par cette maniere du pied de Paris, & imitant la division de la toise en 6 pieds, ayant vû que le pas de Bologne approche beaucoup plus de la toise de Paris, que le pied de Paris n'approche du pied de Bologne. Par cette maniere une minute de mille pas a 6000 pieds, une seconde a 100 pieds, comme un degre de 60 minutes a 60000 toises, qui sont des nombres tres-commodes dans l'usage, & faciles pour le calcul.

Des Mesures Trigonometriques.

Il faut remarquer que dans la Table Trigonometrique où le demi diametre du cercle est supposé divisé en 10 millions de parties, une minute aussi bien que son sinus & sa tagente qui ne different sensiblement dans un si petit arc est marqué de 2909 parties. Doublant le rayon & l'arc, on aura le demi diametre de 20 millions de parties, une minute de 5818 parties. Mais une minute est de 6000 pieds Geometriques, & 5818 est à 6000, comme 32 à 33. On peut donc établir un pied Trigonometrique qui sera au pied Geometrique ou Italique moderne comme 33 à 32. On peut trouver la proportion de ce pied à tout autre quand on a trouvé combien d'autres pieds entrent dans une minute d'un grand cercle de la terre. On peut enfin établir une brasse de 2 pieds Trigonometriques, dont il y aura 10 millions dans le demi-diametre de la terre ; ainsi tous les nombres de la Table seront autant de brasses Trigonometriques de deux pieds, dont il y en a 2909 dans une minute, & 48 & demie dans une seconde, comme l'on voit sans calcul à la teste de la Table. La troisiéme partie des nombres de la Table seront autant de toises Trigonometriques, dont il y en a 970. dans une minute, & 16 dans une seconde.

Ces mesures des pieds & des brasses Geometriques & Trigonometriques sont comme moyennes entre divers pieds & brasses qui sont establies de diverses nations. On les

les peut donc prendre pour mesures universelles invariables. Ainsi si l'on demande combien de milles, de pieds, ou de toises sont dans un arc déterminé de la circonference de la terre, on n'a qu'à prendre le nombre des minutes compris dans l'arc proposé pour le nombre des milles Geometriques, les multiplier par mille, pour avoir le nombre des pas ou des toises Geometriques, ou par 60000 pour avoir le nombre des pieds; ainsi un degré de 60 minutes sera de 60000 toises. Toute la circonference de la terre qui est de 360 degrez sera donc de 21600000 toises Geometriques, ou 21600 milles Italiennes; & parce que la circonference est au demi diametre comme 44 à 7, ou comme 220 à 35, ou 21600 à 3436, le demi diametre de la terre sera de 3436 milles Geometriques ou Italiennes modernes. La moitié 1718 sera le nombre des lieuës Geometriques à peu près égales aux petites lieuës de France, comme celles que l'on compte de Paris à Orleans. On en peut prendre un tiers pour les moyennes qui approchent de celles d'Auvergne, & un quart pour les plus grandes qui approchent de celles du Languedoc.

Pour ce qui est des mesures Trigonometriques, le demi-diametre de la Terre étant supposé de 10000000 brasses Trigonometriques, la circonference sera de 62831852 brasses.

La troisiéme partie de ces nombres donnera les toises Trigonometriques. Le demi-diametre de la Terre sera donc de 3333333 toises Trigonometriques, & la circonference sera de 20943950 toises Trigonometriques. La milliéme partie de ces deux nombres donnera des milles Trigonometriques.

Le demi-diametre de la Terre sera donc de 3333 milles Trigonometriques, & la circonference de 20944 milles Trigonometriques.

Des Mesures Horaires.

J'ay éprouvé plusieurs fois en allant & en revenant de Fontainebleau en carrosse d'un bon pas, que dans la plaine

de Longboyau qui a été mesurée exactement, on fait 5 minutes de la circonference de la Terre en une heure. Un homme à pied feroit la moitié de ce chemin en même-temps, & un degré en 24 heures; & voyageant 12 heures par jour par un chemin semblable avec la même vîtesse, il feroit le tour du monde en deux années.

OBSERVATION

Sur deux pierres trouvées dans les parois de la vessie d'un garçon de vingt ans.

PAR M. LITTRE.

VIsitant le cadavre de ce garçon, je remarquay, que quand on le remuoit, il en sortoit par l'urethre quelques gouttes d'une liqueur épaisse & blanchâtre. Je crûs d'abord que ce garçon avoit quelque gonorrhée. Pour m'en assurer, j'examinay le canal de l'urethre, ses glandes, les prostates, les vessicules seminaires, les vaisseaux déferans & les testicules: mais ne trouvant aucun vice dans ces parties, non plus que dans leurs liqueurs, je compris que je m'étois trompé, & que la liqueur qui couloit de l'urethre, avoit sa source dans la vessie, dans les ureteres ou dans les reins. Dans cette vûë j'ouvris ces parties: l'uretere droit & le rein du même côté étoient dans leur etat naturel. Voicy ce que je trouvay d'extraordinaire dans la vessie, & dans l'uretere & le rein gauche.

Il y avoit de l'inflammation au dedans de la vessie depuis son cou jusqu'à l'embouchure de l'uretere gauche de la largeur de deux pouces. Cette embouchure etoit plus étroite que celle de l'uretere droit; il y avoit tout autour de la dureté, & un ulcere à sa partie inferieure de quatre lignes de largeur, & d'une de profondeur. Sept lignes au-dessous de la même embouchure, j'apperçûs deux petites tumeurs, éloignées l'une de l'autre d'un demi pouce, formées cha-

cune par une petite pierre contenuë dans les parois de la vessie près de sa membrane interne.

L'une des deux pierres avoit cinq lignes de diametre; elle étoit de figure irreguliere & herissée de plusieurs petites pointes fort aiguës : l'autre étoit large de quatre lignes, de figure triangulaire, & ses angles étoient fort pointus ; ces deux pierres étoient d'un tissu fort serré & de couleur grise. J'avois auparavant trouvé dans les parois de quelques autres vessies humaines des pierres même beaucoup plus grosses que celles-cy ; mais le temps, le lieu ou les parens, ne me permirent pas d'examiner si elles y étoient parvenuës par les mêmes voyes & par les mêmes causes.

J'observay dans l'uretere à l'endroit où il traverse les parois de la vessie, de l'inflammation, du retrecissement, & un trou de deux lignes de diametre, dont les bords étoient caleux, qui communiquoit par un conduit particulier avec chaque pierre : l'un & l'autre de ces conduits avoit le même diametre que le trou, & leurs parois étoient un peu caleuses.

Enfin je trouvay dans le rein à sa partie superieure interne un ulcere ; qui en avoit presque entierement consumé deux mammelons.

Il me semble qu'on peut tirer des observations cy-dessus les consequences qui suivent.

La premiere consequence est, que les deux pierres que j'ay trouvées dans les parois de la vessie, ont été formées dans le rein gauche de ce garçon à l'endroit de l'ulcere que j'y ay remarqué. Il est aisé de comprendre, que dans un ou plusieurs conduits urineux de la partie du rein où l'ulcere s'est formé dans la suite, il s'est arrêté de l'urine à cause de la grossiereté & de la viscosité de ses parties, de l'irregularité de leur figure, &c. Que quelques-unes des parties de l'urine arrêtées dans ces conduits ont été jointes ensemble par l'impulsion du sang, la contraction des parties solides voisines, la conformité de leur surface, &c. & ont composé quelques grains de sable ; que ces grains ayant peu à peu augmenté de volume par l'arrivée d'une

nouvelle & semblable matiere, ont formé deux petites pierres ; que ces deux pierres par leur dureté & par leurs pointes ont causé dans ce rein, premierement de l'inflammation, ensuite un abcès, & enfin un ulcere qui a donné lieu à ces pierres de tomber dans son bassinet.

La seconde consequence est, que ces pierres sont descenduës du bassinet du rein par la cavité de l'uretere jusqu'au corps de la vessie, sans déchirer ni beaucoup irriter ce conduit. Car quoique ces pierres fussent herissées de pointes, neanmoins étant petites, leur route droite, & la contraction des fibres charnuës de l'uretere foible & successive de haut en bas, elles ont insensiblement parcouru cette route sans y faire de fâcheuses impressions ; au lieu que la courbure naturelle de l'uretere à l'endroit où elle traverse les parois de la vessie, le retrecissement naturel aussi de son embouchure dans la cavité de la vessie, la pesanteur & l'impulsion de l'urine, la contraction des fibres charnuës du rein, de l'uretere & de la vessie, &c. ont donné occasion à ces pierres d'irriter & de déchirer par leurs pointes les tuniques de l'uretere en cet endroit, & de s'engager ensuite dans les parois de la vessie.

La troisiéme consequence est, que l'irritation & le déchirement destuniques de l'uretere par ces pierres, n'a pû se faire sans qu'elles ayent attiré en cet endroit de la fluxion, de l'inflammation, un abcès & un ulcere. Il n'a pas dû arriver la même chose dans le chemin que ces pierres se sont tracé dans les parois de la vessie ; parce que ce chemin y a été plutôt fait par un simple écartement de fibres, que par leur déchirement. Car outre qu'il n'y en paroissoit aucune marque, il est constant que l'union des fibres charnuës entr'elles étant lâche, doit plutôt permettre leur écartement qu'une solution de continuité dans leur substance.

La quatriéme consequence est, que ces deux pierres ont dû recevoir quelque accroissement dans les parois de la vessie, puisque le trou & les deux conduits par où elles avoient passé de l'uretere dans les parois de la vessie, étoient beau-

coup plus petits qu'aucune de ces pierres, & que l'urine qui contient la matiere lapidifique, avoit la liberté d'être continuellement portée à ces pierres par les routes qu'elles s'etoient faites pour leur fournir dequoy augmenter.

La cinquieme consequence est, qu'une personne peut avoir des pierres dans les parois de la vessie, sans avoir beaucoup de difficulté à uriner, & sans rendre avec les urines des glaires ni des sables. Car ces pierres étant immobiles & hors de la cavité de la vessie, ne peuvent pas descendre jusqu'à son cou pour empêcher la sortie de l'urine, comme elles font lorsqu'elles sont contenuës dans la cavité de la vessie, & qu'elles y sont libres; ce qui seroit necessaire pour causer la difficulté d'uriner, & donner lieu aux parties grossieres & gluantes de l'urine de former des glaires & des sables en s'arrêtant & s'accrochant entr'elles dans la cavité de la vessie.

La sixiéme consequence est, qu'un Chirurgien ne sent pas avec la sonde une pierre qui est renfermée dans les parois de la vessie, & qu'il la sent lorsqu'elle est contenuë dans sa cavité; parce que dans le premier cas les chairs qui couvrent la pierre recevant l'impression de la sonde, il n'en resulte point de son; au lieu qu'il s'en fait un fort sensible, quand la pierre est frappée à nud par la sonde dans la cavite de la vessie. Cependant ce son a été toûjours l'unique signe certain de l'existence de la pierre dans la cavité de la vessie.

La septiéme consequence est, que les pierres enchistées, dont parlent quelques Auteurs, ne peuvent être autre chose que des pierres renfermées dans les parois de la vessie. Car il n'y a aucune vrai semblance de dire que des pierres qui sont tombées des reins dans les ureteres, & des ureteres immédiatement dans la cavité de la vessie, puissent s'attacher à sa surface interne par le moyen d'un suc qui coule de quelque ulcere de cette partie, lequel s'accumulant & s'épaississant ensuite par la chaleur de la vessie, y cole premierement les pierres, & puis forme peu à peu une membrane, laquelle après avoir couvert ces pierres, s'attache tout

autour de l'ulcere ; de sorte qu'elle devient continuë à la membrane interne de la vessie, & en fait comme partie. Je ne pense pas qu'un tel sentiment puisse entrer dans l'esprit de ceux qui feront bien attention aux differens ébranlemens du corps, à ses diverses situations, aux frequentes contractions des muscles de l'epigastre & du diaphragme, & des fibres charnuës de la vessie, à la pesanteur de la pierre, à la mollesse de la vessie, à son humidité propre, au lavage continuel de la pierre par l'urine qui distile sans cesse dans sa cavité par les deux ureteres, & enfin à l'impossibilité qu'il y a que le pus & la sanie qui coulent d'un ulcere, soient propres à former de veritables membranes. D'ailleurs les plus habiles du métier demeurent d'accord que dans les chistes il ne se fait point de nouvelles membranes, mais que les naturelles y deviennent seulement plus épaisses & plus denses par un suc étranger.

La huitiéme consequence est, qu'une pierre enfermée dans les parois de la vessie ne sçauroit causer de fâcheux accidens, & que quand elle en causeroit, on se trouveroit dans deux impossibilitez ; l'une de s'assurer de l'existence de la pierre dans les parois de la vessie, puisqu'elle ne rend point de son, comme nous avons dit, & l'autre impossibilité est d'en procurer l'extraction par le moyen de l'operation.

Je réponds à la premiere proposition, qu'une pierre enfermée dans les parois de la vessie, & qui a communication avec l'urine comme celles de ce garçon, y peut causer de fâcheux accidens, soit par son volume, par l'inégalité de sa surface, soit par sa situation, par exemple, si elle se trouve placée au cou de la vessie ; ce qui peut fort bien arriver par les causes dont j'ay déja parlé.

Je réponds à la seconde, qu'ayant engagé des pierres de petite & de moyenne grandeur dans les parois de la vessie de plusieurs cadavres d'homme & de femme entre le cou de la vessie & les embouchures des ureteres, & cousu ensuite les parties divisées de la vessie avec du fil fin & à points courts, & puis les tegumens du ventre à la maniere ordi-

naire, j'ay infinué le doigt indice de la main gauche dans le rectum aux hommes & dans le vagin aux femmes ; j'ay cherché ce corps étranger à la vessie, je l'ay trouvé, senti & reconnu par la nature de sa dureté, & je l'ay reconnu encore plus distinctement, sans l'aide d'aucun son, lorsqu'ayant porté le doigt indice dans le rectum ou dans le vagin, & une sonde dans la cavité de la vessie, j'ay ajusté le doigt & la sonde de sorte qu'ils embrassoient & serroient d'un côté & d'autre le corps étranger. D'autres personnes du métier qui ignoroient que j'avois engagé des pierres dans les parois de la vessie, en s'y prenant de la même maniere que moy, ont trouvé & senti le corps étranger, & ils ont distingué par la qualité de sa dureté que ce corps étoit une pierre.

On objectera peut être, que ces sortes de pierres peuvent se trouver aussi-bien du côté du fond de la vessie ou à sa partie anterieure, que du côté du cu & à sa partie posterieure, & qu'alors le doigt du Chirurgien est trop court ou l'épaisseur des parties trop grande pour sentir la pierre. Mais si ces pierres ont été poussées de l'extremité inferieure des ureteres dans les parois de la vessie par la contraction des fibres charnuës de la derniere partie, cette contraction se faisant successivement du fond de la vessie à son cou, elles doivent être toûjours situées aux environs de l'extremité inferieure de l'uretere, & se trouver par consequent près du cou de la vessie & en sa partie posterieure. Or cet endroit n'étant pas éloigné du fondement, le Chirurgien peut facilement y porter son doigt, & avoir la liberté d'examiner assez ces pierres pour les reconnoître. D'ailleurs le cou de la vessie étant étroitement attaché au rectum dans les hommes & au vagin dans les femmes, a une assiette ferme & stable ; au lieu que le reste de la vessie étant libre, peut facilement changer de situation pour peu qu'on vienne à le pousser.

Je réponds à la troisiéme proposition, que si la pierre enfermée dans les parois de la vessie n'est pas grosse & ne fait point de bosse sensible dans sa cavité, le Chirurgien

portera la ſonde dans la cavité de la veſſie, & le doigt indice gauche dans le rectum aux hommes & dans le vagin aux femmes. Il cherchera la pierre avec l'un & l'autre, & l'ayant trouvée il la ſerrera de part & d'autre, & la tiendra ferme dans cette ſituation; enſuite par differentes allées & venuës de la ſonde, il émincera & froiſſera legerement les parties de la veſſie qui couvrent la pierre par dedans, la déchirera doucement, ou du moins donnera lieu à la veſſie d'achever de la déchirer par ſes fibres charnuës lorſqu'elles ſe contracteront pour en chaſſer l'urine. La pierre par ſa dureté & par ſes inégalitez, ſi ſa ſurface eſt inégale, favoriſera ce dechirement, de méme que le pus s'il en ſurvient aux parties de la veſſie qui ont été froiſſées. Les parties de la veſſie qui couvroient par dedans la pierre étant ainſi dechirées, ſes fibres charnuës ne manqueront pas par leurs contractions reïterées de pouſſer peu à peu la pierre dans la cavité de la veſſie; d'où enſuite le Chirurgien pourra la tirer par l'operation ordinaire, quand les accidens, s'il en arrive, ſeront paſſez; puis il guerira l'ulcere de la veſſie avec les eaux vulneraires, les eaux minerales, les injections deterſives, &c.

Enfin ſi la pierre enfermée dans les parois de la veſſie eſt fort groſſe, & qu'elle forme une tumeur tres-ſenſible à la ſurface interne de la veſſie: alors, outre ce que je viens de dire dans le cas precedent, on pourroit faire l'inciſion ordinaire de la taille au perinée, porter des tenetes dans la cavité de la veſſie, chercher la tumeur, l'embraſſer, & la ſerrer doucement à pluſieurs repriſes, afin que les parties de la veſſie qui couvrent par dedans la pierre, étant émincées & dechirées, elle tombe dans la cavité de la veſſie, d'où elle pourra être tirée enſuite par l'operation ordinaire de la taille. *Audaces fortuna juvat, timidoſque repellit.*

ESSAYS

ESSAYS DE CHIMIE.

PAR M. HOMBERG.

ARTICLE PREMIER.

Des Principes de la Chimie en general.

J'Appelle Chimie l'art de reduire les corps composez en leurs principes par le moyen du feu, & de composer de nouveaux corps dans le feu par le mêlange de differentes matieres.

Le mot de principes a deux significations en Chimie; la premiere est la signification commune à toutes les sciences, & alors il veut dire les regles ou les fondemens d'une science; la seconde est propre à la Chimie, & alors il signifie seulement les matieres les plus simples dans lesquelles un mixte est reduit par les analyses Chimiques.

Dans la premiere signification les principes de la Chimie sont en general les principes de la Physique, puisque la Chimie est une des parties de la Physique. Nous ne les examinerons pas icy, étant d'une trop longue discussion; mais nous les supposons connus, autant qu'il est possible de les connoître, car nous n'avons pas encore pû déterminer rien d'incontestable sur la figure, sur l'arrangement & sur le mouvement des premieres matieres; & comme la Physique Chimique, qui ne consiste qu'en experiences & exposition de faits, ne cherche que la verité certaine, elle a établi cette seconde sorte de principes plus materiels & plus sensibles, par le moyen desquels elle pretend expliquer aisément & à sa matiere ses propres operations, & connoître par-là plus distinctement les corps qu'elle examine par ses analyses.

Ce sera toûjours dans cette derniere signification que nous prendrons le mot de principes.

Tous les corps que nous connoissons & qui sont capables d'être examinez par le moyen du feu, ne se reduisent pas dans les mêmes principes ; ils sont de deux differentes natures, & par consequent nous les pourrons ranger sous deux classes ; sçavoir, sous la classe des matieres minerales, & sous celle des matieres vegetales, dans laquelle nous comprendrons aussi les animaux ; car les plantes & les animaux produisans les mêmes principes dans les analyses, il ne paroît pas que l'on doive en faire deux classes differentes.

Les principes des matieres minerales sont le sel, le souffre, le mercure, l'eau & la terre.

Les principes des matieres vegetales & animales, sont le sel, le souffre, la terre & l'eau.

Les differentes combinaisons de ces cinq matieres, ou de quelques-unes d'entr'elles, font la grande varieté de tous les corps qu'il est en nôtre pouvoir d'examiner par le feu. Ces principes sont de trois differentes natures ; sçavoir, un principe actif, un passif, & trois moyens.

Le principe actif est le souffre, le passif est la terre, & les principes moyens sont le sel, l'eau & le mercure.

Nous appellons le souffre, principe actif, parce qu'il agit seul & qu'il fait agir les autres. Nous appellons la terre, principe passif, parce qu'elle n'agit jamais, & ne sert que de receptacle ou de matrice aux autres principes ; & nous appellons le sel, l'eau & le mercure, principes moyens, parce qu'ils n'agissent pas d'eux mêmes, mais ils deviennent capables d'agir lorsqu'ils sont joints au souffre, qui en est modifié & qui les modifie en une infinité de manieres, comme nous le verrons lorsque nous traiterons de chaque principe en particulier.

Le souffre & le sel principes ne sçauroient paroître à nos yeux sans être joints à quelques uns des trois autres principes qui leur servent de vehicule ; mais nous pouvons examiner les trois autres seuls & dépoüillez de toute autre chose.

Tous les corps qui sont dans la classe des matieres mi-

nerales ne se reduisent pas dans les mêmes principes, ils sont de deux natures tout à fait differentes ; les uns contiennent du mercure, & les autres n'en contiennent pas : ceux qui contiennent du mercure sont les métaux & les mineraux métalliques, & ceux qui n'en contiennent pas sont les sels fossiles, les simples pierres & les terres.

Dans l'analyse des metaux on trouve du mercure, une matiere sulphureuse, une matiere terreuse, & dans quelques uns une matiere saline.

Dans l'analyse des sels fossiles on trouve beaucoup d'acide, qui contient toûjours quelque matiere sulphureuse, peu de sel fixe, & un peu de terre.

Dans la plûpart des pierres on ne trouve que beaucoup de terre avec un peu de vapeur sulfureuse.

Dans toutes les terres on trouve du sel acide, quelquefois un peu de sel fixe, & un peu de matiere sulfureuse.

Dans la classe des matieres vegetales les corps sont plus uniformes que dans celle des matieres minerales. On trouve dans tous les animaux & dans toutes les plantes du sel, de l'eau, de la terre & une matiere sulfureuse. Il y a cependant cette difference que dans les plantes il se trouve trois sortes de sels, sçavoir du sel acide, du sel qui sent l'urine & du sel lixiviel, au lieu que dans les animaux il ne se trouve que du sel d'urine & du sel lixiviel, sans aucun acide manifeste.

L'analyse des métaux & des mineraux métalliques consiste en leur mercurification, laquelle se fait ou par un mercure préparé dissolvant, ou par les sels ressuscitatifs, ou par le moyen du verre ardent. La premiere maniere est aisée quand on a le mercure dissolvant ; la seconde est pénible, & il faut une grande attention pour y réüssir ; la troisiéme n'est pas difficile, pourvû qu'on ait un grand verre ardent de trois ou quatre pieds de diametre. Nous en parlerons plus amplement.

Toutes les autres analyses, soit des matieres minerales, animales ou vegetales, consistent dans la distillation & dans la lixiviation.

L'ordre des matieres qui ſuccedent les unes après les autres dans les analyſes des vegetaux & des animaux eſt different ſelon que le mixte a fermenté ou non ; s'il a fermenté les liqueurs ſpiritueuſes & les ſels volatils montent les premiers dans l'alembic , puis les liqueurs aqueuſes, enſuite les huiles fœtides, & enfin il reſte la tête morte, laquelle ayant été calcinée ſe reduit par la lixiviation en ſel fixe & en une terre inſipide. Mais quand le mixte n'a pas fermenté, la liqueur aqueuſe précede les ſels volatils & les liqueurs ſpiritueuſes, les autres matieres ſuivent dans le même ordre que deſſus.

ARTICLE SECOND.

Du Sel principe Chimique.

Il y a differentes ſortes de ſels, ſelon les differentes matieres avec leſquelles ils ſont mêlez.

Il y en a dont le mêlange ſe peut ſeparer par le feu & par la lixiviation, comme ſont tous les ſels eſſentiels des plantes & tous les ſels foſſiles, dans cette ſignification nous ne les prenons pas pour un principe Chimique.

Il y en a d'autres dont nous connoiſſons à peu près le mêlange ; mais il n'eſt pas encore dans nôtre pouvoir de les ſeparer. Nous les prendrons pour un de nos principes Chimiques, parce que nos analyſes ne les peuvent pas rendre plus ſimples , ce qui eſt le caractere de nos principes & dans ce ſens : Le ſel principe eſt une matiere diſſoluble par l'eau , & qui ne change pas par le feu.

Nous avons trois differentes ſortes de ſels qui conviennent à cette définition , dont deux ſont volatiles & la troiſiéme eſt fixe ; les volatiles ſont les ſels acides & les ſels qui ſentent l'urine, les fixes ſont les ſels qui ſe tirent par la lixiviation après une forte calcination.

Nous ne trouvons aucun de ces trois ſortes de ſels ſans être mêlangé ; mais nous les tirons aiſément des mixtes dans leſquels la nature les a placez , & par conſequent le

ſalpetre, par exemple, le ſel marin, le vitriol, le tartre, &c. ne ſont pas des principes Chimiques, mais les ſels acides diſtillez du ſalpetre, du ſel marin & des autres ſont un princide Chimique; l'eau dans laquelle ces ſels nagent, & la terre ou le ſel fixe qui reſtent dans la cornuë après la diſtillation de ces acides ſont d'autres principes Chimiques, dont nous parlerons à leur rang.

Nous ne ſçavons pas préciſément de quelle figure ſont ces trois ſels principes; mais à en juger par leurs effets, la figure la plus convenable des acides nous paroît des pointes revêtuës de quelque matiere ſulfureuſe; la figure des ſels qui ſentent l'urine nous paroît des éponges, qui contiennent une partie de l'acide & de l'huile fœtide animale ou des plantes; & la figure des ſels lixiviels nous paroît des éponges contenant ſeulement un reſte d'acide que le feu de la calcination n'étoit pas capable d'en chaſſer.

Nous pouvons conſiderer les ſels acides purs & ſans aucun mêlange, & alors tous les acides ſont d'une même nature; mais en les conſiderant comme la diſtillation nous les donne dans les eſprits acides, nous les trouvons toûjours accompagnez de quelque matiere ſulfureuſe, que nous n'en pouvons pas ſéparer, & qui donne l'activité aux eſprits acides. C'eſt cette matiere ſulfureuſe qui les caracteriſe, & qui fait la difference qu'il y a entre les eſprits acides. Nous les rangerons en trois differentes claſſes ſelon les differentes matieres ſulfureuſes qui les accompagnent.

Nous ferons la premiere claſſe de ceux qui contiennent du ſouffre animal ou vegetal, ce qui eſt à peu près la même choſe. Dans cette claſſe ſont tous les acides diſtillez des plantes, des fruits, des bois, &c. & l'eſprit de nitre.

La ſeconde claſſe des ſels acides eſt de ceux qui contiennent un ſouffre bitumineux. Dans cette claſſe ſont les acides du vitriol, du ſouffre commun & de l'alum.

La troiſiéme claſſe eſt de ceux qui contiennent une matiere ſulfureuſe minerale plus fixe ou approchante du ſouffre métallique. Dans cette claſſe ſont les acides tirez des differens ſels marins & des ſels gemmes.

Nous disons que les acides de la premiere classe contiennent un souffre animal ou vegetal, & nous mettons dans cette classe tous les acides distilez des plantes & l'esprit de nitre. L'on conviendra aisément que les acides des plantes peuvent avoir retenu une portion de l'huile de la plante, qui est leur matiere sulfureuse, puisque dans la reduction de ces acides en sels moyens on trouve toûjours un peu d'huile qui ne peut provenir que de leurs plantes mêmes. Et quand on considerera que tout le salpetre que nous avons est tiré ou des terres abbrevées des excremens des animaux, ou des vieux murs & des platras des vieux bâtimens, qui sont remplis de matieres sulfureuses, tant des animaux qui les ont habitez, que de la fumée & de la suïe qui les ont penetrées ; il y a apparence que c'est de ces souffres plutôt que le salpetre a emprunté le sien, que de quelqu'autre matiere plus éloignée.

Nous avons attribué un souffre bitumineux aux acides de la seconde classe, qui comprend les esprits du souffre commun, du vitriol & de l'alum, parce qu'on tire ordinairement ces trois matieres d'une même pierre minerale, dans laquelle domine la matiere bitumineuse, qui fait une des principales parties du souffre commun ; & comme les esprits acides de l'alum & du vitriol ressemblent parfaitement pour le goût & pour les effets à l'esprit de souffre dont la partie sulfureuse provient incontestablement de la partie bitumineuse du souffre commun ; il y a toute apparence que les acides du vitriol & de l'alum ayent retenus aussi une partie du même souffre, dont leur miniere commune étoit remplie.

Le sel marin pris sur differentes côtes de la terre est de different goût, & il produit des effets fort differens aussibien que les esprits acides qui en ont été distillez. Il en est de même du sel gemme tiré de differentes Provinces ; nous en avons fait la troisieme classe de nos acides ; nous leur attribuons un souffre dont les parties sont plus deliées, que ceux des deux classes precedentes & approchant du souffre metallique ; parce que le sel gemme se trouve dans

les endroits voiſins des mines métalliques, & le ſel marin, ſelon toutes les apparences, n'eſt autre choſe que du ſel gemme dont les carrieres ont été penetrées par l'eau de la mer, qui en a tiré toute la ſalure; & comme ces carrieres en differens païs ſont voiſines & entrelaſſees de differentes mines métalliques, dont ces ſels empruntent des ſaveurs particulieres, il y a apparence que les differens effets du ſel marin & du ſel gemme apportez de differentes Provinces, ne proviennent que des differentes matieres métalliques dont ces ſels participent; & comme les ſels ſe joignent facilement aux ſouffres & les tiennent ſans que nous les en puiſſions ſeparer, nous pouvons juger vrai-ſemblablement que les matieres ſulfureuſes qui accompagnent le ſel marin & le ſel gemme ſont plutôt un ſouffre métallique qu'ils ont retenu de leurs mines, que quelqu'autre que ce puiſſe être, & qui eſt different ſelon les métaux qui ſe ſont trouvez parmi les mines de ces ſels.

Les matieres ſulfureuſes vegetales & animales étant d'une ſubſtance fort legere, c'eſt-à dire, occupant beaucoup de place, elles doivent augmenter conſiderablement le volume des pointes des acides auſquelles elles ſe joignent; ce qui fait que ces acides ne ſçauroient s'introduire dans les matieres fort compactes, ou dont les pores ſont fort ſerrez; mais étant legeres, & ayant beaucoup de ſuperficie, elles donnent beaucoup de priſe à la flamme qui les pouſſe, ce qui fait que les acides de cette premiere claſſe agiſſent avec plus de vîteſſe que les acides des deux autres claſſes.

Le ſouffre bitumineux eſt le moins vif de tous les ſouffres que nous connoiſſons, étant chargé d'une grande quantité de matiere terreuſe qui lui ſert de matrice; il ſe lie plus difficilement aux matieres ſalines que les autres ſouffres, enſorte que nous pouvons juger qu'il en reſte une moindre quantité jointe aux acides de la ſeconde claſſe qui en ſont animez, qu'il ne reſte des autres ſouffres qui ſe ſont joints aux autres acides. Auſſi voyons nous que les acides de cette claſſe employez ſeuls, ne diſſolvent preſque point de matieres métalliques; mais étant mêlez à ceux de la pre-

miere ou de la troisiéme classe, ils participent de ces nouveaux souffres; & devenant par-là de la nature des acides à qui on les a joint, ils deviennent capables de dissoudre tous les métaux.

Le souffre métallique est plus fixe que le souffre vegetal ou animal, c'est-à-dire, que ses parties sont plus petites & plus compactes; car une matiere n'est fixe que parce que ses parties ayant été mises en mouvement par le feu, n'en peuvent pas être enlevées, & une matiere n'est volatile que parce que ses parties sont aisément enlevées par le feu. Or la facilité d'être enlevé par le feu ne consiste qu'en ce que les parties de cette matiere sont d'une tissure lâche & spongieuse, ayant beaucoup de superficie, contre laquelle une grande quantité de la flamme pouvant heurter à la fois, elle les pousse & les entraîne avec elles; au lieu que les parties d'un corps étant compactes & occupant peu de place, il n'y a qu'une petite quantité de la flamme qui les puisse toucher à la fois, & les pousser foiblement pour les enlever, ce qui fait leur fixité. Les acides de nôtre troisiéme classe sont accompagnez d'un souffre de cette nature, c'est à-dire, qui est plus fixe que ceux des autres acides; d'où il s'ensuit premierement que les parties de ce souffre étant fort petites, les pointes de nôtre acide en sont peu grossies, & par consequent qu'elles sont capables de s'introduire dans les matieres tres-compactes, ou dont les pores sont fort serrez: secondement que ces pointes menuës donnant peu de prise à la flamme qui les pousse, les acides de cette troisiéme classe ne doivent pat agir avec autant de violence que les acides de la premiere classe, qui donnent beaucoup de prise à la flamme pour les pousser.

Les acides joints aux sels fixes composent des sels mixtes, ou des sels moyens, selon la nature des acides qui y ont été employez; par exemple, l'esprit de nitre joint au sel de tartre produit du vrai salpetre, l'esprit de sel joint au sel de tartre produit du vrai sel commun, l'esprit de vitriol joint au sel de tartre produit du vrai vitriol, mais sans métail, &c. qui sont tous des sels moyens, c'est à dire, en

partie

partie fixes, en partie volatils, parce que les deux ſels qui les compoſent ſont & demeurent l'un fixe & l'autre volatil.

Les acides joints aux ſels qui ſentent l'urine compoſent une autre ſorte de ſel qu'on appelle ſels ammoniacs, qui ſont toûjours volatils, parce que les deux ſels qui les compoſent ſont chacun volatils.

On a donné le nom d'alcali aux ſels lixiviels & aux ſels qui ſentent l'urine, l'un s'appelle alcali fixe, & l'autre alcali volatil : les ſels acides ſont pris ordinairement pour les antagoniſtes de ces alcalis, parce que leur mêlange ne ſe fait quaſi jamais ſans une grande ébullition & efferveſcence; mais on pourroit dire avec plus de raiſon que cette ébulition & cette efferveſcence ne ſont pas des combats, mais plutôt une jonction tres convenable de deux matieres qui avoient été naturellement unies enſemble, & qui n'ont été ſeparées que par la violence du feu, & qui ſe replacent aux mêmes endroits d'où la flamme les avoit arrachez. Auſſi les compare-t on les unes à des guaines, & les autres à des pointes propres pour s'introduire dans ces guaines.

Ces pointes ou ces acides n'entrent pas ſeulement dans les pores ou dans les guaines des ſels alcalis, ils entrent de même dans tous les autres corps, dont les pores ſont à peu près ſemblables aux pores des ſels alcalis. On appelle ces ſortes de corps, des alcalis terreux, ou des alcalis métalliques.

La précipitation avec laquelle les pointes des acides entrent dans les pores de ces ſortes d'alcalis en éclate & en déchire le tiſſu, enſorte qu'ils en ſont reduits en parties ſi menuës que l'œil ne ſçauroit plus les découvrir. C'eſt ainſi que ſe font les diſſolutions de tous les métaux par les acides ; & comme chacune de ces petites parties du métail diſſout, ne laiſſent pas d'être toûjours du métail, ces parties ſe rejoignent & reparoiſſent en forme métallique, lorſqu'on en ſepare l'acide qui les avoit diſſous.

Les acides ou diſſolvans des métaux ne diſſolvent pas indifferemment tous les métaux ; ils ſont de deux natures, dont les unes ſont appellées ſimplement eaux-fortes, & les

autres ſont appellées eaux-regales : les premieres diſſolvent l'argent & le plomb, ſans diſſoudre ni l'or ni l'etain; & les eaux-regales diſſolvent l'or & l'etain, ſans diſſoudre ni l'argent ni le plomb, mais tous les deux diſſolvent le fer, le cuivre & le mercure.

Les eaux-fortes ſont l'eſprit de nitre, l'eſprit de vitriol, l'eſprit de ſouffre & ce qu'on appelle l'eau-forte commune, laquelle n'eſt autre choſe qu'un mêlange de parties à peu près égales d'eſprit de nitre & d'eſprit de vitriol. Les eaux-regales ſont l'eſprit de ſel commun, & les eaux-fortes quand on y a joint du ſel commun ou de l'eſprit de ſel.

Il faut obſerver icy qu'il n'y a qu'une ſeule eau forte principale, ſçavoir l'eſprit de nitre, lequel diſſout ſeul l'argent, ſans avoir beſoin d'être mêlé à d'autres acides, & que les autres acides, que nous avons qualifié d'eaux fortes, ne ſçauroient diſſoudre l'argent ſans être mêlez d'eſprit de nitre; & que de la même maniere il n'y a qu'une ſeule eau regale à proprement parler, ſçavoir l'eſprit de ſel, qui diſſout l'or ſans avoir beſoin d'être mêlé à d'autres acides, & que tous les autres acides ne deviennent eaux-regales qu'étant mêlez avec du ſel commun, ou avec de l'eſprit de ſel.

Il paroît une difference tres-conſiderable dans ces deux ſortes de diſſolvans par les differens effets qu'ils produiſent, ſelon les métaux que les uns diſſolvent & que les autres ne diſſolvent pas.

Pour avoir une idée de la cauſe de ces differens effets, nous ſuppoſerons l'or un métail fort ſulfureux & tres-compacte, dont les pores ſont fort petits; & l'argent un métail moins compacte, contenant peu de ſouffre, & dont les pores ſont plus grands que ceux de l'or, comme nous le prouverons dans la ſuite.

Puis nous nous ſouviendrons qu'en diſtribuant les eſprits acides en differentes claſſes ſelon les differens ſouffres qui les animent, que nous avons mis l'eſprit de nitre, qui eſt la baſe des eaux-fortes, dans la claſſe de ceux dont les pointes ſont revêtuës d'une matiere ſulfureuſe animale & ve-

getale, & que nous avons donné beaucoup de volume à ce souffre, qui doit par consequent grossir beaucoup les pointes des eaux-fortes ; ces pointes grossieres trouvant les pores de l'or trop petits pour s'y introduire ne sçauroient en écarter les parties, c'est-à-dire ne le sçauroit dissoudre ; mais les pores de l'argent étant assez grands pour recevoir ces pointes, que je suppose en forme de cones, elles y entrent par leurs bouts pointus sans aucune resistance, & écartent par leurs bases les parties de l'argent & le dissolvent.

Nous nous souviendrons aussi que nous avons mis l'esprit de sel, qui est la base des eaux-regales, dans la classe des acides qui sont accompagnez d'une matiere sulfureuse, dont les parties sont fort menuës, qui n'augmente que trés-peu les pointes de ces acides, & qui par consequent sont capables d'entrer dans les petits pores de l'or, en écarter les parties & d'en être le dissolvant ; mais ces pointes si déliées ne remplissant pas les grands pores de l'argent, n'en peuvent pas écarter les parties, & par consequent elles ne peuvent pas être le dissolvant de l'argent.

La quantité de souffre volatil qui accompagne l'esprit de nitre compose un dissolvant plus vif que n'est l'esprit de sel, dont la matiere sulfureuse est plus fixe. Aussi voyons-nous que l'esprit de nitre dissout avec plus de violence & de vîtesse que l'esprit de sel, & qu'il faut une plus grande quantité d'esprit de sel pour dissoudre, par exemple, une once d'or, qu'il ne faut d'esprit de nitre pour dissoudre une once d'argent.

Les deux acides dissolvans, sçavoir l'esprit de sel & l'esprit de nitre, qui dissolvent chacun plusieurs métaux, en dissolvent toûjours les uns plus aisément & plus vîte que les autres ; c'est à-dire, qu'il faut que le dissolvant soit bien déflegmé pour dissoudre un certain métail, & qu'il peut être moins déflegmé pour en dissoudre un autre, & encore moins pour en dissoudre un troisiéme ; par exemple, une eau-forte qui dissoudra fort bien l'argent, est trop forte pour dissoudre le plomb, & elle ne fera que le calciner ;

mais pour luy faire diſſoudre auſſi le plomb, il la faut affoiblir de cinq ou ſix parties d'eau commune, & ſi on l'affoibliſſoit davantage, elle ne laiſſeroit pas de diſſoudre fort bien le fer & le cuivre.

On obſerve un fait remarquable dans les diſſolutions de pluſieurs métaux par un même diſſolvant, qui eſt que le diſſolvant quitte le métail qu'il diſſout le plus difficilement, lorſque dans cette diſſolution on met un métail qu'il diſſout plus aiſément; par exemple, diſſolvez de l'argent dans de l'eau-forte, affoibliſſez la diſſolution par l'eau commune, puis mettez dans cette diſſolution un morceau de cuivre, l'eau-forte commencera à ronger le cuivre, & en même-tems les parcelles de l'argent s'attacheront au morceau de cuivre à meſure que l'eau-forte rongera le cuivre; & ſi on veut retirer auſſi le cuivre de l'eau-forte, on n'a qu'à mettre dedans un morceau de fer, & à meſure que l'eau-forte rongera le fer, le cuivre s'attachera à ſa place. C'eſt ainſi que ſe fait cette prétenduë tranſmutation de fer en cuivre par les eaux vitrioliques, où à la verité le fer qu'on met tremper dans cette eau pendant quelque tems paroît changer en cuivre; mais cela n'arrive que de la maniere que je viens de dire.

Les ſels foſſiles prennent certaines figures dans leurs criſtallizations, qu'on leur attribuë comme leurs figures propres, & qu'on ſuppoſe être auſſi les figures des acides de ces mêmes ſels. Ces figures ſont des longues éguilles au ſalpetre, des cubes au ſel marin, des quarrez longs au ſel gemme, des hexagones au vitriol, des triangles à pointes abbatuës à l'alum, des ovales applatis au borax, des éguilles branchuës au ſel ammoniac, &c. Cependant quand on examine de près les configurations de ces ſels, on voit que ces figures ne peuvent pas être les figures propres de ces ſels, ni des acides qu'on en diſtille, & qu'elles doivent plutôt être attribuées aux alcalis ſalins, terreux ou métalliques qu'ils ont diſſout, & qui leur ſervent de baſe.

Nous en voyons une preuve convaincante dans les differentes figures que prend un même acide ſelon les diffe-

rens alcalis dont il a été soulé & cristallisé ensuite ; par exemple, l'esprit de nitre qui a soulé du sel de tartre, se cristallise en longues éguilles ; ce même esprit de nitre ayant dissout du cuivre, se cristallise en hexagones ; ce même esprit de nitre ayant dissout du fer, se cristallise en quarrez irreguliers ; ce même esprit de nitre ayant dissout de l'argent, se cristallise en lammes plates minces & larges triangulaires dentelées ; ce même esprit de nitre ayant dissout du mercure, se cristallise en pointes de diamants ; ce même esprit de nitre ayant dissout de l'argent & du mercure ensemble, se cristallise en buissons ou en petits arbrisseaux ; ce même esprit de nitre ayant dissout du plomb, se cristallise en houppes comme des brosses, &c. Dans toutes ces differentes figures ce n'est que le même esprit de nitre qui change de figure selon les alcalis avec lesquels il s'est cristallisé.

Il arrive la même chose dans les cristallisations des autres acides après avoir dissout differens métaux ou autres alcalis ; ensorte que l'on peut dire qne ces figures appartiennent plutôt aux alcalis qu'aux acides, & qu'il n'est pas vrai de dire que les pointes des acides ressemblent à la figure du sel dont on les a tirez par la distillation.

De tous les sels naturels, soit fossiles, ou des plantes, ou des animaux, après que la violence du feu en a separé tout le sel volatil, on tire des féces qui restent un sel fixe par la lixiviation, des uns plus des autres moins.

Ces sels fixes lixiviels ne sont autre chose qu'un reste des sels acides que le feu de la calcination n'a pû separer de la terre du mixte, qui luy sert de base & qui se dissolvent ensemble dans l'eau commune.

La saveur de ces sels lixiviels est trés-differente, selon la quantité du sel acide de leur mixte, qu'ils ont retenu dans la calcination ; une partie de cet acide s'en peut dégager en le traitant de certaines manieres dans le feu, mais on ne sçauroit l'en dépoüiller entierement.

Nous observons principalement en trois differentes occasions, qu'une partie de ce sel acide se separe d'avec les

ſels fixes lixiviels, dont la premiere eſt, quand on les laiſſe pendant pluſieurs jours dans un très grand feu. Nous en avons un exemple dans les Verreries, où les ſels fixes des plantes ſervent de fondant au cailloux ou au ſable pour les fondre en verre. On laiſſe les creuſets pendant pluſieurs jours & nuits dans le grand feu du four de la Verrerie, & la flamme qui paſſe continuellement au travers de cette matiere en emporte toûjours un peu. On s'apperçoit de cette évaporation à la voûte des fours qui ſe vitrifie au deſſus des creuſets; ce qui n'arrive qu'à raiſon des parcelles du ſel fondant, que la flamme arrache continuellement de la maſſe du verre fondu, & les pouſſe contre la voûte du four, où elles s'attachent & ſervent de fondant à la terre de cette voûte, que les Ouvriers cherchent avec grand ſoin la plus dépoüillée des ſels qu'ils peuvent trouver, pour faire ces fours les plus durables.

On s'apperçoit encore de cette évaporation, parce que le verre qui a boüilli pendant quinze jours ou trois ſemaines dans le four de la Verrerie, eſt incomparablement plus dur que celui qui n'y a été que deux ou trois jours, & cela par cette raiſon:

Le cailloux qui ſert de baſe au verre eſt une pierre fort dure; on la mêle avec environ parties égales de quelque ſel fixe pour la mettre en fuſion: ce ſel eſt une matiere fort tendre, qui étant joint au cailloux produit dans la vitrification un corps moins dur que le cailloux, & plus dur que ce ſel ſeul; les degrez de cette dureté conſiſtent dans le plus ou le moins de l'une de ces deux matieres qui ſe trouve dans la compoſition du verre. Or le feu emportant toûjours peu à peu une partie du ſel ou de la matiere tendre de cette compoſition, elle devient tous les jours de plus dure en plus dure, enſorte qu'à la fin ces verres deviennent preſqu'auſſi durs que l'étoit le cailloux avant ſa fonte.

La ſeconde occaſion où ces ſels fixes peuvent devenir volatils, eſt de les diſſoudre dans de l'eau, les tenir pendant quelque tems en digeſtion, enſuite de les filtrer & évaporer, puis recommencer ces operations pluſieurs fois

jusqu'à ce qu'à la fin ces ſels ſe criſtalliſent; alors il les faut mêler avec du bol & les diſtiller à grand feu, il en viendra un eſprit acide : le ſel fixe retiré de la tête-morte traité de la même maniere en rendra encore un peu, mais en trés-petite quantité.

La troiſiéme maniere de dégager l'acide des ſels fixes, eſt tout à fait differente de celles que nous venons de rapporter dans les deux manieres précedentes, où le ſel acide s'en ſepare peu à peu ſans changer de nature, reſtant toûjours acide, & ne paroiſſant qu'en liqueur ou en eſprit acide : mais dans cette troiſiéme maniere le ſel fixe ſe ſublime en un ſel volatil concret ſans odeur & ſans avoir conſervé aucune acidité. Cette maniere conſiſte à joindre quelque ſel urineux à ces ſels fixes, lequel abſorbant l'acide du ſel fixe, en précipite dans un moment la matiere terreuſe, & compoſe un ſel ſalé, qui devient dans le feu un ſel volatil concret ſelon la nature du ſel urineux qu'on avoit joint au ſel fixe.

Les ſels urineux que l'on veut employer à ces ſortes de volatiliſations ne doivent pas être pris indifferemment, ils doivent être de la même nature des ſels fixes lixiviels auſquels on les veut joindre, autrement ils ne feront aucun bon effet ; c'eſt à dire, que les ſels fixes des mineraux ne pourront pas ſe joindre aux ſels urineux des plantes ou des animaux pour en devenir volatils, & que par la même raiſon un ſel fixe de plantes ne pourra pas être volatiliſé par un ſel urineux mineral ; mais le fixe lixiviel étant joint à l'urineux du même genre, ils ſe volatiliſeront.

Nous avons trois ſortes de ſels urineux ; le premier eſt des plantes ou des animaux, ce qui eſt la même choſe ; le ſecond eſt un ſel urineux mineral, & le troiſiéme eſt un ſel urineux moyen, c'eſt à dire, qui participe du mineral & des plantes, ou des animaux ; le premier eſt volatil, & les deux autres ſont fixes.

Nous entendons ſous le mot de ſel urineux des plantes ou des animaux, tous les ſels qui ſentent l'urine : leur effet pour volatiliſer d'autres ſels eſt fort connu ; car on le

joint au ſel commun, & en le mettant au feu il en provient ce que nous appellons ſel ammoniac, lequel eſt à la verité un ſel volatil, puiſqu'il ſe ſublime dans le chapiteau; mais quand on l'examine de près, ce n'eſt qu'un aſſemblage fort ſuperficiel de deux ſels volatils, ſçavoir du ſel d'urine & de l'acide du ſel commun; ce qui ſe prouve par le mélange du ſel volatil d'urine & de l'eſprit de ſel, dont il ſe fait un ſel ammoniac ſemblable au précedent, & même l'on peut ſubſtituer à la place de l'eſprit de ſel quelqu'autre eſprit acide mineral qu'on voudra, il en viendra le même ſel ammoniac.

Mais ces ſels ſi differens entr'eux ne ſe joignent jamais ſi bien enſemble que par un intermede terreux, ils ne ſe ſeparent même ſans feu, & cela par la diſparité de ces deux ſels qui ſont de differentes natures, ſçavoir l'un animal & l'autre mineral.

Mais ſi à la place d'un ſel acide mineral on joint au ſel urineux d'une plante un ſel acide auſſi de quelque plante, comme par exemple du vinaigre diſtillé, (car tous les eſprits acides des plantes ſe reſſemblent auſſi bien que tous les ſels urineux des plantes & des animaux,) on aura un fort beau ſel volatil acide concret trés excellent dans la Medecine, & qui fait d'autres effets que le ſel ammoniac ordinaire.

Pour volatiliſer les ſels fixes des plantes, les ſels urineux des plantes ne conviennent pas, parce que les ſels urineux des plantes ſont des ſels volatils, qui ne ſe joignent pas inſéparablement aux ſels fixes; mais les ſels urineux moyens étant des ſels fixes, ils s'accrochent volontiers aux ſels fixes des plantes, & étant joints enſemble d'une maniere qui convient, ils ſe volatiliſent les uns les autres.

Les alums ſont nos ſels urineux moyens, & le borax eſt nôtre ſel urineux mineral. Nous les appellons ſels urineux par deux raiſons: la premiere eſt parce que ces ſels volatiliſent, l'un les ſels fixes lixiviels des plantes, & l'autre les ſels fixes lixiviels des mineraux, de ſorte qu'ils ſe ſubliment en ſels volatils concrets, de la même maniere que le

ſel

ſel d'urine change tous les ſels acides en ſels ammoniacs, qui ſont auſſi des ſels volatils concrets.

La ſeconde raiſon pourquoy nous les appellons ſels urineux eſt, qu'il ſe trouve effectivement dans l'alum & dans le borax une matiere urineuſe, c'eſt-à-dire, une odeur d'urine, qui ſe manifeſte dans le feu lorſqu'on les diſtille avec un intermede terreux, ſoit qu'ils ayent cette matiere par la nature, ou qu'elle leur ſoit communiquée par l'art dans la fabrique, lorſqu'on les tire de leurs mines.

Les ſels urineux moyens quoique fixes ne ſçauroient enlever les ſels fixes mineraux comme eſt par exemple le ſel fixe du vitriol, il luy faut un ſel urineux tout à fait mineral comme eſt le borax, & plus fixe que l'alum ou le ſel urineux moyen ; auſſi celui-là précipite le ſel fixe du vitriol, comme le ſel urineux moyen précipite le ſel de tartre, & le rend ſublimable en un ſel volatil legerement ſalé & ſans aucune odeur.

Ce même ſel urineux mineral trés fixe qui volatiliſe, par exemple le ſel fixe du vitriol, étant joint à l'huile de vitriol qui eſt ſon ſel acide, le corporifie de la même maniere en un ſel volatil legerement ſalé, enſorte qu'on ne ſçauroit diſtinguer ni au goût, ni à la couleur, ni à la figure le ſel volatil qui provient de l'huile de vitriol d'avec le ſel volatil qui provient du ſel fixe de vitriol.

Cette operation confirme ce que nous avons dit de la nature des ſels lixiviels, qui me paroiſſent n'être autre choſe qu'un reſte de ſels acides du mixte que la flame n'a pas pû ſeparer de ſa terre, & que dans cette operation le ſel urineux mineral fixe abſorbe cette partie acide du vitriol qui étoit reſtée dans ce que nous appellons ſel fixe de vitriol, & en compoſe un ſel volatil ſalé, puiſque nous voyons que ce même ſel urineux, ſe joignant à l'acide du vitriol, (connu pour tel comme l'eſt l'huile de vitriol,) compoſe le même ſel volatil ſalé, avec cette difference ſeulement, que ſon mélange avec le ſel fixe du vitriol fait une précipitation trés-copieuſe ; aulieu qu'il ne ſe précipite rien du tout de ſon mélange avec l'huile de vitriol, apparemment par

la raiſon que l'acide du ſel fixe de vitriol eſt intimement mêlé avec une grande quantité de terre & un peu de métail, qui s'en doivent ſeparer dans le moment que le ſel urineux mineral abſorbe cet acide, & ſe précipiter comme une terre inutile ; mais l'acide de l'huile de vitriol ayant pour vehicule de l'eau & non pas une terre comme avoit le ſel fixe, il ne s'en peut rien ſeparer ou précipiter de ſenſible dans ſon mêlange avec le ſel urineux mineral.

Il arrive la même choſe dans la volatiliſation des autres ſels fixes mineraux, que nous venons de remarquer dans le ſel fixe de vitriol

Je n'avois pas deſſein de donner aucune operation dans ces Eſſais de Chimie, les ayant reſervé pour un Cours d'Operations de Chimie, que je donnerai après ces Eſſais. Cependant comme la volatiliſation des ſels fixes lixiviels n'eſt pas connuë au public, que je ſçache, & que l'on peut facilement ſe tromper dans les circonſtances d'une operation qui ne nous eſt pas familiere ; j'ay crû faire plaiſir de donner icy par avance tout au long le procedé comment il faut employer un ſel urineux pour faire, par exemple, le ſel volatil narcotique du vitriol, qui pourra *mutatis mutandis* ſervir de modele aux volatiliſations des autres ſels fixes lixiviels.

Prenez trois livres de colcothar, c'eſt-à-dire, de la tête-morte qui reſte après la diſtillation de l'huile de vitriol, verſez deſſus cinq ou ſix pintes d'eau boüillante, laiſſez en infuſion pendant deux heures dans une terrine de grès en remuant de tems en tems avec une ſpatule de bois, verſez-en toute l'eau par inclination, & filtrez, gardez cette eau claire, qui ſera verdâtre.

Puis prenez deux onces de borax, mettez-le en poudre, & verſez deſſus une pinte d'eau chaude dans un vaiſſeau de verre, remuez avec une ſpatule de bois juſqu'à ce que tout le borax ſoit diſſout.

Verſez cette diſſolution toute chaude dans la précedente eau filtrée, il ſe précipitera ſur le champ une bouë griſe verdâtre, laiſſez ce mêlange en repos juſqu'au lendemain,

puis filtrez par le papier gris, évaporez cette eau filtrée dans des vaisseaux de verre, jusqu'à ce qu'elle commence à faire la pellicule ; alors mettez-le ensemble dans une cucurbite de verre qui tienne environ deux pintes, & qui ait au moins huit pouces de haut ; adaptez-y un chapiteau avec un petit recipient, & distillez au bain de sable jusqu'au sec, jettez toute l'eau qui en distillera jusqu'aux dernieres quatre onces, qui seront un peu acides, qu'il faudra garder soigneusement. Lorsqu'il ne distillera plus d'humidité, le sel volatil montera & s'attachera comme de la neige, aussi bien dans le chapiteau, que dans toute la capacité de la cucurbite ; quand vous verrez qu'il ne montera plus rien, vous laisserez finir le feu : les vaisseaux étant froids, vous ramasserez la sublimation avec une plume ou en la détachant avec un coûteau, prenant garde que dans le sublimé il ne se mêle de ce sel qui reste au fond de la cucurbite : le sel sublimé sera comme de la neige, il le faut comprimer en un gateau entre deux papiers, où il prendra une couleur brillante comme des perles ; il faut le garder en un lieu sec dans une boëte de bois ou de verre, il y en aura environ un gros.

Sur le sel qui demeure au fond de la cucurbite vous verserez les quatre onces d'eau aigrelette que vous avez gardé de la distillation, vous remettrez le chapiteau sur la cucurbite, & vous distillerez & sublimerez comme la premiere fois, en conservant l'eau qui en distillera ; la seconde sublimation sera plus copieuse que la premiere : remettez l'eau distillée dans la cucurbite & sublimez, réïterez ceci tant de fois qu'il ne sublime plus rien, ce que vous pourrez faire huit ou dix fois sur le même sel qui demeure au fonds de la cucurbite.

Le sel volatil des dernieres sublimations est aussi bon que celuy des premieres ; son effet dans la Medecine est d'appaiser les desordres que les matieres sulfureuses irritées peuvent causer dans nous ; par exemple, dans les fiévres malignes avec transport au cerveau, une prise ou deux de sept ou huit grains chacune, dissous dans une cuillerée

ou deux d'eau chaude, & pris dans le fort de l'accès, diminuë la fiévre & calme le transport en sept ou huit heures de tems, & donne le loisir au Medecin de guerir à son aise le malade par les simples purgatifs ordinaires.

J'appelle ce remede du sel volatil narcotique du vitriol, parce qu'il ne fait qu'appaiser la fiévre & le transport pour un tems sans les guerir : car si dans cet intervalle on ne chasse la cause de la maladie par les purgatifs; la fiévre & le transport reviennent.

Nous voyons par cette operation que le sel fixe de vitriol n'est autre chose qu'une matiere terreuse & métallique, dans laquelle il est resté une partie de sel acide de ce mineral, & que le sel urineux mineral ayant absorbé la plûpart de ces pointes acides, ils deviennent un sel volatil débarrassé de leur terre, laissant au fond du vaisseau un reste de sel beaucoup plus fixe qu'il n'étoit avant cette operation. Si au contraire l'on surchargeoit un sel volatil acide d'une trop grande quantité de matiere terreuse, il se changeroit en un sel aussi fixe que l'est celui que nous tirons par la lixiviation du colcothar du vitriol, comme il se change en un sel moyen lorsqu'il ne fait que se souler simplement d'une matiere terreuse ou alcaline.

EXAMEN DE LA LIGNE COURBE, formée par un rayon de lumiere qui traverse l'Atmosphere.

PAR M. DE LA HIRE.

1702. 25. Fevrier. JE suppose icy que l'air tel qu'est celui qui environne la terre & que nous appellons *Atmosphere*, est un corps pesant, & que les particules dont il est composé sont des ressorts, qui par leur nature, de quelque figure qu'on veüille les imaginer, sont capables d'une trés grande extension, & d'un reserrement ou d'une compression presqu'infinie par accident, comme par un poids dont ils se-

roient chargez ; & que ces mêmes particules n'étant point accrochées les unes aux autres, le corps qu'elles composent est un liquide, lequel est aussi transparent.

Mais je puis encore supposer, comme on le connoît par toutes les experiences, que les corps à ressort étant considerez dans un petit espace de leur extension naturelle, se compriment dans la raison des poids dont ils sont chargez, ou au contraire ayant été comprimez par un poids, ils s'étendent dans la raison des mêmes poids dont ils sont soulagez.

Il s'ensuit donc de là qu'on ne doit considerer que la hauteur d'une masse d'air, comme *EG*, par rapport aux accidens qui luy arrivent dans les differentes charges qui la compriment, puisque l'air est un corps liquide.

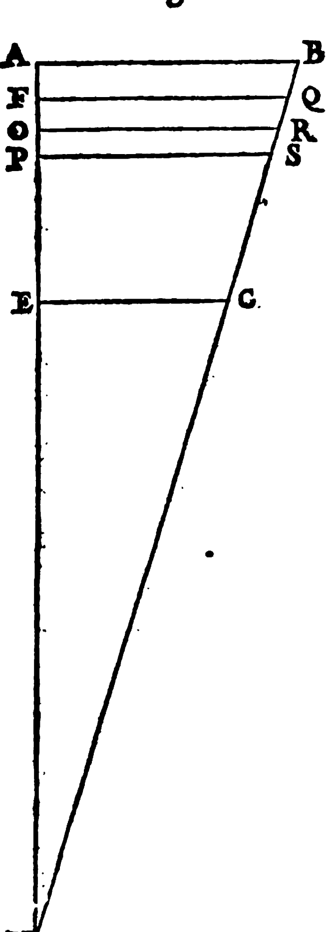
G I L N E

Soit donc *EG* un espace de la hauteur de l'Atmosphere depuis la superficie de la terre en *E* jusqu'en *G*, & que cet espace est comprimé par toute la masse de l'Atmosphere qui est audessus de *G*, & par sa propre pesanteur suivant les differens degrez de sa hauteur; & enfin que cette même masse *EG* avec celle qui est audessus doit agir de la même maniere sur la matiere de l'Atmosphore qui seroit audessous de *E*.

Mais si l'on imagine des espaces *GI*, *IL*, *LN*, &c. dans l'étenduë *GE* lesquels soient indéfiniment petits, & qui comprennent des quantitez égales des ressorts de l'air, tel qu'il doit être dans son étenduë naturelle, l'air compris en *GI* sera reduit à cet espace *GI* par la charge de l'Atmosphere superieure ; la partie de l'air comprise en *IL* sera reduite à cet espace *IL*; qui sera moindre que l'espace *GI*, à cause qu'il est chargé de l'Atmosphere qui est audessus de *G*, & de la partie qui est en *GI*. De même l'air qui est en *LN* sera reduit à cet espace *LN* par la charge de l'Atmosphere audessus de *G*, & des parties de l'air en *GI* & en *IL*; c'est pourquoy cet espace *LN* sera encore plus petit que le superieur immédiat *IL*. Ce sera la même chose pour tous les autres espaces en descendant vers *E*; Et comme nous avons supposé

que ces espaces *GI*, *IL*, *LN*, &c. contenoient des quantitez égales d'air qui ont des pesanteurs égales, il s'ensuit par l'hypothese des ressorts que les diminutions de ces espaces seront aussi égales entr'elles. Mais il s'ensuit aussi que ces diminutions seront toûjours entr'elles dans la raison des quantitez d'air ajoûtées à celui qui est audessus de *G* dans une progression successive telle qu'elle puisse être.

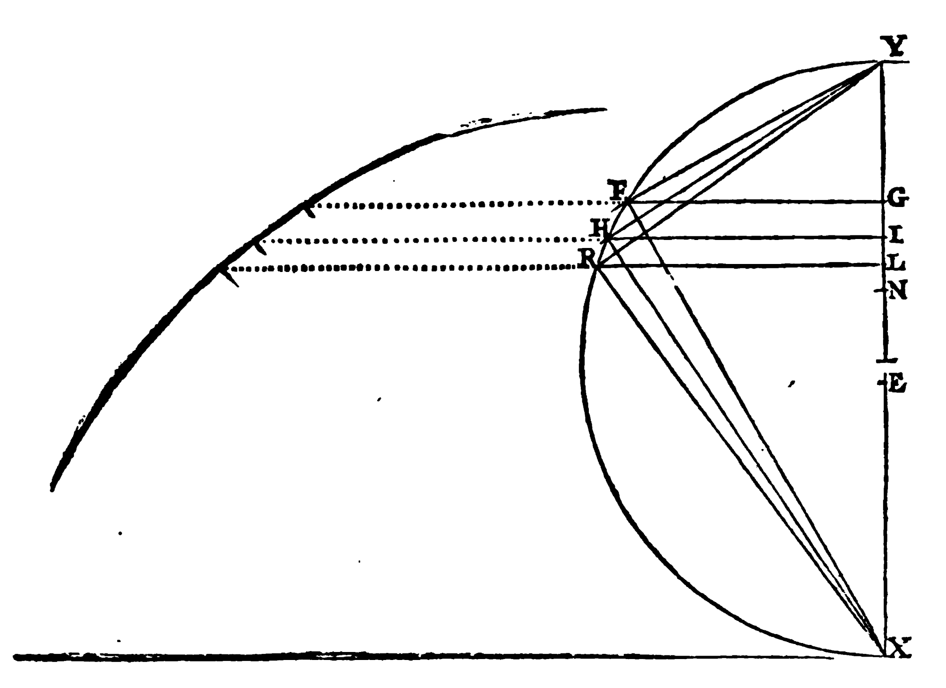
On peut trés-bien representer ces differentes reductions des parties comprimees de l'Atmosphere, par les ordonnées dans un triangle. Car soit la ligne *AE* qui represente la hauteur des particules à ressort de l'air dans leur etat naturel, lesquelles sont renfermées & comprimées dans l'espace *GE* dont nous venons de parler; & que les lignes *AB*, *EC* perpendiculaires à *AE* representent la réduction de ces parties comprimées, sçavoir *AB* leur réduction en *G*, & *EC* leur réduction en *E*, & soit tiré la ligne *BC* qui étant prolongée rencontrera necessairement *AE* aussi prolongée en quelque point *V*, puisque *EC* est toûjours plus petite que *AB*. Or il est évident que le point *V* representera la réduction infinie des particules de l'air dans les suppositions que nous avons faites de leur compression par rapport aux poids dont ils sont chargez, & que *EV* representera la quantité de ces mêmes particules dans leur extension naturelle depuis le point *E*. Ce n'est pas que la nature doive



suivre cette regle à la rigueur jusqu'au point *V*: mais c'est une conséquence necessaire des principes que j'ay posez, dont je conclus ce qui doit arriver dans l'espace *AE* ou *GE* que je considere icy.

Maintenant soit *AE* divisée en parties indéfiniment petites, comme aux points *FOP*, &c. & que par ces points on mene des paralleles à *AB* comme *FQ*, *OR*, *PS*, &c. qui seront des ordonnées dans le triangle *AVB*; je dis que toutes ces ordonnées representeront les réductions de la matiere ou des ressorts de l'Atmosphere. Car si nous supposons que ces parties *AF*, *FO*, *OP*, &c. soient égales entr'elles, leur compression doit aussi augmenter également, & elles doivent se reduire à des espaces qui diminuëront egalement en hauteur, comme sont les ordonnées *FQ*, *OR*, *PS*, &c. Et ce sera la même chose pour les parties inégales. C'est pourquoi ces ordonnées representeront les réductions des parties des ressorts de l'air. Mais aussi des sommes de ces mêmes ordonnées dans des parties infiniment petites & supposées dans les espaces indéfiniment petits *AF*, *FO*, *OP*, &c. sont entr'elles comme les differences des quarrés de *VA*, *VF*, *VO*, *VP*, &c. ce qui est connû, puisque les Quadrilateres *ABQF*, *FQRO*, &c. seront toujours entr'eux comme les moitiez des differences de ces mêmes quarrés de *VA*, *VF*, &c.

Il s'ensuit donc de là que les hauteurs de l'Atmosphere comprimé dans les parties indéfiniment petites, comme *GI*, *IL*, *LN*, sont entr'elles comme des differences de quarrez, & que ces quarrez seroient representez par les lignes depuis les points *G*, *I*, *L*, jusqu'au point de la derniere réduction qui soit *X*; & de plus que les réductions dans chaque point *G*, *I*, *L*, sont representées par les ordonnées comme *AB*, *FQ*, *OR*, *PS*, &c. dans le triangle, lesquelles sont entr'elles comme les racines de ces mêmes quarrez, puisqu'elles sont entr'elles comme les *VA*, *VF*, *VO*, *VP*, &c. Soit enfin *YX* la hauteur de tout l'Atmosphere comprimé toûjours dans la raison que j'ay supposée d'abord; depuis sa plus grande dilatation en *Y*, jusqu'à la plus grande compression en *X*.



Si l'on décrit donc le demi-cercle *YFX* sur le diametre *YX*, & que par les points *GILN* indéfiniment ou infiniment proche les uns des autres, on mene à ce diametre les ordonnées dans le cercle *GF*, *IH*, *LR*, &c. & que de l'extremité *X* du diametre *XY* on tire les cordes *XF*, *XH*, *XR*, &c. Je dis que ces cordes representeront les réductions de l'Atmosphere par rapport à *XY* dans les hauteurs *GILN*, &c. ou ce qui est la même chose, elles representeront les extensions des ressorts de l'air dans ces points *GILN*, &c. Car puisque ces extensions doivent être representées par les racines dont les lignes *XY*, *XG*, *XI*, *XL* representent les quarrez, si l'on mene les cordes *YF*, *YH*, *YR*, &c. il est évident qu'on formera des triangles rectangles *XYF*, *XYH*, *XYR*, &c. & à cause des perpendiculaires *FG*, *HI*, *RL* sur l'hypotenuse commune, on aura comme *XY* à *XF*, ainsi *XF* à *XG*; c'est pourquoy *XY* sera à *XG*, comme le quarré de *XY* à *XF*; & à cause que *XY* demeure toûjours

jours la même, les XF, XH, XR representent les racines des quarrez representez par les lignes XG, XI, XL, &c. & par consequent les lignes XF, XH, XR representent les réductions des particules de l'Atmosphere dans les hauteurs GIL. Ce qu'il falloit démontrer.

Mais comme la matiere de l'Atmosphere ou de l'air qui est autour de la terre, est plus condensée à mesure qu'elle s'approche de la terre, nous la pouvons considerer dans toutes ses couches differentes comme des corps diaphanes de differente densité ; ensorte que si un rayon lumineux vient à la rencontrer, il se détournera de la direction, & s'approchera de la perpendiculaire, & tous les sinus des angles que fait le rayon lumineux seront entr'eux dans la raison de la compression ou réduction des particules de l'Atmosphere, ou bien ces sinus doivent être entr'eux dans la raison des moindres facilitez que le rayon rencontre en traversant ces milieux de differente densité. Car je suppose que la facilité que la lumiere a de se mouvoir dans des milieux de differente densité, est dans la raison de la densité ou reserrement, ou réduction des particules qui composent ces milieux. C'est ainsi que M. de Fermat expliqua le premier les regles de la réfraction, ce qui sembloit en quelque façon contraire à ce que M. Descartes en avoit donné : mais cependant ces explications differentes revenoient au même but, & expliquoient les loix de la nature, comme on le connoît par toutes les experiences. La démonstration de M. de Fermat est extrêmement composée, ce qu'on peut voir dans ses Ouvrages imprimez après sa mort ; & aussi tôt qu'elle parût, j'en donnay une trés-simple, que je presentay à l'Academie dans le même tems à ce qu'il me semble. Mais il n'est pas necessaire de le rapporter icy, puisqu'aussi-bien M. Hugens en a fait imprimer ensuite une autre dans son Traité de la Lumiere.

Soit donc un rayon lumineux 1, 3 avec sa direction 1, 3 lequel rencontre le corps diaphane 1, 2, & ensuite il passe dans un autre corps diaphane 3, 4, mais qui est plus dense que le premier, & par consequent ce rayon a moins de fa-

trées dans le Traité que j'en ay fait. De plus, il semble aussi que cette démonstration ne pourroit convenir qu'à un certain rayon de lumiere qui est déterminé par l'inclinaison de la corde *YF* ou *FM* comme je l'ay posé, lequel dépend de la grandeur du cercle generateur de l'Epicycloïde & de son diametre *XY*, qui détermine dans la supposition que j'ay faite de la compression des particules à ressort de l'air, toute l'étenduë de l'Atmosphere dans sa compression. Car ce rayon lumineux rencontreroit la surface de la terre dans un certain angle, & se termineroit dans la partie superieure de l'Atmosphere en une touchante de cet Atmosphere spherique. Mais je démontreray dans un autre Memoire tout ce qui reste de cette proposition dans toute son étenduë & pour toutes sortes de rayons lumineux, après avoir expliqué plusieurs proprietez particulieres des Epicycloïdes, tant par rapport à la Mécanique, qu'au sujet dont je traite icy, & dont je n'avois point parlé dans mon Traité.

REFLEXIONS

SUR LA MESURE DE LA TERRE,

RAPPORTÉE PAR SNELLIUS

Dans son Livre intitulé : Eratosthenes Batavus.

PAR M. CASSINI le fils.

1702. 8. Mars. AU retour du voyage que j'ay fait en Hollande & en Angleterre, je lûs à l'Assemblée quelques Reflexions que j'avois faites sur la mesure de la terre, que Snellius a donné au public en l'an 1617. dans son Livre intitulé : *Eratosthenes Batavus*, & dont M. Picard a donné le resultat, en reduisant ses mesures au pied de Paris dans sa mesure de la Terre.

Le voyage que nous avons fait dernierement par ordre

du Roy pour prolonger le Meridien de Paris jusqu'aux extrêmitez Meridionales du Royaume, m'a donné lieu d'examiner de nouveau & avec plus de soin la mesure de la terre qui est rapportée par Snellius, pour voir quel rapport elle a avec celle que nous venons de déterminer.

Snellius mesura dans une campagne près de Leiden une base de 326 perches du Rhein & 4 pieds: (la perche contient 12 pieds, & la proportion du pied de Paris au pied du Rhein est, selon M. Picard, comme 1440 à 1390.) prit des extrêmitez de cette base avec un demi-cercle 3 pieds & demi les angles avec les tours de Leiden & de Soeterwoude, & il détermina leur distance de 1092 perches. Par cette distance il détermina la situation de la plûpart des Villes de la Hollande, & de quelques-unes de Flandre par la Trigonometrie. Les deux Villes où il a observé, qui sont l'une le plus au Nord, & l'autre le plus au Midy, sont celles d'Alcmaer & de Bergopsom. Il transporta à Alcmaer une ligne Meridienne qu'il avoit tracée à Leiden, & ayant connu l'angle que la ligne tirée d'Alcmaer à Bergopsom faisoit avec la Meridienne, il détermina la partie du Meridien interceptée entre les paralleles de ces deux Villes de 34018 perches.

Il observa ensuite avec un quart de cercle de 5 pieds & demi de rayon la hauteur du Pole de ces deux Villes. Il trouva celle d'Alcmaer de $52^d 40' \frac{1}{2}$, & celle de Bergopsom de $51^d 29'$ plus petite que la precedente de $1^d 11' \frac{1}{2}$; & ayant ôté 25 perches de la distance entre Alcmaer & Bergopsom pour la reduction des lieux où il avoit fait ses observations, il détermina la grandeur du degré de la circonference de la terre de 28473 perches. Ayant aussi observé la hauteur du Pole à Leiden, il détermina par l'arc du Meridien intercepté entre ces deux Villes, la grandeur du degré de 28510 perches. Prenant un milieu entre ces deux déterminaisons, l'on a la grandeur du degré de 28500 perches du Rhein, ou 55021 toises de Paris.

La methode dont s'est servi Snellius, est la même que nous avons employée dans la prolongation de la Meridien-

ne. Il paroît neanmoins que la base qu'il a mesurée actuellement est fort petite, ce qui pourroit avoir causé des erreurs considerables dans la suite de ses triangles : mais comme il a verifié ses mesures par une nouvelle base à peu près de la même grandeur, nous supposerons ses observations telles qu'il les rapporte, & nous verrons ensuite ce qui en resulte, étant comparées avec les hauteurs du Pole que j'ay observé en quelques Villes d'Hollande, qui sont comprises dans ses triangles.

Pendant mon séjour en Hollande, où j'avois porté un Octans de 3 pieds $\frac{1}{2}$ de rayon, dont nous nous sommes depuis servi dans le dernier voyage ; j'observay le 10 Novembre de l'année 1697 à Rotterdam, qui est une des Villes des plus Meridionales de cette Province, la hauteur Meridienne de l'Etoile Polaire de $54^d\ 16'\ 5''$. Etant allé ensuite à Alcmaer, qui est la capitale de la Nort-Hollande ; j'y observay la hauteur Meridienne de l'Etoile Polaire de $54^d\ 58'\ 10''$. La difference entre ces hauteurs est de $42'\ 5''$, qui est l'arc du Meridien intercepté entre les paralleles d'Alcmaer & de Rotterdam, negligeant la difference de refraction qui ne monte pas à deux secondes. Il s'agit donc de sçavoir de combien de toises est cet arc du Meridien, pour pouvoir ensuite déterminer en toises la grandeur du degré d'un grand cercle de la circonference de la terre. Voici comme on peut le tirer des observations de Snellius.

Snellius détermine la difference de l'arc du Meridien intercepté entre les paralleles d'Alcmaer & de Leiden de 14215 perches. De Leiden il a observé que la Tour de Goule declinoit de la Meridienne de $44^d\ 49'$ vers l'Orient. Et il détermine dans la suite de ses triangles l'angle entre Goude & Rotterdam de $43^d\ 36'$ dont Rotterdam est plus Occidental. La Tour de Rotterdam decline donc de la Meridienne de Leiden de $1^d\ 13'$ vers l'Orient, & la distance entre Leiden & Rotterdam étant selon Snellius de 6972 perches, l'on aura l'arc du Meridien entre Leiden & Rotterdam de 6970 perches, qui étant ajoûtées à la distance d'Alcmaer & de Leiden sur le Meridien de 14215

perches, donnent la distance entre Alcmaer & Rotterdam de 21185 perches du Rhein, qui étant reduites au pied de Paris font 40913 toises. Le lieu où j'ay observé à Alcmaer, tiré du plan de cette Ville, est 20 à 30 toises plus Meridional que la grande Eglise où Snellius a observé; & le lieu où j'ay observé à Rotterdam est à 30 à 40 toises plus Septentrional que la Tour de la grande Eglise, qui est apparemment celle où Snellius a observé, puisqu'elle se distingue de toutes les autres par sa hauteur, comme je l'ay remarqué dans mon Journal.

Les lieux où Snellius a observé étant donc l'un plus Septentrional, & l'autre plus Meridional que ceux de mes observations, en ajoûtant leur difference, l'on aura 60 toises, qu'il faut retrancher de la distance entre Alcmaer & Rotterdam, & l'on aura dans l'intervalle de 42′ 5″ que l'on a observé entre ces deux Villes 40833 toises de Paris, & pour un degré 58245 toises. Cette mesure excede celle que nous avons déterminée par les observations faites dans le dernier voyage de plus de 1000 toises, bien loin de s'accorder à celle que Snellius détermine par ses observations.

Cette difference m'a paru si considerable, que j'ay crû devoir examiner moy-même la methode dont Snellius s'est servi, & calculer ses triangles sur les observations qu'il a faites & qu'il rapporte dans son Livre. Ce qui m'y a porté aussi sont quelques erreurs d'impression qui sautent d'abord aux yeux, & entr'autres au Livre 2, page 173, ligne 20 & 21, ou au lieu de *distantia inter Leidam & Rotterodamum*, il faut lire *inter Goudam & Rotterodamum*. J'ay donc d'abord calculé sur sa base mesurée actuellement la distance entre Leiden & Soeterwoude, qui se trouve conforme à celle qu'il a marquée. Sur cette distance j'ay calculé celle qui est entre la Haye & Leiden, que j'ay trouvée de même que luy de 4103 perches, & dans le triangle *AEF* formé par la Haye, Leiden & Rotterdam, la distance *AE* entre la Haye & Leiden étant déja connuë, l'angle *AEF* que Leiden & la Haye font à Rotterdam étant observé de 39^d 53″, & l'ange *AEF* que Rotterdam & la Haye font à Leiden

étant obſervé de $53^d 40'$, j'ay trouvé la diſtance *EF* entre Leiden & Rotterdam de 6386 perches du Rhein, & la diſtance *AE* de la Haye à Rotterdam de 5154. Snellius Liv. 2, pag. 173, ligne 12, dans le même triangle où il rapporte les angles obſervez dont je me ſuis ſervi, donne la diſtance *AF* entre la Haye & Rotterdam de 5616, & la diſtance *EF* de Leiden à Rotterdam de 6972 plus grande que celle qui reſulte du calcul de 586 perches du Rhein, qui ſont plus de 1100 toiſes.

Suppoſant la diſtance *AE* entre la Haye & Leiden de 4103, il détermine enſuite dans le triangle *AES* formé par la Haye, Leiden & Goude, la diſtance *ES* de Leiden à Goude de 5898 perches; & ayant obſervé dès deux extrêmitez de cette baſe les angles à Rotterdam, il détermine dans un autre triangle *EFS* formé par Leiden, Goude & Rotterdam, la diſtance *EF* entre Leiden & Rotterdam de 4883. En calculant ce triangle ſur ſes obſervations, je trouve la diſtance *EF* de Leiden à Rotterdam de 6972, telle qu'il l'avoit marqué dans le Problême précedent hors de ſa place, & la diſtance entre Goude & Rotterdam de 4883, ce qui m'a fait voir qu'au lieu de Leiden il faut lire Goude, & que ce n'eſt icy qu'une erreur d'impreſſion. Mais je ne ſçay comment accorder ces deux déterminations de la diſtance *EF* de Leiden à Rotterdam, qui reſultent de deux triangles differens, l'une de 6386, & l'autre de 6972. La premiere détermination eſt plus immédiate, mais la ſeconde eſt celle ſur laquelle il a établi ſa meſure, & ſe trouve verifiée par d'autres triangles; mais il n'y a aucun angle obſervé à Rotterdam. L'on peut donc conclure ou que les obſervations des angles du premier triangle *AEF* ſont fautives, ou qu'il s'eſt trompé en prenant un autre lieu pour Rotterdam; & alors il n'y auroit point d'erreur dans ſa meſure.

Ce ſeroit au moins un fait qui meriteroit d'être verifié, & cela ſe pourroit executer aiſément par une perſonne qui ſeroit ſur les lieux, en faiſant une ſtation ſur le haut de la Tour de Rotterdam, & obſervant delà les angles entre la

Haye

Haye & Leiden, Goude, Dort & Willemstadt.

Examinons à present ce qui resulte de la distance de Leiden à Rotterdam déterminée par les premiers triangles. J'ay deja dit que la Tour de Rotterdam declinoit de la Meridienne de Leiden de $1^d\,13'$ vers l'Orient, & supposant la distance *EF* de Leiden à Rotterdam de 6386 perches comme on la vient de trouver par le triangle *AEF*, l'on aura l'arc du Meridien entre Leiden & Rotterdam de 6384, qui étant ajoûté à l'arc du Meridien entre Leiden & Alcmaer de 14215, donne la distance entre le parallele d'Alcmaer & celui de Rotterdam de 20599 perches du Rhein ou 39767 toises de Paris; & retranchant 60 toises pour la difference entre les lieux où j'ay observé & ceux de Snellius, l'on aura 39707 toises pour $42'\,5''$, & pour un degré 56612 toises.

Cette mesure est beaucoup differente de celle que nous avons trouvée d'abord, excede celle de Snellius de 1600 toises, & est plus petite de plus de 400 toises que celle que M. Picard a déterminé entre les paralleles de Sourdon & de Malvoisine.

Mais afin de ne rien laisser de ce qui peut servir d'éclaircissement sur ce sujet, j'examineray icy ce qui resulte des observations faites à Alcmaer & à la Haye. Je n'ay pas observé dans la derniere Ville la hauteur de l'Etoile Polaire, mais j'y ay pris plusieurs fois des hauteurs Meridiennes du Soleil, par lesquelles j'avois déterminé la hauteur du Pole de $52^d\,4'\,13''$. La hauteur du Pole d'Alcmaer tirée de l'observation de l'Etoile Polaire est de $52^d\,38'\,34''$, la difference entre les paralleles de cette Ville & de la Haye est donc de $34'\,21''$. Snellius a observé de Leiden que la Tour de la Haye declinoit de la Meridienne de $52^d\,22'$. La distance de Leiden à la Haye étant donc donnée de 4103 perches, l'on aura la difference entre les paralleles de ces deux Villes de 2505, qui étant ajoûtée à 14215 distance de Leiden à Alcmaer sur le Meridien, donne la difference entre Alcmaer & la Haye de 16720 perches, qui conviennent à $34'\,21''$ de latitude. Negligeant la difference qui est entre les lieux des stations de Snellius, & ceux où j'ay ob-

servé, à cause qu'elle est peu sensible, l'on aura la grandeur du degré de 29205 perches du Rhein ou 56382 toises: ce qui donne une determination encore plus petite que celle qui resulte de la derniere comparaison où l'on avoit supposé la distance de Leiden à Rotterdam de 6386 perches, telle qu'on l'avoit trouvé par le calcul fondé sur les regles qu'il rapporte.

DE LA RESISTANCE DES SOLIDES en général pour tout ce qu'on peut faire d'hypothèses touchant la force ou la ténacité des Fibres des Corps à rompre; Et en particulier pour les hypothéses de Galilée & de M. Mariotte.

PAR M. VARIGNON.

1702. 14. Mars. GAlilée dans ce qu'il a fait de la Résistance des Solides, suppose partout qu'à l'endroit où un corps se rompt, toutes les fibres qui en retenoient les parties qui se separent, comme cousuës ou liées ensemble, se cassent à la fois: De sorte que selon luy ce corps resiste toûjours de toute sa force absoluë, c'est-à-dire, de la force entiere de tout ce qu'il a de telles fibres à l'endroit où on le veut rompre, de quelque maniere qu'on s'y prenne. Mais M. Mariotte dans son *Traité du Mouvement des Eaux*, *Part.* 5. *Disc.* 2. Et quelques autres après luy, voyant au contraire que la plûpart des corps, même le verre, plient avant que de se rompre, ils en ont consideré les fibres comme capables de prêter à peu près de même qu'autant de petits ressorts ou de petits filets ridés, lesquels ne se casseroient qu'après s'être entierement déployés. Et suivant cette idée, comme l'extension des fibres, par exemple *Hb*, de la base de fracture *ABC* du corps *ABCLMN* scélé par un bout dans le mur *XYZ*, & rompu (ainsi qu'on le voit en *AbClmn*) par l'effort du poids *R*, doit être d'autant

PLANCHE II. FIGURE I.

plus grande qu'elles sont plus éloignées de l'axe d'équilibre *AC* sur lequel ce corps se rompt ; & qu'elles ne s'allongent également que lorsqu'on tire ce corps suivant une direction *SO* perpendiculaire à cette base de fracture *ABC*, ainsi que fait le poids *Q* par le moyen de la poulie *I* : Ces Auteurs ont conclu que ce dernier cas étoit le seul où ces fibres se rompissent toutes à la fois ; & que dans l'autre les plus éloignées de *AC* doivent toûjours se rompre les premieres, & ainsi successivement jusqu'en *AC*, à mesure qu'elles arrivent à leur plus grande extension.

Suivant cette hypothêse ces mêmes Auteurs ont aussi conclu que ces fibres *Hb* ne resistent, ou n'employent de leur force totale ou absoluë pour resister au poids *P* en équilibre avec elles, qu'autant qu'elles sont étenduës ou déployées, c'est-à-dire, seulement en raison de leurs distances *HD* à l'axe d'équilibre *AC* : De sorte que leurs *Momens* sur cet axe contre ce poids *P*, ou ce qu'elles ont d'action contre luy, doit suivre (selon eux) la raison des quarrés de ces distances *HD* perpendiculaires à *AC*. Mais parce que cette hypothêse, quoique tres vrai-semblable, pourroit n'être pas encore au gré de tout le monde, voici pour tout ce qu'on en peut faire sur ce sujet.

§. I.

De la Résistance des Corps à être rompus sur un Apuy.

I. Soit donc un corps quelconque *ABCLMN* conçû d'abord sans pesanteur, fortement scêlé par un bout dans le mur *XYZ*, & résistant successivement à l'action des poids *P* & *Q*, tels que le premier le tirant perpendiculairement à sa longueur, & l'autre suivant cette même longueur comme pour l'arracher du mur *XYZ*, chacun d'eux soit seul le plus grand que ce corps puisse ainsi soûtenir sans se rompre en *ABC*, comme je suppose qu'il luy arrive par l'effort du seul poids *R* tant soit peu plus grand que *P*.

Soit aussi cette base de fracture ABC telle figure plane qu'on voudra, comprise entre les paralleles AC, $\beta\lambda$, dont DB soit une des perpendiculaires qui en marquent la distance; sur laquelle, comme axe, soit de plus une courbe quelconque GK, dont les ordonnées HK expriment ce que les fibres Hh, qui naissent de chaque point des ordonnées correspondantes EF paralleles à AC dans la base de fracture ABC, emploient de leur force totale ou absoluë à l'instant d'équilibre contre le seul poids P qui tend à les rompre obliquement sur AC, comme je suppose que fait le seul poids R tant soit peu plus grand que P: ne considerant, dis-je, encore aucune pesanteur dans le corps $ABCLMN$, pour mieux voir l'effet de ce qu'on luy en supposera dans la suite.

II. Cela posé, il est visible que ce que toutes les fibres Hh, qui naissent de l'ordonnée EF, emploient ensemble de leur force absoluë contre le poids P, que je suppose (*art.* 1.) en équilibre avec tout ce qu'il y en a dans la base de fracture ABC, sera $= HK \times EF$; & qu'en imaginant encore une autre ordonnée EF indefiniment proche de celle-là, l'on aura $HK \times EF \times HH$ pour tout ce que les fibres Hh du quadrilatére élementaire $EFFE$ emploïeront de leur force absoluë contre ce poids P. Et par consequent aussi $HD \times HK \times EF \times HH$ sera la valeur de leur impression perpendiculaire en H, (*Momentum*) sur le bras de levier HD. Donc l'intégrale (la lettre $\int$ en est la marque pour tout le produit qui la suit) $\int HD \times HK \times EF \times HH$ sera la valeur (*Momentum totale*) de tout ce que les fibres Hh de la base de fracture ABC en font de même contre le poids P lors de son équilibre avec elles sur l'axe AC, en continuant DH jusqu'en B, c'est-à-dire, en prenant $DH = DB$ après l'intégration effective de cette intégrale supposée, & partout de même dans la suite.

III. Mais d'un autre côté, puisque l'on vient de trouver (*art.* 2.) $HK \times EF \times HH$ pour tout ce que les fibres Hh, qui naissent du quadrilatére élémentaire $EFFE$, emploient de leur force absoluë contre ce poids, l'on au-

ra $\int HK \times EF \times HH$ pour ce que toutes celles de la baſe de fracture ABC en emploient de même à l'inſtant d'équilibre contre ce même poids P, en continuant encore DH juſqu'en B. Donc en prenant V pour leur centre d'action (à la maniere des centres de gravité ou de percuſſion), c'eſt-à dire VD pour le bras de levier perpendiculaire à l'axe d'équilibre AC, ſur lequel tout ce qu'elles emploient alors de forces, rëüni & perpendiculairement appliqué en V, agiroit de même contre le poids P en équilibre (*hyp.*) avec elles ; l'on aura auſſi $VD \times \int HK \times EF \times HH$ pour la valeur (*Monumentum totale*) de tout ce que les fibres Hh de la baſe de fracture ABC, font enſemble d'impreſſion perpendiculaire en V contre ce bras de levier VD au tour de l'axe AC, en continuant de même DH juſqu'en B.

IV. Donc (*art.* 2. & 3.) $VD \times \int HK \times EF \times HH = \int HD \times HK \times EF \times HH$; Et par conſequent $VD = \frac{\int HD \times HK \times EF \times HH}{\int HK \times EF \times HH}$ ſera le bras de levier auquel tout ce que les fibres Hh de la baſe de la fracture ABC emploient enſemble de leur force abſoluë contre le poids P, étant rëüni & perpendiculairement appliqué en V, elles luy reſiſteroient de même qu'elles font effectivement ſans cela. Donc cette force ainſi rëünie en V, étant (*art.* 3.) $\int HK \times EF \times HH$, & DT la diſtance du poids P avec lequel on la ſuppoſe en équilibre ſur l'axe AC ; l'on aura par la Mécanique ordinaire, $P. \int HK \times EF \times HH :: \frac{\int HD \times HK \times EF \times HH}{\int HK \times EF \times HH} (VD). DT$. Et par conſequent auſſi $P = \frac{\int HD \times HK \times EF \times HH}{DT}$, en continuant toûjours DH juſqu'en B.

Je ſuppoſe ici DT perpendiculaire tout à la fois à l'axe d'equilibre AC & à la direction $T\theta$ du poids P : ſinon, il faudra imaginer par cette direction $T\theta$ un plan perpendiculaire à la baſe de fracture ABC, lequel rencontre l'axe d'équilibre AC en δ ; de ce point δ, une perpendiculaire $\delta\theta$ ſur $T\theta$; Et dire de $\delta\theta$ tout ce que l'on dit ici de DT.

V. Mais si l'on prend GB pour la force absoluë de la fibre Bb, je veux dire pour la plus grande force dont cette fibre puisse resister avant que de se casser, lorsqu'on la tire suivant sa longueur; le poids Q, que je suppose aussi (*art.* 1.) en équilibre avec toutes celles de la base de fracture ABC, tendant à les bander également toutes d'une pareille force GB, suivant sa direction SI (*hyp.*) perpendiculaire à cette même base, leur force absoluë sera $GB \times \int EF \times HH$, en continuant DH jusqu'en B; Et ce poids Q se trouvant ainsi directement opposé & en équilibre avec cette force, luy doit être égal. Donc on aura aussi $Q = GB \times \int EF \times HH$.

VI. Donc enfin (*art.* 4. & 5.) l'on aura cette Analogie, $P . Q :: \frac{\int HD \times HK \times EF \times HH}{DT} . GB \times \int EF \times HH$. en continuant encore DH jusqu'en B, ou en prenant $DH = DB$ dans les intégrales qu'on ne voit ici qu'indiquées. Ce qui donne la Regle suivante pour celle de la Résistance des Solides à être rompus sur un apuy AC, la résistance du mur XZ faisant fonction de charge ou de poids contraire.

REGLE FONDAMENTALE.

De la Résistance des Solides à être rompus sur un Apuy, quelque hypathése qu'on fasse touchant la force ou la ténacité de leurs Fibres.

$$P = \frac{Q \times \int HD \times HK \times EF \times HH}{DT \times GB \times \int EF \times HH}.$$

Pour achever de comprendre toute l'étenduë de cette Regle, il est à remarquer toute l'intégrale $\int EF \times HH$ peut exprimer quelquefois une surface pleine & entiere, telle que ABC; quelquefois aussi, une portion seulement de cette surface, telle que EBF, comme si depuis EF vers D toutes les ordonnées de cette courbe étoient imaginaires, ou interrompuës, la grosseur du corps à rompre en demeurant à EBF; quelquefois au contraire, une surface plus grande que ABC, comme lorsque la grosseur de ce corps,

s'étend au-delà de *AC* du côté opposé à *B* ; quelquefois enfin, un Aneau ou une portion d'Aneau pris sur la surface *ABC*, comme lorsque le corps est creux en cet endroit.

Dans le premier cas l'axe d'équilibre *AC* sera à la surface du corps à rompre ; dans le second, il en seroit éloigné de la distance *DH* ; dans le troisiéme, cet axe seroit dans l'épaisseur même de ce corps ; enfin dans le dernier, il seroit l'axe d'équilibre comme d'un tuyau ou d'un entonnoir à rompre, soit qu'on supposât cet axe dedans, dehors, ou au bord exterieur de la base de fracture de ce tuyau ou de cet entonnoir. Ce qui outre toutes les hypothêses possibles touchant la force ou la ténacité des fibres du corps à rompre, comprend aussi toutes les variétés possibles, tant de leurs bases de fracture, que des positions différentes de leurs axes d'équilibre.

Il est pourtant à remarquer que quoique le troisiéme cas, où l'axe d'équilibre se trouveroit dans l'épaisseur du corps à rompre, puisse avoir lieu dans la simple flexion de ce corps ployé sur luy-même, où l'on peut croire que ses fibres non-seulement s'allongent du côté de la convexité qu'il forme en se ployant, mais aussi qu'elles se contractent & se rident du côté de sa concavité ; il ne peut en avoir aucun dans l'entiere rupture de ce même corps, où toutes les fibres de sa base de fracture devant se casser, l'apuy doit enfin s'y trouver pour le moins au bord, & non dans son épaisseur ; puisque celles qui seroient au dessous d'un tel apuy, c'est-à-dire du côté de la concavité de la flexion de ce corps, ne souffriroient aucune extension.

Tout ce que l'on peut dire, c'est que l'apuy seroit alors ambulant depuis un certain point de l'épaisseur du corps à rompre jusqu'à sa surface. Mais l'apuy d'équilibre où ce corps est comme à la veille de se rompre pour peu qu'on en augmentât la charge (qui est celui dont il s'agit ici) étant le dernier, il ne paroît pas qu'il puisse être ailleurs qu'à la surface.

Il ne paroît pas non plus qu'un corps puisse se rompre

ſur un Apuy auquel il ne toucheroit point, tel que ſeroit celui du ſecond cas. Donc le premier cas où l'apuy ſe trouve à la ſurface du corps à rompre, eſt le ſeul qui ſe puiſſe ſuppoſer, quoique la Regle precédente convienne auſſi aux autres. Il ne s'agira donc dans la ſuite que d'apuis à la ſurface des corps à rompre, creux ou non.

VII. Pour faire preſentement quelque uſage de cette Regle ſuppoſons premiérement avec Galilée que lorſque le poids R rompt le corps en queſtion, les fibres Hb de ſa baſe de fracture ſe caſſent toutes à la fois; enſorte que dans l'équilibre où l'on les ſuppoſe (*art.* 1.) avec le poids P, elles luy reſiſtent toutes de toute leur force abſoluë. Alors la courbe GK ſe changeant en une ligne droite parallele à BD, l'on aura partout $HK = BG$ conſtante; ce qui chargera la Regle précedente en celle que voici, $P = \frac{Q \times \int HD \times EF \times HH}{DT \times \int EF \times HH}$, en prenant toûjours $HD = BD$ dans les intégrales qu'on ne voit ici qu'indiquées. Or en ce cas il eſt viſible que $\frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH}$ eſt la diſtance de centre de gravité de la baſe de fracture ABC à l'axe d'équilibre AC: deſorte qu'en prenant S pour ce centre de gravité, l'on aura $DS = \frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH}$. Donc

REGLE GENERALE

De la Réſiſtance des Solides à être rompus ſur un Apuy dans l'hypothéſe de Galilée.

$$P = \frac{Q \times DS}{DT}.$$

D'où l'on voit en général dans cette hypothêſe, que le plus grand poids P perpendiculaire à DT, que le corps $ABCLMN$ (ſuppoſé ſans peſanteur) puiſſe ſoûtenir en T ſans ſe rompre doit toûjours être à la force abſoluë de ce corps, c'eſt-à-dire, au plus grand poids Q que ce même corps puiſſe ſoûtenir ſuivant ſa longueur; comme la diſtance

diſtance DS du centre de gravité S de la baſe de fracture ABC à l'axe d'équilibre AC, eſt à la diſtance DT de ce premier poids P à ce même axe.

VIII. D'où l'on voit auſſi que lorſque la baſe de fracture ABC ſera un Cerle, une Ellipſe, un Parallélogramme, ou un Polygone régulier quelconque, dont le diametre vertical DB ſoit égal à la longueur horizontale DT du corps en queſtion : alors le centre de gravité S de cette baſe ſe trouvant à la moitié de DB, & donnant par conſequent $DS = \frac{1}{2} DT$; l'on aura auſſi pour lors $P = \frac{1}{2} Q$, ainſi que l'a trouvé Galilée.

IX. Suppoſons preſentement avec M. Mariotte que les fibres Hh de la baſe de fracture ABC, prêtent avant que de ſe caſſer, & que ce qu'elles emploient de leur force abſoluë à l'inſtant d'équilibre contre le poids P, ſoit pour chacune comme ſon extenſion, ou comme ſa diſtance DH à l'axe d'équilibre AC. En ce cas la courbe GK ſe changeant en une ligne droite qui paſſe par D, l'on aura $BG. BD :: HK. HD$. De ſorte qu'en prenant $BG = BD$, l'on aura auſſi $HK = HD$; ce qui changera de même ici la précédente Regle fondamentale (*art.* 6.) en celle-ci: $P = \frac{Q \times \int HD \times HD \times EF \times HH}{DT \times BD \times \int EF \times HH}$, dans laquelle on voit que $BD \times \int EF \times HH$ exprime un Cylindre droit dont ABC étant la baſe, & BD la hauteur, l'intégrale $\int HD \times HD \times EF \times HH$ ſeroit la ſomme des impreſſions ou des efforts ſur l'axe d'équilibre AC (*Momenta*) des élemens de l'Onglet qui en ſeroit retranché par un plan paſſant par cet axe, & incliné de 45. deg. ſur cette baſe ; c'eſt-à-dire que cette intégrale exprimeroit l'impreſſion totale (*Momentum totale*) de cet onglet librement ſuſpendu à la diſtance que ſon centre de gravité auroit de ce même axe AC. D'où il ſuit que l'impreſſion (*Momentum*) de cet onglet ainſi ſuſpendu, ſeroit à celle de ſon cylindre ſuſpendu de même en $T :: P. Q.$ c'eſt-à-dire, comme le plus grand poids perpendiculaire à DT, que le corps $ABCLMN$ puiſſe ſoûtenir en T ſans ſe rompre en ABC, eſt à ſa force abſoluë en cet endroit. Deſorte que ſi ce cylindre ſuſpendu en T, équiva-

soit à cette résistance absoluë, l'onglet qu'on en vient de retrancher, & suspendu où l'on vient de dire, équivaudroit aussi au plus grand poids oblique que ce même corps puisse soûtenir en *T* sans se rompre en *ABC*, ainsi que M. Leibnitz l'a remarqué dans les Actes de Leipsik de 1684. pag. 325.

X. Mais pour réduire cette Regle $P = \frac{Q \times \int HD \times HD \times EF \times HH}{DT \times BD \times \int EF \times HH}$ à une autre plus commode, il faut considérer qu'elle donne $P = \frac{Q \times \int HD \times EF \times HH}{DT \times BD \times \int EF \times HH} \times \frac{\int HD \times HD \times EF \times HH}{\int HD \times EF \times HH}$, dont la quantité $\frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH}$ exprime la distance du centre de gravité de la base de fracture *ABC* à l'axe d'équilibre *AC*, & $\frac{\int HD \times HD \times EF \times HH}{\int HD \times EF \times HH}$ celle de son centre de percussion à ce même axe: Desorte qu'en prenant *S* pour son centre de gravité, & *V* pour son centre de percussion par rapport à l'axe *AC*, l'on aura $DS = \frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH}$, & $DV = \frac{\int HD \times HD \times EF \times HH}{\int HD \times EF \times HH}$, en prenant toûjours $HD = BD$ dans les integrales qu'on ne voit ici qu'indiquées. Et alors on verra cette Regle se changer en celle-ci:

REGLE GE'NE'RALE.

De la Résistance des Solides à être rompus sur un Apuy dans l'hypothêse de M. Mariotte.

$$P = \frac{Q \times DS \times DV}{DT \times BD}.$$

D'où l'on voit en général dans cette hypothêse, que le plus grand poids *P* perpendiculaire à *DT*, que le corps *ABCLMN* (supposé sans pesanteur) puisse soûtenir en *T* sans le rompre en *ABC*, doit toûjours être à la force absoluë de ce corps en cet endroit, c'est à dire, au plus grand poids *Q* que ce même corps puisse soûtenir suivant sa longueur, sans se rompre au même endroit, comme le produit des distances du centre de gravité *S* & du centre

de percussion V de la base de fracture ABC à l'axe d'équilibre AC, est au produit des distances du sommet de cette base & du poids P à ce même axe.

XI. Il suit aussi de cette Regle, que lorsque la base de fracture ABC sera un parallélogramme, dont l'axe d'équilibre AC soit la base, & DB la hauteur ; cette figure ayant $DS = \frac{1}{2} DB$, & $DV = \frac{2}{3} DB$ par rapport à cet axe, l'on aura aussi pour lors dans cette hypothêse de M. Mariotte, $P = \frac{Q \times \frac{1}{2} DB \times \frac{2}{3} DB}{DT \times DB}$, ou $P = \frac{\frac{1}{3} Q \times DB}{DT}$: de sorte que si DT se trouve de plus égale à BD, l'on aura enfin $P = \frac{1}{3} Q$, c'est à dire qu'alors dans cette hypothêse le plus grand poids librement suspendu, que le corps $ABCLMN$ puisse soûtenir à l'extremité T de sa longueur horisontale DT, sera le tiers de la force absoluë de ce même corps ; ainsi que M. Leibnitz l'a aussi démontré dans les Actes de Leipsik de 1684. pag. 323.

XII. En supposant de même que ce que les fibres Hh de la base de fracture ABC emploient de leur force absoluë à l'instant d'équilibre contre le poids P, soit pour chacune d'elles comme telle puissance m qu'on voudra de son extension ou de sa distance DH à l'axe d'équilibre AC ; l'on auroit aussi $HK = \overline{DH}^m$, en faisant $BG = \overline{DB}^m$; ce qui fait voir que la courbe GK seroit alors telle parabole ou telle hyperbole qu'on voudroit, selon que la valeur arbitraire de l'exposant m seroit positive ou negative ; ce qui changeroit aussi la Regle fondamentale de l'article 6. en celle-ci : $P = \frac{Q \times \int \overline{DH}^{m+1} \times EF \times HH}{DT \times \overline{BD}^m \times \int EF \times HH}$, laquelle donne encore celle de l'hypothêse de M. Mariotte en faisant $m = 1$ conformément à $HK = DH$ comme ci-dessus article 9. Et ainsi d'une infinité d'autres Regles qu'on pourroit encore déduire de même de la fondamentale de l'art. 6. selon les differentes natures dont on peut supposer la courbe GK. Mais celles des deux hypothêses précédentes (art. 7. & 10.) suffisent pour exemples. Et voici quelques usages après les définitions suivantes.

XIII. Pour faire donc quelque usage des Regles des art. 7. & 10. voici la signification de quelques mots, de la plûpart desquels nous nous sommes deja servis, & dont nous nous servirons encore dans la suite.

1°. Nous appellerons (comme nous avons fait jusqu'ici) *Base de fraction*, ou plutôt *Base de fracture*, celle où l'on conçoit qu'un corps se rompt ou se doit rompre, telle qu'est *ABC* dans la Figure 1.

2°. De deux poids tels que sont ici *Q* & *P*, nous appellerons *Poids directs* celui qui tendra à rompre ou à diviser le corps en question, en le tirant perpendiculairement à sa base de fracture, comme fait le poids *Q* par rapport à la base *ABC*; Et nous appellerons *Poids oblique* celui qui tend à rompre ce corps en le tirant parallelement à cette base, comme fait le poids *P* par rapport à la même base *ABC*. On appellera de même les forces substituées à la place de ces poids.

3°. Nous appellerons *Résistance absoluë* d'un corps à chaque base de fracture, tout ce qu'il est capable d'en faire à tout ce qui tendroit à le diviser en cet endroit, en le tirant perpendiculairement à cette base, comme fait le poids *Q* par rapport à la base *ABC* dans la Fig. 1. c'est à dire (*art.* 5.) le plus grand poids direct que ce corps puisse ainsi soûtenir sans se détacher en cet endroit *ABC*, du mur *XYZ* dans lequel on le suppose scêlé par le bout opppose à celui auquel ce poids est attaché.

On voit delà que les Résistances absoluës d'un corps peuvent varier comme les bases de fracture; mais qu'elles sont constantes & toûjours les mêmes à chaque base.

4°. Le plus grand poids oblique tel que *P*, qu'un corps puisse aussi soûtenir sans se rompre en quelqu'une des bases de fracture *ABC* qu'on luy peut supposer parallele à la direction de ces poids, s'appellera sa *Résistance respective*, ou simplement sa *Résistance* en cette base.

On voit aussi delà que les Résistances respectives peuvent non seulement varier comme les bases de fracture; mais encore à chaque base, selon sa distance au poids obli-

que ſuppoſé ; & même à diſtances égales de ce poids, ſelon les differens côtés de cette baſe ſur leſquels la peuvent mettre les differentes poſitions du corps à rompre.

5°. La diſtance des horizontales entre leſquels une baſe de fracture quelconque ſe trouve compriſe, s'appellera ſon *plus grand diametre vertical*, tel qu'eſt *DB* entre les horizontales *AC* & *βλ* de la Fig. 1. Et celle de ces horizontales autour de laquelle ſe doit faire le mouvement de fracture, s'appellera l'*axe d'équilibre* : ce ſera l'inférieure, telle qu'eſt ici *AC*, dans les ruptures faites ou à faire ſur un apuy ; & la ſupérieure, dans les ruptures faites ou à faire entre deux apuis, comme ci après, §. 2.

6°. Enfin les baſes de fractures de corps de même matiere & de même tiſſu, s'appelleront *homogenes*, & ces corps auſſi, quelles qu'en ſoient les figures.

XIV. Ces noms ſuppoſés, la comparaiſon des deux Regles des art. 7. & 10. fait deja voir en general que les réſiſtances reſpectives d'une même baſe de fracture quelconque *ABC* de quelque corps que ce ſoit, à être rompu ſur un apuy dans les hypothêſes de Galilée & de M. Mariotte, par des poids obliques ſucceſſivement appliqués à même diſtance quelconque de cet apuy, ſont toûjours entr'elles :: *BD*. *DV*. c'eſt à dire, comme le plus grand diametre vertical de cette baſe, eſt à la diſtance du centre de percuſſion *V* de cette même baſe à l'axe d'équilibre *AC* : lequel rapport doit varier ſelon la nature de ces ſortes de baſes. Mais quelque varieté qui luy arrive, on voit que pour rompre en quelque endroit que ce ſoit, un même corps ſcêlé par un bout dans un mur, par le moyen d'un poids oblique, ce poids (à diſtances égales de l'axe d'equilibre) doit être bien plus grand dans l'hypothêſe de Galilée que dans celle de M. Mariotte ; & ce d'autant plus grand que le plus grand diametre vertical de quelque baſe de fracture que ce ſoit, l'eſt toûjours beaucoup plus que la diſtance du centre de percuſſion de cette baſe à ſon axe d'équilibre. Ce qui devient une Regle auſſi ſimple que génerale pour juger de la préference entre ces deux hypothêſes.

Voilà en quoy elles different : Voici presentement en quoy elles conviennent.

XV. Je commence par l'hypothêse de Galilée. Soient
FIG. 2. dans les Fig. 2. 3. deux corps quelconques *AM*, *am*, ho-
3. rizontalement scêlés dans les murs *XZ*, *xz*; Et tout le reste comme dans la Fig. 1. Les grandes & les petites Lettres de même nom, signifiant la même chose ici que là.

Cela posé, la Regle de l'art. 7. donnera $P = \frac{Q \times SD}{TD}$ & $p = \frac{q \times sd}{td}$ en cas d'équilibre de part & d'autre dans les corps *AM*, *am*, supposés sans pesanteur. D'ailleurs en supposant ces corps de même matiére, l'art. 5. donnera aussi $Q. q :: ABC, abc$. Donc en cas d'équilibre de part & d'autre, l'on aura $P. p :: \frac{Q \times SD}{TD} . \frac{q \times sd}{td} :: \frac{ABC \times SD}{TD} . \frac{abc \times sd}{td}$. D'où il suit qu'il ne sçauroit y avoir ici d'équilibre qu'il ne soit de part & d'autre entre les résistances des bases *ABC*, *abc*, de ces corps, & les poids *P*, *p*, tant que l'on aura $P. p :: \frac{ABC \times SD}{TD} . \frac{abc \times sd}{td}$. De maniére que si l'un de ces poids, par exemple *P*, rompt en *ABC* le corps *AM* auquel il est appliqué, il faut nécessairement que le poids *p* rompe de même le corps *am* en *abc* : Les *momens* de ces bases *ABC*, *abc*, se trouvant ainsi proportionnels aux *momens* de ces poids *P*, *p*. Ce qui doit encore arriver lorsque ces poids étant égaux, l'on aura $TD . td :: ABC \times SD . abc \times sd$.

XVI. Cela étant, au lieu d'un corps que Galilée a trouvé être par tout d'égale résistance à être rompu par le seul effort d'un poids oblique suspendu à une de ses extrêmités, l'autre étant horizontalement scêlée dans un mur ; en voici trois qui considerés de même sans pesanteur, ont la
FIG. 4. même proprieté : Les voici en *ABMN* (*Fig. 4. 5. 6.*)
5. scêlés de même dans les murs *XZ*. Le premier de ces
6. corps est le Coin parabolique de Galilée ; le second est un Sphéroïde décrit par la revolution d'une premiere parabole cubique autour de son axe ; & le troisiéme est un Coin purement rectiligne.

1°. Soit donc (*Fig.* 4.) le Coin curviligne *ABMN* de Galilée, d'égale épaiſſeur *AC* partout, dont la courbure *BbN* eſt une Parabole ordinaire, qui a ſon ſommet *N* & ſon axe ſur le côté *AN* du parallelogramme horizontal *AM*, & ſes ordonnées verticales *AB*, *ab*. Soit *P* le plus grand poids oblique que ce corps conçû ſans peſanteur, puiſſe ainſi ſoûtenir ſans ſe rompre dans quelqu'une des baſes *ABC*, *abc*, paralleles à la direction de ce poids. Soient enfin *S* & *s* les centres de gravité de ces baſes. FIG. 4.

Ces Parallélogrammes *ABC*, *abc*, de même baſe (*hyp.*) entr'eux, & la nature de la Parabole *BbN*, donneront enſemble $ABC \times SD . abc \times sd :: \overline{AB}^2 . \overline{ab}^2 :: AN . aN :: TD . Td$. Donc (*art.* 15) ce Solide *ABMN* ainſi chargé, ſera par tout d'égale réſiſtance à ſe rompre par le ſeul effort du poids *P*.

2°. Soit preſentement (*Figure* 5.) le corps *ABMN* un Sphéroïde décrit par la révolution d'une premiere Parabole cubique *DdN* ou *DdT* autour de ſon axe horizontal *SN* ou *ST*: c'eſt-à dire, d'une Parabole telle que ſon ſommet étant *N* ou *T*, & ſes ordonnées *SD* & *sd*, l'on ait par tout $\overline{SD}^3 . \overline{sd}^3 :: ST . sT$. Ce corps étant auſſi conçû ſans peſanteur, chargé & ſcêlé comme le précédent ; on le trouvera encore d'une egale réſiſtance par tout, à êtrre rompu par le ſeul effort du poids *P*. FIG. 5.

Car les centres de gravité *S* & *s* des baſes de fracture circulaires *ABC*, *abc*, étant auſſi leurs centres de grandeur, l'on aura $ABC \times SD . abc \times sd :: \overline{SD}^3 . \overline{sd}^3$ (*hyp.*) :: $ST . sT$. Donc (*art.* 15.) ce Sphéroïde *ABMN* ſera encore d'égale réſiſtance par tout, à être rompu par le ſeul effort du poids *P*. On le démontrera de même de chacun des ſégmens de ce Sphéroïde coupé par des plans qui paſſent par ſon axe.

3°. Enfin ſoit (*Fig.* 6.) le Priſme ou le Coin rectiligne *ABCNM*, de faces triangulaires *ACN* ou *ACT* & *BBM* horizontales, conçû ſans peſanteur, chargé & ſcêlé comme les Solides précédens ; ce coin ſera encore par- FIG. 6.

tout d'une égale resistance à être rompu par le seul effort du poids P.

Car en prenant encore S & s pour les centres de gravité des Parallelogrammes ABC, abc, de même hauteur, & paralleles entr'eux & à la direction du poids P ; l'on aura aussi $ABC \times SD. abc \times sd :: TD. Td.$ Donc (*art.* 15.) ce coin rectiligne $ABCNM$ sera encore par tout d'une égale résistance à être rompu par le seul effort du poids P.

FIG. 7. XVII. Concevons presentement ce même Coin rectiligne $ABCNM$ comme ayant fait un quart de tour sur sa base de fracture ABC, ensorte que sa face horizontale supérieure soit presentement le Parallelogramme $ABMN$; & qu'au lieu du poids P ce corps soit chargé d'une poussiere homogêne, également répanduë & à même hauteur sur cette base supérieure $ABMN$, dont le poids soit aussi le plus grand que ce corps horizontalement scêlé dans le mur XZ, & conçû sans pesanteur, puisse soûtenir sans se rompre.

En ce cas les charges de ce coin $ABCNM$, & de sa portion semblable $abcNM$, étant $:: AM. aM :: AN. aN$. Et leurs distances, ou celles de leurs centres de gravité, aux axes d'équilibre CB, cb, étant aussi $:: AN. aN$. leurs *momens* seront $:: \overline{AN}^2. \overline{aN}^2$. lesquels substitués à la place de $P \times TD$, $p \times td$, (dont ils tiennent ici lieu) dans l'analogie $P \times TD. p \times td :: ABC \times SD, abc \times sd.$ de l'article 15. doivent aussi donner $\overline{AN}^2. \overline{aN}^2 :: ABC \times SD. abc \times sd.$ en cas d'équilibre ou d'égales resistances dans les bases de fracture ABC, abc, contre la charge supposée : Et réciproquement ces résistances seront égales dans tout corps (sans pesanteur) de face parallelogrammique horizontale, ainsi chargé, tant qu'il donnera cette même analogie. Or c'est effectivement ce que donne celui dont il s'agit ici ; puisqu'il donne $ABC \times SD. abc \times sd :: AC \times SD. ac \times sd :: \overline{AC}^2. \overline{ac}^2 :: \overline{AN}^2. \overline{aN}^2$. Donc ce Coin $ABCNM$, horizontalement scêlé dans le mur XZ quant à sa face parallélogrammique supérieure AM, &

conçû

conçû sans pesanteur, sera par tout d'une égale résistance à être rompu par la charge qu'on luy vient de supposer.

XVIII. En géneral pour les corps de même matiere, de bases de fracture semblables & semblablement posées, quels qu'ils soient d'ailleurs : Par exemple, deux cylindres, un cylindre & un cône scêlé par sa base, &c. Tels qu'on peut supposer les corps AM, am, des Fig. 2. & 3. conçûs Fig. 2. sans pesanteur, & en équilibre chacun avec un poids P 3. ou p suspendu à celle de ses extremités qui se trouve hors du mur ; Cette ressemblance supposée des bases ABC, abc, les rendant dans la raison des quarrés de leurs diametres, ou de leurs côtés homologues AC, ac, ou bien des distances SD, sd, de leurs centres de gravité à ces mêmes côtés : L'art. 15. donnera ici $P \times TD . p \times td :: ABC \times SD . abc \times sd :: \overline{SD}^3 . \overline{sd}^3 :: \overline{BD}^3 . \overline{bd}^3 :: \overline{AC}^3 . \overline{ac}^3$. C'est-à-dire en général que les impressions (*Momenta*) des résistances respectives, ou (*art.* 13.) des plus grands poids obliques que ces corps (conçûs sans pesanteur) puissent soûtenir sans se rompre en ABC, abc, sont entr'elles comme les cubes des diametres, des rayons, ou des côtés homologues de ces bases (*hyp.*) semblables. Desorte que si les longueurs TD, td, de ces corps, c'est-à-dire les distances des poids P, p, aux axes d'équilibre, AC, ac, sont égales entr'elles ; ces mêmes poids, ou (*art.* 13.) les résistances respectives de ces corps, seront entr'elles comme les cubes des diametres, des rayons, ou des côtés homologues de leurs bases de fracture ABC, abc.

En voilà (ce me semble) assez pour les corps considerés comme sans pesanteur, & qu'on voudroit rompre par le seul effort de poids suspendus à celles de leurs extremités qui sont hors le mur dans lequel on les suppose scêlés.

XIX. Soient donc presentement les corps ABM, abm, des Fig. 2. & 3. de longueurs à se rompre en ABC, Fig. 2. abc, par leurs propres poids, pour peu qu'on y en ajoûtât 3. d'autres, ou qu'ils pesassent davantage. Il est visible que leurs pesanteurs suppléant ainsi les poids P, p, qu'on avoit supposés jusqu'ici être les plus grands que ces corps pussent

soûtenir en T, t, sans se rompre ; les produits de leurs pesanteurs par les distances de leurs centres de gravité aux axes d'équilibre, AC, ac, doivent être égaux aux produits $P \times TD$, $p \times td$, chacun à son correspondant. Ainsi les pesanteurs des corps étant comme leurs masses, si l'on prend π, π, pour leurs centres de gravité, ou plutôt pour les points où TD, td, rencontrent les directions de ces centres : c'est-à-dire, πD, πd, pour les distances de ces même[illegible] centres de gravité aux axes d'équilibre AC, ac, sur lesq[illegible] ces corps tendent à se rompre ; l'on aura $ABM \times \pi$[illegible] $P \times TD$, & $abm \times \pi d = p \times td$. Donc (en suppo[illegible] corps de même matiere) $ABM \times \pi D . abm \times \pi d$ :: [illegible] $p \times td$. (*art.* 15.) :: $ABC \times SD . abc \times sd$. en cas d'é[illegible]re de part & d'autre, c'est-à-dire, en cas de résistanc[illegible]gales aux efforts des pesanteurs de ces corps pour les [illegible]pre. D'où il suit qu'aucun d'eux ne sçauroit se rompre ai[illegible]ns l'autre (ce qui les fera dire aussi de *résistances égales*) t[illegible] que l'on aura $ABM \times \pi D . abm \times \pi d :: ABC \times SD . abc \times$[illegible] Ce qui se réduit à $ABM \times \pi D . abm \times \pi d :: \overline{SD}^2 . \overline{sd}^2 :: \overline{BD}^3$[illegible] $\overline{bd}^3 :: \overline{AC}^2 . \overline{ac}^2$. lorsque les bases de fracture ABC, ab[illegible] sont semblables & semblablement posées par rapport au[illegible] axes d'équilibre AC, ac.

XX. Cela étant, voici presentement deux Solides d'une égale résistance à être rompus par leur propre poids, étant perpendiculairement scêlés par leur plus gros bout, comme cy-dessus.

PLANCHE III. FIGURE 8. 1°. Le premier est un Coin parabolique ABM par tout d'égale épaisseur AC, de base horisontale AM, & complement de celui du nomb. 1. de l'art. 16. c'est-à-dire, dont la courbure BbN est une Parabole ordinaire touchée par AN en son sommet N. Ce coin, dis-je, scêlé (comme l'on voit) dans le mur XZ, sera par tout d'une égale résistance à être rompu par son propre poids : c'est-à-dire, que si la résistance absoluë de la base ABC, fait équilibre avec le poids de ce coin ABM, la résistance absoluë de toute autre base abc parallele à celle là, sera aussi équili-

bre avec le poids du coin abM.

Car suivant les noms du précédent article 19. l'on aura. $ABM \times \Pi D . abM \times \pi d :: AB \times AN \times \Pi D . ab \times aN \times \pi d :: AB \times \overline{AN}^2 . ab \times \overline{aN}^2$ (par la nature de la parabole) :: $\overline{AB}^2 . \overline{ab}^2 :: ABC \times SD . abc \times sd$. Donc (*art.* 19.) le Coin parabolique ABM, duquel il s'agit ici, sera par tout d'une égale résistance à être rompu par son propre poids.

2°. Le second des corps que je viens de dire être aussi d'une égale résistance à être rompu par son propre poids, est encore un Solide parabolique ABN, mais en forme de Trompette, décrit par la révolution de la même Parabole ordinaire AaN, autour de la Touchante SN en son sommet N. Je dis donc que ce Solide rond horizontalement scêlé par son plus gros bout dans le mur XZ, sera aussi par tout d'une égale résistance à être rompu par son propre poids. Fig. 9.

En effet en prenant encore Π, π, pour les centres de ité du Solide ANB & de sa portion quelconque aNb, la base abc soit parallele à ABC, c'est-à-dire au mur ; reste étant tel qu'on le voit ici : l'on aura $ANB \times S\Pi$. $b \times s\pi :: ABC \times SN \times S\Pi . abc \times sN \times s\pi :: ABC \times$ $. abc \times \overline{sN}^2$ (par la nature de la parabole AaN) :: $\times SD . abc \times sd :: \overline{SD}^3 . \overline{sd}^3$. Donc (*art.* 19.) ce se- Solide parabolique ANB, ainsi scêlé dans le mur sera encore par tout d'une égale résistance à être u par son propre poids.

Avertissement.

XXI. Telles sont les premieres suites de la Regle de l'art. 7. touchant les corps à rompre sur un apuy dans l'hypothêse de Galilée. Quant à l'hypothêse de M. Mariotte, M. Leibnitz au mois de Juillet 1684. des Actes de Leipsik, a démontré que les deux Solides paraboliques précédens (*art.* 20. *n.* 1. & 2.) horizontalement scêlés dans le mur XZ, sont aussi chacun d'égale résistance par tout à être rompu par leur propre poids dans cette hypothêse de M. Mariotte ; de même que le Coin rectiligne de l'art. 17. par

la ſeule charge qu'on luy a ſuppoſée dans cet article. On le trouvera auſſi pour cette hypothêſe à nôtre maniére, en ſe ſervant de la Regle de l'art. 10. comme l'on vient de faire de celle de l'art. 7. C'eſt pour ceux qui en voudront faire l'eſſay, qu'outre les centres de gravité *S* des baſes de fractures *ABC*, l'on a auſſi marqué par tout ici leurs centres de percuſſion *V* par rapport aux axes d'equilibre *AC*. On trouvera plus : Les trois Solides qu'on vient de voir (*art.* 16.) être partout d'égale réſiſtance chacun, à être rompus par les ſeuls efforts de poids ſuſpendus à leurs extremités dans l'hypothêſe de Galilee, ſe trouveront l'être auſſi dans celle de M. Mariotte. Ces deux hypothêſes s'accordent encore en ce qu'en général pour les corps de même matiére, de baſes de fracture ſemblables & ſemblablement poſées, quels qu'ils ſoient d'ailleurs ; les impreſſions (*Momenta*) des réſiſtances reſpectives, ou (*art.* 13.) des plus grands poids obliques (ſoit qu'ils ſoient ſubſtitués aux leurs, ſoit des leurs propres) que ces corps puiſſent ſoûtenir ſans ſe rompre, ſont entr'elles comme les cubes des rayons ou des côtés homologues de ces baſes, ainſi qu'on l'a vû dans les art. 18. & 19. pour l'hypothêſe de Galilee, & qu'on le trouvera pour celle de M. Mariotte en ſe ſervant de la Regle de l'art. 10. comme l'on a fait de telle de l'art. 7. Tout cela vient de ce que l'on a par tout ici $\frac{VD}{BD} = \frac{ud}{bd}$ d'où un plus grand détail pourroit faire voir d'autres convenances entre ces deux Regles.

XXII. Il eſt ici à remarquer que les proprietés de $P \times TD . p \times td :: ABC \times SD . abc \times sd :: \overline{SD}^3 . \overline{sd}^3 :: \overline{BD}^3 . \overline{bd}^3 :: \overline{AC}^3 . \overline{ac}^3$. Et de $ABM \times \pi D . abm \times \pi d :: ABC \times SD . abc \times sd :: \overline{SD}^3 . \overline{sd}^3 :: \overline{BD}^3 . \overline{bd}^3 :: \overline{AC}^3 . \overline{ac}^3$; qu'on vient de voir dans les art. 18. 19. 21. convenir également aux hypothêſes de Galilée & de M. Mariotte dans le cas des baſes de fractures *ABC*, *abc*, homogenes, ſemblables & ſemblablement poſées par rapport aux axes d'équilibre ; conviennent de même en ce cas à toute autre

hypothêse ou syſtême phyſique touchant la force ou la tenacité des fibres des corps à rompre, quels que ſoient auſſi d'ailleurs ces corps homogenes; ou plutôt que ſans faire aucune hypothêſe ou ſyſtême phyſique ſur cela, ces deux proprietés conviennent généralement en ce cas à tous les corps homogenes ſcêlés chacun par un bout dans un mur vertical, & de baſes de fractures ſemblables & ſemblablement poſées par rapport à leurs axes d'équilibre: La premiere, lorſqu'on conſidere ces corps ſans autres peſanteurs que celles des plus grands poids obliques qu'ils puiſſent ſoûtenir à leurs autres extremités ſans ſe rompre en ces baſes, comme dans l'art. 18. La ſeconde, lorſque c'eſt par leurs propres & ſeules peſanteurs que ces corps s'y romproient pour peu qu'on les chargeat davantage, comme dans l'art. 19. Pour le voir,

1°. Remontons à la Regle fondamentale de l'art. 6. qui donne ici toutes les autres, & imaginons dans les Fig. 3. & 3, tout ce qu'on voit dans la Fig. 1. Cette Regle fondamentale, qui donne $P = \frac{Q \times \int HD \times HK \times EF \times HH}{TD \times GB \times \int EF \times HH}$ par rapport à la baſe quelconque ABC de fracture dans la Fig. 1. le donnera pareillement par rapport à une pareille baſe ABC dans la Fig. 2. & de même auſſi en petites lettres, $p = \frac{q \times \int hd \times hk \times ef \times hh}{td \times gb \times \int ef \times hh}$ par rapport à la baſe de fracture abc dans la Fig 3. FIG. 2. 3.

Mais ces baſes de fractures ABC, abc, ſuppoſées ici homogenes, ſemblables & ſemblablement poſées dans les Fig. 2. 3. y rendant auſſi les Courbes Gk, gk, ſemblables & ſemblablement poſées; leurs ordonnées HK, hk, correſpondantes à des abſciſſes BH, bh, ou HD, hd, proportionelles aux axes verticaux BD, bd, ſeront auſſi proportionelles à BG, bg, c'eſt à dire $HK . hk :: BG . bg$. ou $\frac{HK}{BG} = \frac{hk}{bg}$. Donc ces fractions ſe trouvant dans les précédentes valeurs de P, p, ce cas de baſes de fractures homogenes, ſemblables & ſemblablement poſées, donnera

$P.p :: \frac{Q \times \int HD \times EF \times HH}{TD \times \int EF \times HH} . \frac{q \times \int bd \times ef \times bb}{td \times \int ef \times bb}$ pour des bases de fractures homogenes, semblables & semblablement posées, dans quelque hypothêse ou systême physique que ce soit.

Or si l'on prend les points S, s, de ces bases, ABC, abc, pour leurs centres de gravité, l'on aura $SD = \frac{HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH}$, & $sd = \frac{\int bd \times ef \times bb}{\int ef \times bb}$. Donc aussi, l'art. 5. donnant $Q.q :: ABC. abc.$ à cause que l'homogeneïté supposée de ces bases semblables & semblablement posées ABC, abc, rend égales entr'elles les forces absoluës de leurs fibres en B, b; c'est-à-dire (*art.* 1.) $BG = bg$; l'on aura ici $P.p :: \frac{ABC \times SD}{TD} . \frac{abc \times sd}{td}$. ou $P \times TD. p \times td :: ABC \times SD. abc \times sd.$ (à cause des bases ABC, abc, supposées semblables & semblablement posées) $:: \overline{SD}^3. \overline{sd}^3 :: \overline{BD}^3. \overline{bd}^3 :: \overline{AC}^3. \overline{ac}^3.$ ainsi que dans l'art. 18. C'est-à-dire en général (ce qui dans les art. 18. 21. n'étoit que pour les hypothêses ou systêmes de Galilée & de M. Mariotte touchant la force ou ténacité des fibres des corps à rompre) pour tout systême physique, ou plutôt sans en supposer aucun; que les impressions ou *Momens* des plus grands poids obliques que des corps homogenes considerés sans pesanteur, scêlés chacun par un bout dans un mur vertical, & de bases de fractures semblables & semblablement posées par rapport à leurs axes d'équilibre, puissent soûtenir en leurs autres extremités sans se rompre en ces bases, le tout comme dans l'art. 18. sont toûjours entr'eux (comme là) en raison des cubes des côtés homologues de ces bases de *Momens* égaux chacun à celui de ceux-là avec lequel il fait équilibre. *Ce qu'il falloit* 1°. *conclure immédiatement de la Regle fondamentale de l'art.* 6.

2°. Soient presentement les mêmes corps ABM, abm, des Fig. 2. 3. considerés avec leurs pesanteurs, & supposés de longueurs à se rompre par leurs seuls & propres

poids, pour peu qu'on les chargeât ou qu'ils peſaſſent davantage, étant encore ici ſcêlés chacun par un bout dans un mur vertical comme ci-deſſus : le tout comme dans l'art. 19. il eſt ici viſible en general, comme là, que les poids ou peſanteurs des corps étant comme leurs maſſes, ſi l'on prend Π, π, pour les centres de gravité de ceux-ci ABM, abm, c'eſt-à-dire ΠD, πd, pour les diſtances de ces centres de gravité aux axes d'équilibre AC, ac, ſur leſquels ces corps tendent à ſe rompre par leurs ſeuls & propres poids ; l'on aura en général $ABM \times \Pi D = P \times TD$, & $abm \times \pi d = p \times td$, en prenant ici comme dans le précédent nomb. 1. P, p, pour les plus grands poids obliques que les corps ABM, abm, puiſſent ici ſoûtenir à leurs extremités T, t, ſans ſe rompre en ABC, abc, s'ils n'avoient de peſanteurs à ſoûtenir que celles de ces poids obliques P, p.

Or on vient de voir dans le précédent nomb. 1. qu'en ce cas & dans celui de ces baſes de fractures ABC, abc, homogenes, ſemblables & ſemblablement poſées ; l'on auroit en général, c'eſt à dire ſans ſuppoſer aucun ſyſtême phyſique touchant la ténacité des fibres de ces baſes, $P \times TD . p \times td :: ABC \times SD . abc \times sd :: \overline{SD}^3 . \overline{sd}^3 :: \overline{BD}^3 . \overline{bd}^3 :: \overline{AC}^3 . \overline{ac}^3$. Donc en ce cas de baſes de fractures ABC, abc, homogenes, ſemblables & ſemblablement poſées, l'on aura pareillement ici en général $ABM \times \Pi D . abm \times \pi d :: ABC \times SD . abc \times sd :: \overline{SD}^3 . \overline{sd}^3 :: \overline{BD}^3 . \overline{bd}^3 :: \overline{AC}^3 . \overline{ac}^3$, ainſi que ſur la fin de l'art. 19. C'eſt à-dire en général (ce qui dans les art. 19. 21. n'étoit encore que pour les hypothêſes précédentes de Galilée & de M Mariotte) pour tout ſyſtême phyſique ſur la ténacité des fibres des corps dont il s'agit ici, que les *Momens* de ces corps homogenes, ſcêlés chacun par un bout dans un mur vertical, & de longueurs à ſe rompre par leurs ſeuls & propres poids en des baſes ſemblables & ſemblablement poſées par rapport à leurs axes d'équilibre, ſont toûjours entr'eux (comme ſur la fin de l'art. 19.) en raiſon des cubes

des côtés homologes de ces bases de *Momens* égaux chacun à celui de ceux-là avec lequel il fait equilibre. *Ce qu'il falloit 2°. conclure de la Regle fondamentale de l'art. 6. sans y faire aucune hypothêse physique telles que sont les précédentes de Galilée & de M. Mariotte.*

XXIII. Il suit en général du précédent art. 22. pour des corps homogenes scêlés chacun par un bout dans un mur vertical, comme sont là les corps *ABM*, *abm*, des Fig. 2. 3. quelques soient les forces ou la ténacité de leurs fibres, c'est à-dire, sans faire aucune hypothêse sur cela, telles que sont les précédentes de Galilée & de M. Mariotte.

1°. Que ces corps *ABM*, *abm*, considerés (comme dans le nomb. 1. de l'art. 22.) sans pesanteurs, & seulement chargés à leurs autres extremités *T*, *t*, des plus grands poids obliques *P*, *p*, qu'ils puissent y soûtenir sans se rompre en des bases *ABC*, *abc*, semblables & semblablement posées; seront entr'eux d'égales résistances à être rompus en ces bases, tant qu'ils auront $P \times TD . p \times td :: \overline{BD}^2 . \overline{bd}^2$. ou $P . p :: \frac{\overline{BD}^2}{TD} . \frac{\overline{bd}^2}{td}$. Puisque suivant le nomb. 1. de l'art. 22. ces corps auront alors $P \times TD . p \times td :: ABC \times SD . abc \times sd$. C'est-à-dire les *Momens* de leurs bases *ABC*, *abc*, en raison des *Momens* des poids *P*, *p*, qui tendent à rompre ces corps en ces bases: desorte qu'aucun de ces deux poids, par exemple *P*, ne sçauroit rompre le corps *ABM* en *ABC*, sans que l'autre poids *p* rompe aussi l'autre corps *abm* en *abc*. Par consequent ces deux corps *ABM*, *abm*, seront alors d'égales résistances à être rompus en *ABC*, *abc*, par les poids obliques *P*, *p*. Donc alors on aura $\frac{\overline{AB}^3}{P \times TD} = \frac{\overline{ab}^3}{p \times td}$ pour Regle générale de cette égalité de résistances.

2°. Cette Regle devenant $\frac{\overline{AB}^3}{TD} = \frac{\overline{ab}^3}{td}$ lorsque $P = p$, comme dans le cas d'un seul corps partout homogene consideré sans pesanteur, scêlé dans un mur comme les précédens, lequel

lequel ſoit (ſi l'on veut) le quelconque *ABM* de la Fig. 5. qu'un ſeul & même poids *P* ſuſpendu en *T*, tend à rompre en quelqu'une de ſes baſes ſemblables & ſemblablement poſées *ABC*, *abc*; & dans laquelle les *TD*, *td* des Fig. 2. 3. deviennent *TS*, *ts*; ce corps ſera par tout d'égale réſiſtance à être rompu en ces baſes par le poids *P*, tant qu'il aura $\frac{\overline{AB}^3}{TS} = \frac{\overline{ab}^3}{ts}$. Ainſi $\frac{\overline{AB}^3}{TS} = \frac{\overline{ab}^3}{ts}$ eſt auſſi la Regle de cette réſiſtance par tout la même d'un corps quelconque *ABM* à être rompu par le poids *P* dans les circonſtances ici ſuppoſées & dans le précédent nomb. 1. FIG. 5.

3°. Si l'on conſidere preſentement les corps homogenes *ABM*, *abm*, des Fig. 2. 3. avec leurs propres peſanteurs ou poids qui ſeuls tendent à les rompre en des baſes *ABC*, *abc*, encore ſemblables & ſemblablement poſées : le tout comme dans le nomb. 2. du précédent art. 22. Il ſuit auſſi de ce nomb. 2. que ces corps *ABM*, *abm*, ſeront entr'eux d'égales réſiſtances à être rompus par leurs propres poids en ces baſes *ABC*, *abc*, tant qu'ils auront $AMB \times \Pi D . amb \times \pi d :: \overline{BD}^3 . \overline{bd}^3$. Puiſque ſuivant ce nombre 2. de l'art. 22. ces deux corps auront auſſi pour lors $ABM \times \Pi D . abm \times \pi d :: ABC \times SD . abc \times sd$. C'eſt à dire les *Momens* de leurs propres poids *ABM*, *abm*, en raiſon des *Momens* des baſes *ABC*, *abc*, en qui ces poids tendent à les rompre : deſorte qu'aucun de ces deux corps, par exemple *ABM*, ne ſçauroit ſe rompre en *ABC* par ſon propre poids, ſans que l'autre corps *abm* ſe rompe auſſi en *abc* par le ſien. Par conſequent ces deux corps ſeront alors d'égales réſiſtances à être rompus en *ABC*, *abc*, par leurs ſeuls & propres poids. Donc alors on aura $\frac{\overline{BD}^3}{ABM \times \Pi D} = \frac{\overline{bd}^3}{abm \times \pi d}$ pour Regle générale de cette égalité de réſiſtances. FIG. 2. 3.

4°. Par la même raiſon cette Regle eſt auſſi celle d'une réſiſtance par tout égale d'un corps par tout homogene ſcêlé dans un mur comme les précédens, tel (ſi l'on veut) que le quelconque *ABM* de la Fig. 5. déchargé du FIG. 5.

poids P, à être rompu par sa seule & propre pesanteur en des bases semblables & semblablement posées : c'est-à-dire que tout corps auquel cette équation $\frac{\overline{BD}^3}{ABMA \times FD} = \frac{\overline{bd}^3}{abma \times \pi d}$, ou ici $\frac{\overline{BD}^3}{ABMA \times FS} = \frac{\overline{bd}^3}{abMa \times \pi s}$; aura aussi cette équation pour Regle de sa résistance par tout la même à être rompu par sa seule & propre pesanteur dans les circonstances ici supposées & dans le précedent nomb 3.

XXIV. Voilà jusqu'ici pour des corps scêles chacun dans un mur, & à rompre ainsi sur un apuy par son propre poids ou au défaut de son poids considere comme nul, par un autre suspendu à l'autre extremité de ces corps. Voici présentement pour des corps, non scêlés comme les precédens, & cependant encore à rompre chacun sur un apui, mais par deux poids suspendus à ses deux extremités.

FIG. 10. Pour cela, imaginons encore le corps $LMNYZQ$ sans pesanteur, & à la veille de se rompre sur l'axe ferme & solide AC, par le seul effort des poids I & R suspendus à ses extremités, ensorte que ces deux poids soient les plus grands que ce corps puisse ainsi soûtenir sans se rompre en ABC sur l'apuy AC. Tout le reste étant ici comme on le voit dans la Fig. 10. Il est manifeste que les *momens* des poids I & R se trouvant ainsi égaux chacun au *moment* de la base ABC, ils seront aussi égaux entr'eux, & feront equilibre sur l'axe AC. en donnant $I.R :: DT.DX$. Et par consequent aussi $I+R.\ R :: TX.DX$. Mais si l'on considere que le poids I en retenant ainsi le corps $LMNYZO$ en équilibre sur l'axe AC contre le poids R, en retient aussi la partie $CBAYZO$ contre ce poids R, de même que feroit un mur dans lequel elle seroit scêlée ; on verra qu'en prenant Q pour la résistance absoluë de la base ABC, c'est-à-dire (*art.* 13.) pour le plus grand des poids directs que le corps en question puisse soûtenir sans se diviser ou se détacher en cet endroit, la Regle de l'art. 6. donnera $R.Q :: \frac{\int HD \times HK \times FF \times HH}{\int EF \times HH}.DT \times GB$. en prenant toû-

jours $HD = BD$ dans les intégrales qu'on ne voit ici qu'indiquées. Donc aussi en géneral l'on aura $I + R. Q ::$ $TX \times \frac{\int HD \times HK \times EF \times HH}{\int EF \times HH}. DX \times DT \times GB.$ ou $I + R = \frac{Q \times TX \times \int HD \times HK \times EF \times HH}{DX \times DT \times GB \times \int EF \times HH}$. D'où resulte $I + R = \frac{ABC \times TX \times \int HD \times HK \times EF \times HH}{DX \times DT \times GB \times \int EF \times HH}$ pour les corps de même matiére, ou pour le même dont on voudroit sçavoir, par exemple, de plusieurs bases de fracture ABC qu'on luy peut imaginer, laquelle doit faire équilibre avec $I + R$, c'est à dire, en laquelle ce corps se devroit rompre en cas de poids tant soit peu plus grands que ceux-là : Ces bases ABC se trouvant alors (*art.* 5.) comme leurs résistances absoluës Q.

XXV. Delà, en procédant comme l'on a fait pour tirer les Regles des art. 7. & 10. de la fondamentale de l'art. 6. on trouvera,

1°. Pour l'hypothêse de Galilée (qui donne $HK = GB$) $I + R = \frac{Q \times TX}{DX \times DT} \times \frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH} = \frac{Q \times TX \times SD}{XD \times TD}$, ou $I + R = \frac{ABC \times TX \times SD}{XD \times TD}$ en cas de corps à rompre lesquels soient de même matiére.

2°. On trouvera de même pour l'hypothêse de M. Mariotte (laquelle donne $GB. BD :: HK. HD$. Et par consequent $HK = HD$, en prenant $GB = BD$) $I + R = \frac{Q \times TX}{DX \times DT \times DB} \times \frac{\int HD \times HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH} = \frac{Q \times TX}{DX \times DT \times DB} \times \frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH} \times \frac{\int HD \times HD \times EF \times HH}{\int HD \times EF \times HH} = \frac{Q \times TX \times SD \times VD}{XD \times TD \times BD}$, ou $I + R = \frac{ABC \times TX \times SD \times VD}{XD \times TD \times BD}$ en cas de corps à rompre lesquels soient de même matiére.

Le tout en prenant toûjours S & V pour les centres de gravité & de percussion de la base de fracture ABC par rapport à l'axe AC.

Avertissement.

XXVI. Ce seroit ici le lieu de résoudre quelques Problêmes touchant la moindre somme $I+R$ de poids obliques, requise pour rompre un corps sur un Apuy placé entre ces poids, & touchant la place de cet Apuy, c'est-à-dire, touchant l'endroit où ce corps se devroit rompre par la moindre somme de poids ainsi suspendus de part & d'autre de cet apuy. Mais outre que ce seroit trop allonger ce Memoire, il ne faut pour cela que faire un *Minimum* de la valeur de $I+R$ trouvé ci-dessus art. 24. ou 25. selon l'hypothêse qu'on voudra suivre touchant la ténacité des fibres du corps à rompre; ce qui se trouvera par la Section 3 de l'*Anal. des Inf. petits*. Passons donc aux Corps à rompre entre deux Apuys, & voyons de même qu'elle en doit être la résistance.

§. II.

De la Résistance des Corps à être rompus entre deux Apuys.

XXVII. Imaginons pour un moment toutes choses les mêmes que dans l'art. 24. c'est-à-dire, le corps *LMNYZO* sans pesanteur, & à la veille de se rompre en *ABC* sur l'apuy *AC*, par le seul effort des poids *I* & *R*. Il est manifeste que cet apuy *AC* faisant le même effet contre les poids *I* & *R*, qu'une puissance π égale à la somme de ces poids, & appliquée en *B* suivant $B\pi$ parallele à leurs directions; Et ces poids faisant aussi le même effet que deux apuys placés en *M* & en *Z* dans leurs directions: Il est, dis-je, manifeste qu'en renversant ce corps de la Fig. 10. comme dans la Fig. 11. sans rien changer à toutes ces directions, cette puissance π tirera encore de même contre ces deux apuys *M* & *Z*, n'y ayant de difference qu'en ce qu'elle tire presentement contr'eux de haut en bas, au lieu qu'elle tiroit de bas en haut, l'axe d'equilibre *AC*

ayant auſſi paſſé de deſſous en deſſus. Donc en prenant le poids $P = I + R$ pour cette puiſſance π, l'on aura ſuivant l'art. 24. $P(I+R) = \frac{Q \times TX \times \int HD \times HK \times EF \times HH}{DX \times DT \times GB \times \int EF \times HH} = \frac{Q \times MZ \times \int HD \times HK \times EF \times HH}{MB \times BZ \times GB \times \int EF \times HH}$ pour la Regle fondamentale de la Réſiſtance des corps à être rompus entre deux apuys, quelque hypothêſe qu'on faſſe touchant la force ou la ténacité de leurs fibres, en prenant toûjours $HD = BD$ dans les integrales qu'on ne voit ici qu'indiquées, & P pour un pareil poids ſoûtenu ſur AC.

REGLE FONDAMENTALE.

De la Réſiſtance des Solides à être rompus entre deux Apuys, quelque hypothêſe qu'on faſſe touchant la force ou la ténacité de leurs Fibres.

$$P = \frac{Q \times MZ \times \int HD \times HK \times EF \times HH}{MB \times BZ \times GB \times \int EF \times HH}.$$

XXVIII. On voit de là que l'hypothêſe de Galilée donnant (*art.* 7.) $HK = GB$ conſtant, & rendant par là $\frac{\int HD \times HK \times EF \times HH}{GB \times \int EF \times HH} = \frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH} = SD$ en prenant S pour le centre de gravité de la baſe ABC; l'on aura auſſi en général $P = \frac{Q \times MZ \times SD}{MB \times BZ}$ pour une pareille Regle de la Réſiſtance des corps conçûs ſans peſanteur, à être rompus entre deux apuys dans cette hypothêſe de Galilée, par le ſeul effort d'un poids P.

REGLE GENERALE.

De la Réſiſtance des Solides à être rompus entre deux Apuys dans l'hypothêſe de Galilée.

$$P = \frac{Q \times MZ \times SD}{MB \times BZ}.$$

XXIX. Quant à l'hypothêſe de M. Mariotte, on a vû (*art.* 9.) qu'elle donne $GB . BD :: HK . HD$. Deſor-

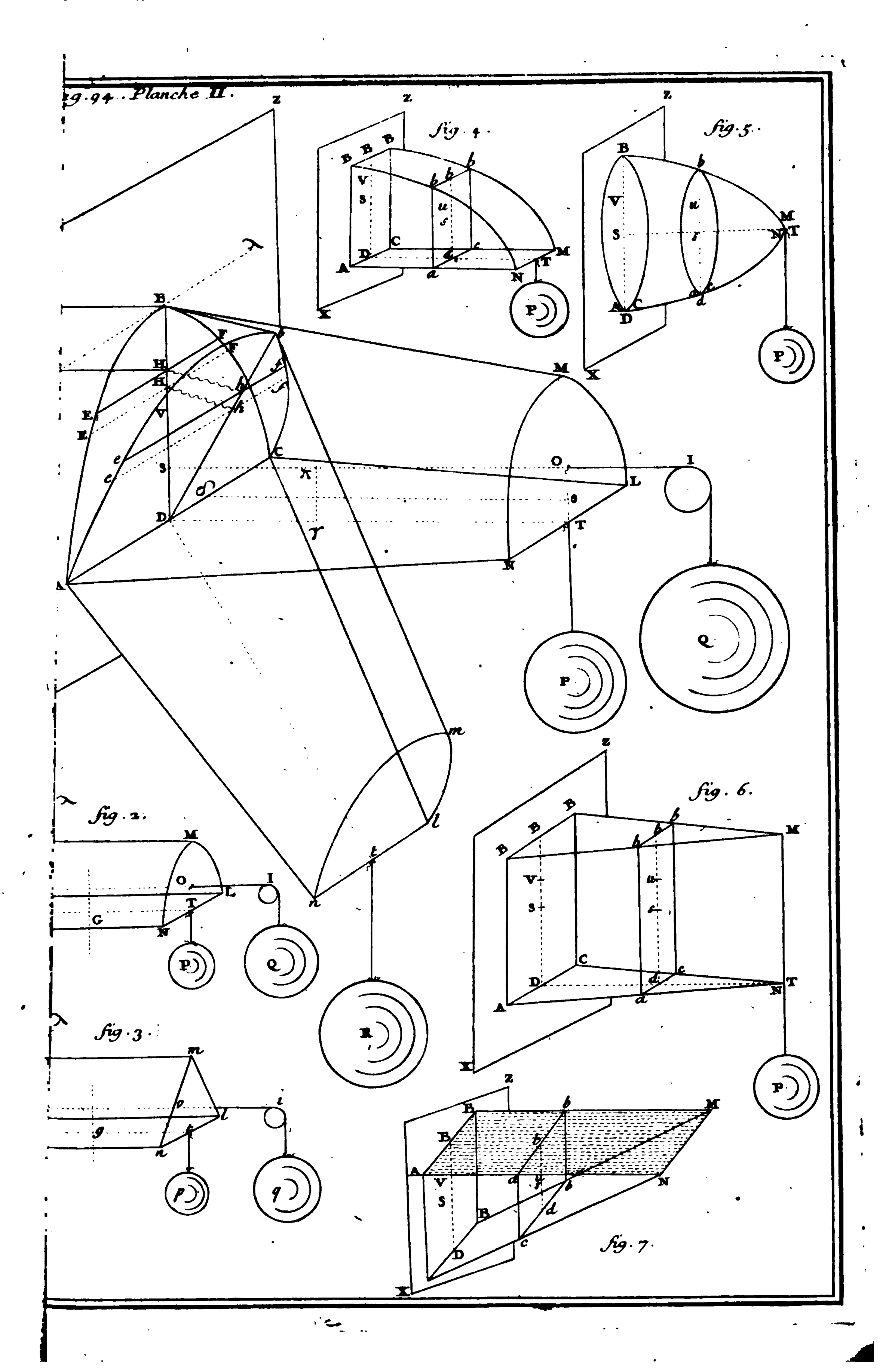
te qu'en prenant $GB = BD$, l'on aura aussi $HK = HD$. Ce qui rend $\frac{\int HD \times HK \times EF \times HH}{\int EF \times HH} = \frac{\int HD \times HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH}$ $= \frac{\int HD \times EF \times HH}{\int EF \times HH} \times \frac{\int HD \times HD \times EF \times HH}{\int HD \times EF \times HH} = SD \times VD$ en prenant encore S pour le centre de gravité de la base de fracture ABC, & V pour son centre de percussion par rapport à l'axe AC. Donc (*art.* 27.) $P = \frac{Q \times MZ \times SD \times VD}{MB \times BZ \times BD}$ sera aussi la Regle général de la résistance des corps conçûs sans pesanteur, à être rompus entre deux apuys dans l'hypothêse de M. Mariotte, par le seul effort d'un poids. P.

REGLE GENERALE

De la Résistance des Solides à être rompus entre deux Apuys dans l'hypothêse de M. Mariotte.

$$P = \frac{Q \times MZ \times SD \times VD}{MB \times BZ \times BD}.$$

XXX. La comparaison de cette Regle avec celle du précédent article 28. fait déja voir en général que les résistances d'une même base de fracture quelconque de quelque corps que ce soit, conçû sans pesanteur, à être rompu entre deux apuys par des poids qu'il soûtienne successivement en cet endroit, dans les hypothêses de Galilée & de M. Mariotte, sont toûjours entr'elles :: BD. DV. en prenant toûjours V pour le centre de percussion de cette base ABC par rapport à l'axe d'équilibre AC: c'est à dire, comme le plus grand diametre vertical de cette base, est à la distance du centre de percussion V de cette même base à son axe d'équilibre AC, ainsi qu'on l'a aussi trouvé dans l'article 14. pour les résistances de ce corps à être rompu sur un seul apuy dans les mêmes hypothêses de Galilée & de M. Mariotte. D'où l'on voit qu'ici comme là, celle de Galilée exige un bien plus grand poids que celle de M. Mariotte, pour rompre un même corps dans le même endroit entre deux apuys, & ce d'au-


fig. 4.
fig. 5.
fig. 2.
fig. 3.
fig. 6.
fig. 7.

π λ
fig. 9.
fig. 10.
fig. 11.
fig. 13.
fig. 14.
fig. 15.
fig. 16.
fig. 18.

tant plus grand que le plus grand diamétre vertical de quelque base de fracture que ce soit, l'est toûjours beaucoup plus que la distance du centre de percussion de cette base à son axe d'équilibre.

Voilà encore en quoy les hypothêses de Galilée & de M. Mariotte different : Voici presentement aussi en quoy elles conviennent encore.

XXXI. Je commence par l'hypothêse de Galilée. Fic Soient deux corps quelconques $MNOZ$, $mnoz$, conçûs encore sans pesanteur, & que les poids P, p, tendent à rompre entre les apuys M, Z, & m, z, sur lesquels ces corps sont soûtenus ; soient, dis-je, ces poids P & p, les plus grands que ces corps puissent aussi soûtenir sans se rompre en ABC, abc ; desquelles bases de fracture les droites BD, bd, sont les plus grands diametres verticaux ; & S, s, leurs centres de gravité. Soient aussi Q, q, les résistances absoluës de ces corps en ces mêmes bases, & le reste comme on le voit ici.

Cela posé, la Regle de l'art. 28. donnera $P = \frac{Q \times MZ \times SD}{MB \times BZ}$ & $p = \frac{q \times mz \times sd}{mb \times bz}$, en cas d'équilibre de part & d'autre. D'ailleurs en supposant ces corps de même matiére, l'art. 5. donnera $Q.q :: ABC.abc$. Donc en cas d'equilibre de part & d'autre entre les corps supposés ici sans pesanteur, & les poids P & p dont on les suppose chargés, l'on aura $P.p :: \frac{Q \times MZ \times SD}{MB \times BZ} . \frac{q \times mz \times sd}{mb \times bz} :: \frac{ABC \times MZ \times SD}{MB \times BZ} . \frac{abc \times mz \times sd}{mb \times bz}$. D'où il suit qu'il ne sçauroit y avoir ici d'équilibre qu'il ne soit de part & d'autre entre les résistances des bases ABC, abc, de ces corps, & les poids P, p, tant que l'on aura $P.p :: \frac{ABC \times MZ \times SD}{MB \times BZ} . \frac{abc \times mz \times sd}{mb \times bz}$. De maniére que si l'un des poids, par exemple P, rompt en ABC le corps $MNOZ$ auquel il est appliqué, le poids p rompra de même le corps $mnoz$ en abc. Ce qui doit encore arriver tant que les poids P & p étant égaux, l'on aura $\frac{ABC \times MZ \times SB}{MB \times BZ}$

$= \frac{abc \times mz \times sd}{mb \times bz}$. Et même auſſi tant qu'un même corps chargé ſucceſſivement de poids differens en differens endroits, chacun à la veille de le rompre entre les deux mêmes apuys, tel qu'eſt ici (*Fig.* 14) le corps $MNOZ$, donnera $P.p :: \frac{ABC \times SD}{MB \times BZ} . \frac{abc \times sd}{Mb \times bZ}$. D'où l'on voit auſſi que ce ſolide conçû ſans peſanteur, & ainſi chargé en differens endroits entre ſes deux apuys, ſera d'égale réſiſtance à être rompu par tout où il donnera $\frac{ABC \times SD}{MB \times BZ} = \frac{abc \times sd}{Mb \times bZ}$; parce qu'en ce cas l'on aura $P = p$.

FIG. 14.

XXXII. Cela étant, nous aurons encore ici trois ſortes de Solides, leſquels conçûs ſans peſanteur, ſeront d'égale réſiſtance partout à être rompus entre deux apuys, chacun par un même poids dont on le ſuppoſe ſucceſſivement chargé en differens endroits.

FIG. 15. 1°. Le premier eſt un Solide demi circulaire ou demi-elliptique plat $MNOZ$, par tout d'égale épaiſſeur AC, comme une *Dame à joüer*, verticalement ſoûtenu ſur deux apuys M & Z (placés aux extremités de celui de ſes axes MZ ſuivant lequel ce ſolide entier a été diviſé par le plan horizontal $MZZM$) contre le plus grand poids oblique ſucceſſivement placé en B, b, que ce corps conçû ſans peſanteur, puiſſe ainſi ſoûtenir ſans ſe rompre dans les baſes ABC, abc, perpendiculaires à cet axe horizontale MZ. Tout le reſte étant comme ci deſſus, la nature du Cercle ou de l'Ellipſe, & l'égale épaiſſeur du corps en queſtion, donneront enſemble $ABC \times SD . abc \times sd :: \overline{AB}^2 . \overline{ab}^2 :: MB \times BZ . Mb \times bZ$. D'où réſultera $\frac{ABC \times SD}{MB \times BZ} = \frac{abc \times sd}{Mb \times bZ}$, & par tout de même. Donc (*art.* 31.) ce corps conçû ſans peſanteur, ſera par tout d'une égale réſiſtance à être rompu par ce plus grand poids oblique ſucceſſivement placé en B, b.

On démontrera de même que ce Solide circulaire ou Elliptique entier, conçû ſans peſanteur, verticalement ſoûtenu ſur deux apuys horizontalement placés aux extremités d'un de ſes axes, ſera auſſi par tout d'une égale réſiſtance à être

être ainsi rompu entre ces deux apuys par le seul effort d'un même poids successivement appliqué à differentes distances de ces mêmes apuys.

2°. Soit aussi une autre espece d'Ellipse MDZ, dont les ordonnées étant SD, sd, perpendiculaires à l'axe MZ, la nature soit d'avoir partout $\overline{SD}^2 . \overline{sd}^2 :: MS \times SZ . Ms \times sZ$. Je dis que le solide rond $MDZBM$ décrit par la révolution de cette courbe autour de son axe MZ horizontalement soûtenu par les deux bouts en M & en Z, sera encore par tout d'une égale résistance à être rompu par un même poids dans les bases de fracture quelconques ABC, abc, perpendiculaires à cet axe, en concevant encore ce solide sans pesanteur. FIG. 16.

Car puisque (*hyp.*) la nature de la courbe MDZ donne $ABC \times SD . abc \times sd :: \overline{SD}^3 . \overline{sd}^3 :: MS \times SZ . Ms \times sZ$, l'on aura $\frac{ABC \times SD}{MS \times SZ} = \frac{abc \times sd}{Ms \times sZ}$; & par tout de même. Donc (*art.* 31.) ce solide rond, conçû sans pesanteur, sera encore par tout d'une égale résistance à être ainsi rompu par l'effort du même poids successivement placé en B, b.

On démontrera de même que les segmens $MAZCM$ de ce fuseau, compris entre des plans qui passent par l'axe horizontal MZ, & faites en côtes de Melon, de quelque maniére qu'ils se tournent sur leurs pivots M & Z, seront de même par tout d'une égale résistance à être rompus chacun par un même poids, en les concevant aussi sans pesanteur. FIG. 17.

3°. Soit enfin MBZ une Parabole ordinaire dont le sommet soit B, l'axe BB, & MZ une ordonnée quelconque à cet axe. Sur le plan horizontal MBZ de cette parabole, concevons-en encore une autre MBZ parfaitement semblable à celle-là, ayant aussi le sommet en B, le même axe BB, & la même ordonnée MZ à cet axe : c'est-à-dire, MBZ placé encore en MBZ de l'autre côté de MZ sur le même plan. Soit de plus le Cylindre droit MO sur cette base horizontale, soûtenu sur deux apuys M & Z placés aux extremités de l'ordonnée MZ. Tout le reste étant FIG. 18.

tel qu'on le voit ici, je dis que ce Cylindre conçû sans pesanteur, sera par tout d'une egale resistance à être rompu dans les bases de fracture verticales & paralleles *ABC*, *abc*, entre les apuys *M* & *Z*, par un même poids successivement placé en *B*, *b*.

Car les hauteurs des parallélogrammes *ABC*, *abc*, étant (*hyp.*) égales, la Parabole *MBZ* supposée donnera $ABC \times SD . abc \times sd :: BB . bb :: MB \times BZ . Mb \times bZ$. Et par conséquent $\frac{ABC \times SD}{MB \times BZ} = \frac{abc \times sd}{Mb \times bZ}$, & par tout de même. Donc (*art.* 31.) ce cylindre conçû sans pesanteur, sera encore par tout d'une égale résistance à être ainsi rompu en *ABC*, *abc*, par un même poids successivement placé en *B*, *b*.

On voit assez que ce même raisonnement prouve aussi que chaque moitié de ce Cylindre divisé par le parallélogramme *MNOZ*, sera pareillement d'une égale résistance à être rompuë entre les mêmes apuys placés aux extremités *M* & *Z* de sa base horizontale *MBZ*.

Avertissement.

XXXIII. Il est à remarquer que si l'on se sert de la Regle de l'art. 29. comme l'on vient de faire de celle de l'art. 28. on trouvera de même que les trois Solides, qu'on vient de démontrer (*art.* 32.) être chacun d'égale résistance par tout à être rompu entre deux apuys par le seul effort de quelque poids appliqué où l'on voudra, dans l'hypothêse de Galilée, le sont également dans celle de M. Mariotte. Ce qui est encore une convenance entre ces deux hypothêses, semblable à celle que nous y avons déja remarquée dans l'art. 21. & qui vient aussi de ce que l'on a par tout ici comme là $\frac{VD}{BD} = \frac{ud}{bd}$. En voici encore une autre qui vient de la même source, & qui a aussi quelque rapport à celle de l'art. 18.

XXXIV. En général pour les corps de même matiére,
Fig. 12. de bases de fracture semblables & semblablement posées,
13. tels qu'on peut imaginer ceux des Fig. 12. & 13. conçûs sans

pesanteur, & en équilibre chacun avec un poids P ou p. La ressemblance supposée de leurs bases ABC, abc, rendant ces bases comme les quarrés de leurs côtes homologues, ou de leurs plus grands diametres verticaux BD, bd, l'art. 31. donnera encore ici $P.p \left(:: \frac{ABC \times SD \times MZ}{MB \times BZ} . \frac{abc \times sd \times mz}{mb \times bz} \right) :: \frac{\overline{BD}^2 \times SD \times MZ}{MB \times BZ} . \frac{\overline{bd}^2 \times sd \times mz}{mb \times bz} :: \frac{\overline{BD}^3 \times MZ}{MB \times BZ} . \frac{\overline{bd}^3 \times mz}{mb \times bz}$. C'est-à-dire en général que dans l'hypothêse de Galilée, les résistances des corps de même matiére, à être roupus entre deux apuys en de semblables bases & semblablement posées, seront toûjours comme les quotiens qui résultent des cubes des côtés homologues de ces bases de fracture, multipliés par les distances des deux apuys de chacun entr'eux, & divisés par les produits des parties dans laquelle chaque base ou chaque poids divise ces distances. Ce qui se trouvera aussi de même dans l'hypothêse de M. Mariotte en se servant de la Regle de l'art. 29. comme l'on a fait de celle de l'art. 28. pour arriver ici.

XXXV. Il suit aussi delà pour l'une & pour l'autre de ces hypothêses que les résistances d'un même corps de bases de fracture semblables & semblablement posées, à être rompu entre deux apuys par le seul effort d'autant de poids successivement placés en ces endroits, tel qu'on peut supposer celui de la Fig. 14. sont toûjours entr'elles comme les quotiens qui résultent des cubes des côtés homologues de ces bases de fracture, divisés par les produits correspondans des distances de chacune d'elles aux deux apuys entre lesquels elle se trouve : la distance de ces deux apuys entr'eux, étant la même de part & d'autre.

De sorte que lorsque ces bases de fracture semblables & semblablement posées, se trouvent aussi égales entr'elles, comme dans tous les Prismes & les Cylindres de bases quelconques paralleles à celles-là ; les différentes résistances de chacun de ces prismes ou cylindres dans toute sa longueur d'un apuy à l'autre, sont toûjours entr'elles en raison réciproque de ces produits des distances de chaque base

de fracture à ces deux apuys : Par exemple, en prenant le Solide de la Fig. 11. pour un tel prisme ou cylindre, sa résistance à être rompu en *B* par le poids *P*, sera à sa résistance à être rompu de même en *G* :: *MG* × *GZ*. *MB* × *BZ*.

Avertissement.

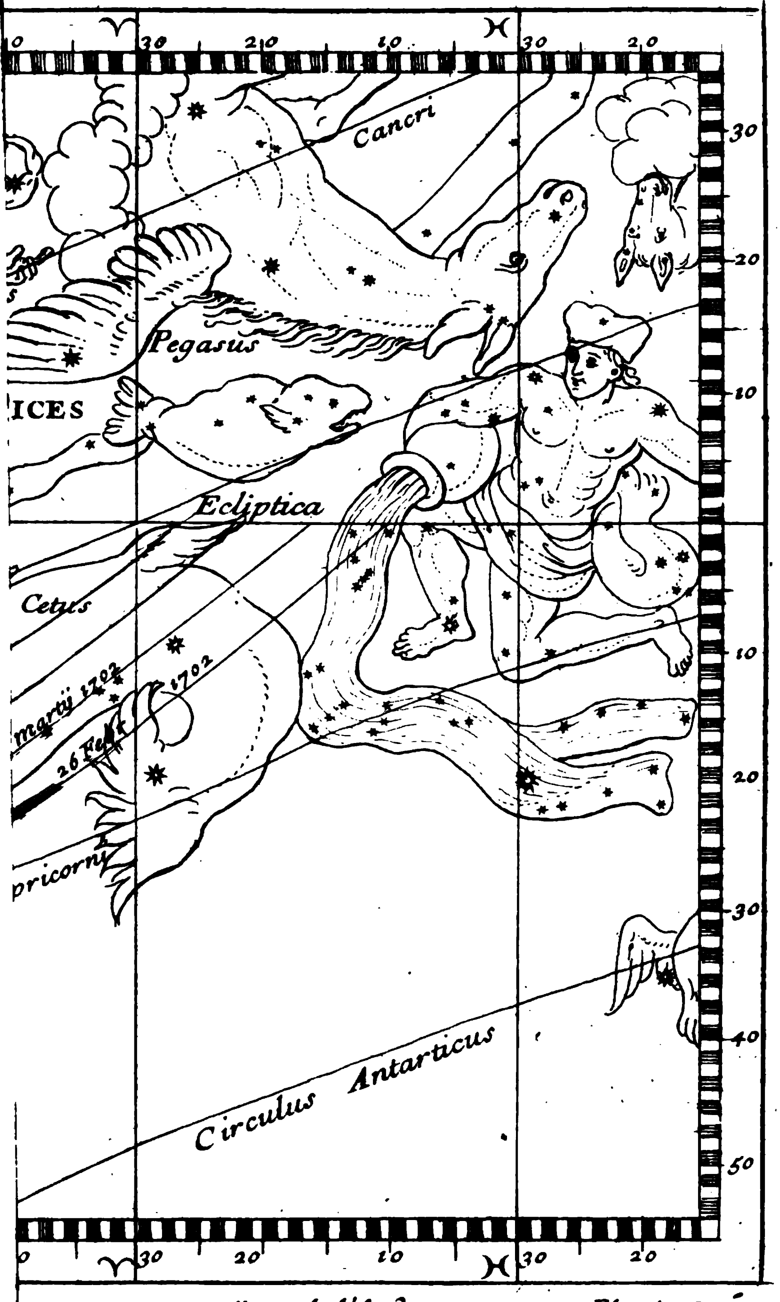
XXXVI. Il y auroit encore bien des choses à remarquer sur les convenances & disconvenances, & sur plusieurs autres usages de ces deux hypothêses de Galilée & de M. Mariotte, mais ce détail ne nous a deja mené que trop loin pour un simple Mémoire. D'ailleurs il est presentement facile de le continuer si loin qu'on voudra, par le moyen des Regles des art. 7. 10. 28. & 29. aussi bien que de substituer au lieu du poids *P*, d'autres poids ou puissances de directions obliques toutes differentes de la sienne, & cependant de même effet (*Momentum*) que luy sur l'axe *AC* de la Fig. 1.

Il est aussi à remarquer que les Regles Fondamentales des art. 6. & 27. en fourniront encore de pareilles à l'infini, dont on pourra se servir de même pour telle autre hypothêse qu'on voudra faire ou suivre touchant la force ou la ténacité des fibres des corps à rompre. Ce qu'il nous suffit d'avoir démontré.

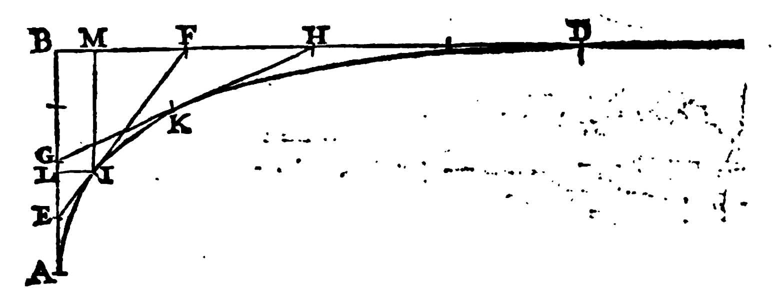
REMARQUES SUR LA FORME de quelques Arcs dont on se sert dans l'Architecture.

PAR M. DE LA HIRE.

1702. 24. Mars. QUelques Architectes des plus celebres proposent de faire la courbure de quelques Cintres d'une maniére fort differente de celles qui sont en usage, & ils disent que cette Courbe dans les rencontres où ils s'en servent fait un effet bien plus agréable que les portions de cercle ou d'Ellipse qu'on y emploïe ordinairement. Voicy de quelle maniere ils décrivent cette Courbe.



Mem. de l'Acad. 1702 page 101. Planche IV.



Soit les deux lignes droites AB, DB qui font un angle droit en B. On donne pour sujettion que la Courbe qu'on cherche touche la ligne BA en A, & BD en D.

Ils divisent les lignes BD & BA chacune en tel nombre égal qu'ils veulent des parties égales entr'elles. Ensuite ils tirent des lignes droites de chaque point de division de la ligne AB comme E, G, en allant de A vers B, à chaque point de division de la ligne BD comme F, H dans le même ordre en allant de B vers D, comme sont icy les lignes EF, GH, &c. Et enfin ils décrivent la ligne courbe $AIKD$ qui touche toutes les lignes comme EF en I, GH en K, &c. & les deux données en A & en D.

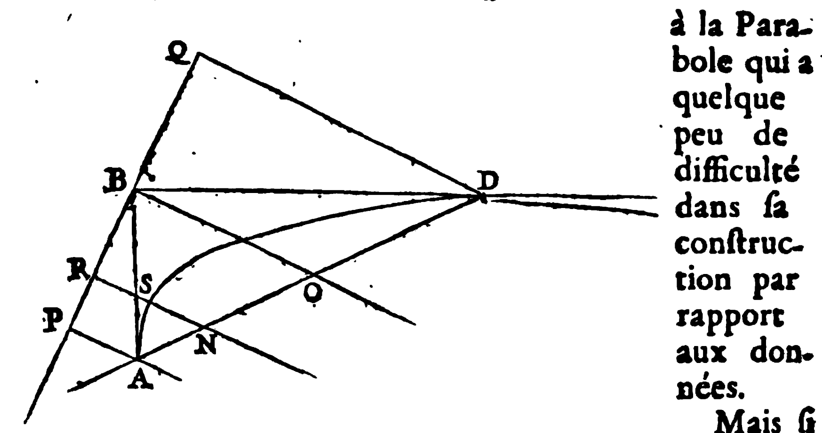
Pour découvrir la nature de cette Courbe que je croyois d'abord quelque Ellipse, j'ai cherché la position du point touchant, comme I dans les touchantes, comme EF, & j'ay trouvé que si l'on mene IL & IM perpendiculaires à BA & BD, les lignes BD, BF, BM sont en proportion continuë; & semblablement les lignes BA, BE, BL. ce qui est facile à connoître par la regle *de maximis & minimis*.

Cecy étant posé, je viens à la détermination du lieu, & je fais $BD = a$ $BA = b$. $DM = y$ & MI ou $BL = x$. Si je prens donc la moyenne proportionnelle entre BD & BM, j'auray $\sqrt{aa - ay} = BF$.

On aura donc aussi $DF = a - \sqrt{aa - ay}$.

Mais par la generation de la Courbe $DB \mid DF \parallel BA \mid BE$, ce qui est $a \mid a - \sqrt{aa - ay} \parallel b \mid \frac{ba - b\sqrt{aa - ay}}{a} = BE$.

Et enfin puisque $BA \mid BE \parallel BE \mid BL$ on aura $\frac{bbaa - 2bba\sqrt{aa - ay} + bbaa - bbay}{aab} = BL$ ou MI ou x. Ce qui se réduit à, $2ba - by - ax = 2b\sqrt{aa - ay}$ & enfin à, $bbyy + aaxx - 4baax + 2baxy = 0$. & posant $y + \frac{ax}{b} = z$ on aura $zz - \frac{4aax}{a} = 0$ qui est un lieu à la Parabole qui a quelque peu de difficulté dans sa construction par rapport aux données.



Mais si l'on mene AD & qu'on la coupe en deux également en O, la ligne BO sera un des diametres de cette Parabole, ensorte que si par le point B on tire QBP perpendiculaire à BO, cette ligne QP est le lieu de tous les angles droits faits par des touchantes à la Parabole, comme je l'ay démontré dans mon Traité des Sections Coniques. On trouvera aussi que si l'on mene AP & DQ perpendiculaires à QP, ces deux lignes ensemble seront égales à AD; & si l'on prend AN égale à AP ou DN égale à DQ, on aura toûjours le point N qui sera le foyer de cette Parabole : C'est pourquoy NR perpendiculaire à QP sera l'axe, & enfin le point S qui divise en deux également NR en sera le sommet.

Pour ce qui est de l'usage qu'on veut faire de cette ligne, je dis qu'elle ne convient pas à ces sortes d'arcs : car le sommet de cette Parabole en S fera un espece de coude en ce point, ce que les Ouvriers appellent *jaret*, & qui est generalement blâmé dans l'Architecture, outre qu'il s'en for-

meroit encore un autre en *D* par la rencontre des deux parties de Paraboles des deux côtez de *D* sur la ligne *BD* prolongée : Car quoique deux lignes courbes se touchent en un point, elles ne laissent pas de faire un espece d'angle ou jaret qui est desagreable à la vûë ; ce qu'on remarque facilement en regardant l'arc fort obliquement. On peut donc conclure qu'une demi Ellipse convient bien mieux à cette courbure que la Parabole, quoiqu'elle soit fort facile à décrire par la methode qu'on propose.

Ce n'est pas qu'on pourroit dire que si la hauteur de l'arc qui est *BA* est petite par rapport à sa largeur qui doit être double de *BD*, le sommet *S* de la Parabole ne sera que fort peu éloigné du point *A* qui est le commencement de l'arc, ou, comme on parle de *la retombée du cintre* ; & à cause qu'il y a toûjours à l'endroit *A* un coussinet ou imposte qui étant saillant, cache un peu du commencement de l'arc, on ne pourroit commencer à voir l'arc que vers le point *S*, ce qui sauveroit le défaut du jaret dans ce point ; mais on ne remedieroit pas à celui qui seroit en *D*, lequel à la verité ne seroit pas sensible, l'arc étant fort surbaissé. On pourroit encore tirer un avantage de cette courbe pour la partie qui est en *A* ; car sa partie *SA* qui est comme droite, serviroit à la place de la ligne droite qu'on y eleve ordinairement, afin de commencer l'arc un peu au dessus du point *A*, qui paroîtroit sans cela comme coupé ou écrasé à cause de la saillie de l'Imposte.

REMARQUES

Sur la differente maniere de voguer des Rames ordinaires & des Rames tournantes nouvellement proposées par le Sieur Du Guet.

PAR M. CHAZELLES.

1702. 2. Mars. POur bien juger de la force des Rames ordinaires, & de la vîtesse qu'elles peuvent procurer, on les doit considerer sur la Galere qui est le bâtiment auquel on a tâché depuis un tems immemorable, de donner toute la force & la vîtesse dont elles sont capables.

Une Galere ordinaire a 26 Rames de chaque côté, & chaque Rame a 36 piés de longueur, dont 24 piés sont hors de la Galere, & 12 en dedans; mais la partie qui est dans la Galere est aussi plus grosse & renforcée de bois à proportion pour faire équilibre avec celle de dehors, le point d'apuy étant sur le bord de la Galere.

Le bout de la Rame qui entre dans l'eau, qu'on appelle la Pale, a demi pié de largeur, environ 5 piés de longueur; ainsi chaque Rame pousse une surface d'eau de deux piés & demi, & les 26, 65 piés.

Il y a 5 hommes par Rame, ainsi on peut considerer les 26 Rames comme toutes liées ensemble agissant en même-tems, poussant 65 piés quarrez d'eau, avec la force de 130 hommes.

Les Vogueurs font force inégalement: celui qui est au bout de la Rame, qu'on appelle le Vogu'avant, fait une grande fatigue, parcourant à chaque coup de Rame ou Palade l'espace de six piés, les autres moins à proportion, & celui qui est le plus près du point d'apuy ne fait presque point de force ni de mouvement; ainsi lorsqu'il s'agit de voguer long-tems, il faut qu'ils se relevent & succedent les uns aux autres, & cela cause un peu de retardement.

La

La Palade se donne en trois tems : Le premier est pour se lever, le second pour porter la Pale en avant, le Vogu'avant faisant un pas & allongeant son corps devers la poupe ; le troisiéme pour tomber en se renversant les bras en haut pour plonger la Pale dans l'eau, & il n'y a que ce troisieme tems qui sert pour faire courre la Galere de l'avant. Il faut remarquer qu'en même-tems la chute de toute la Chiourme, qui est de deux cens soixante hommes, fait une autre impression à la Galere, la faisant enfoncer, ce qui doit retarder sa vîtesse, & le mouvement se fait ainsi par secousses ou saccades.

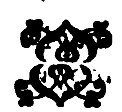
J'ay remarqué qu'une Galere voguant de la plus grande force à pouvoir durer long-tems en calme, ne donne pas plus de 24. Palades par minute, & que la premiere Rame donne dans les eaux de la septieme ; ce qui donne par Palade une intervalle de six bans, qui font trois toises, & par consequent 72 toises par minute, & 4320 toises par heure, qui font cinq bons milles, ou une lieuë & deux tiers par heure. J'ay verifiée cette estime par d'autres observations faites par le Loc, comme aussi en parcourant des distances connuës d'un cap à l'autre, & je suis assûré qu'une Galere voguant tout en plein calme, pendant un tems considerable, ne sçauroit faire deux lieuës par heure. Voilà pour ce qui regarde la vîtesse que peuvent donner les Rames ordinaires.

Donnant aux Rames tournantes 12 piés de longueur depuis le centre de leur mouvement jusqu'au bout de la Pale, en les faisant entrer de six bons pies dans l'eau, mettant le point d'apuy à 5 ou 6 piés au dessus de la ligne de flotaison, on peut donner à la Pale jusqu'à trois piés de largeur, & même plus s'il est necessaire ; ainsi l'on poussera continuellement & sans interruption 18 piés quarrez d'eau, avec plus ou moins de force suivant le nombre d'hommes qu'on appliquera sur les manivelles, lesquels font force tous également avec un mouvement de trois piés seulement, dans lequel ils peuvent durer beaucoup plus long-tems que le Vogu'avant de la Galere ordinaire, qui fait un

mouvement une fois plus grand, comme nous avons dit, qui le met d'abord tout en sueur, & l'oblige à se mettre nud sans chemise pour continuer.

On jugera de la vîtesse du chemin que l'on fera par la vîtesse avec laquelle les Rames tourneront, & si elles font seulement un tour en dix secondes, on égalera la vîtesse de la Galere puisque le tour est de douze toises, supposant comme on a fait pour la Rame ordinaire que l'eau ne cede point; mais pour une plus grande justesse dans l'estime, il faudra sçavoir par plusieurs experiences sur des distances connuës, de combien l'eau cede à proportion de la vîtesse des tours, & l'on aura d'autant plus de précision que le tour des Rames tournantes est plus grand, que l'espace parcouru en une Palade des Rames ordinaires.

On ne doit pas douter que la force de cent hommes, par exemple, poussant continuellement un volume d'eau de 18 piés quarrez de chaque côté, ne mette bien-tôt en mouvement le plus gros Vaisseau, puisqu'une simple Chaloupe se fait sentir nonobstant les inconveniens qui se trouvent à la remorque, comme nous les avons remarqué dans un Memoire particulier. Ainsi je suis fortement persuadé que ces Rames serviront aux plus gros Vaisseaux tres-utilement & même plus avantageusement qu'aux petits, puisqu'outre la force de l'équipage qui peut leur fournir de quoy mettre un grand nombre d'hommes sur les manivelles, & les relever par d'autres tous frais, pour continuer ce service; ils ont encore un espace bien plus grand pour placer commodément les aîles des manivelles, & les faire mouvoir sans embarras; ce que l'on feroit plus difficilement dans un petit Vaisseau dont l'entre-deux des ponts est tres-bas, ordinairement fort embarrassé.



OBSERVATIONS

D'un nouveau Phenomene, faite le 2 de Mars 1702, par Monsieur Maraldi à Rome.

LE deux de Mars de cette année 1702 j'apris dans Rome, que le soir précedent on avoit vû une Comete. Y ayant fait attention, je vis le même jour 2 de Mars sur les 6 heures du soir une longue trace de lumiere semblable à la queuë d'une Comete, qui sortoit du Crepuscule. Elle laissoit un peu vers le Septentrion l'Etoile marquée σ par Bayer dans la Balene, & passoit entre l'Etoile τ de l'Eridan, & ν de la Balene, s'étendant le long du même fleuve. Au travers de cette lumiere on voyoit une petite Etoile qui n'est point marquée dans les Cartes du Ciel. Son extrêmité Orientale étoit entre l'Etoile γ de l'Eridan, & la plus Orientale de la même Constellation, qui sont sur le tropique du Capricorne, à peu près également distante de ces deux Etoiles. Sa longueur qui étoit environ de 30 degrez d'un grand cercle, étoit dirigée au Soleil. Elle étoit large d'un degré, un peu plus à son origine, & alloit un peu en diminuant vers son extrêmité. Sa couleur étoit blanchâtre comme celle d'un nuage éclairé du Soleil. Elle suivoit le mouvement des Etoiles fixes à l'Occident, à l'égard desquelles elle ne changeoit point de situation dans le peu de tems que je la pûs observer. 1702. 26. Avril.

En voyant cette lumiere, je m'apperçûs qu'elle avoit beaucoup de ressemblance à celle que M. Cassini observa au commencement de Mars de l'an 1668. Elle se voyoit au même endroit du Ciel, sur les mêmes Constellations, & avec les mêmes Etoiles fixes. Elle avoit à peu près la même figure & la même longueur. J'aurois souhaité pouvoir continuer les observations les jours suivans, pour voir si elle avoit le même mouvement propre que celle de 1668.

mais le Ciel a été toûjours couvert depuis, & il sera difficile de la pouvoir voir dans la suite à cause du clair de la Lune.

La lumiere que M. Cassini observa en 1668, fut aussi observée à Hispahan au rapport de Chardin, à Goa par le P. Landen Jesuite, qui la vit depuis le 5 jusqu'au 21 Mars, & par d'autres à S. Salvador dans l'Amerique Meridionale, & le long des côtes du Cap de Bonne-Esperance. Les observations qui sont inserées dans les Journaux de Rome des années 1668, 1670, 1673, comparées à celles qui furent faites en Europe, firent connoître que cette lumiere n'avoit point de parallaxe sensible, & qu'elle étoit un objet celeste. A l'occasion de ce Phenomêne M. Cassini remarqua que plusieurs siecles avant la Naissance de J. C. on en avoit vû un de la même grandeur, de la même figure, qui avoit le même mouvement, & qui se trouvoit au même endroit du Ciel.

Reflexions sur les Observations précédentes par M. Cassini.

On n'a point vû depuis long-tems paroître de nouveau dans le Ciel d'objet plus considerable, que celui qui a eté observé en plusieurs Villes d'Italie & d'Espagne, en forme de queuë de Comete, vers la fin de l'hyver dernier que cette année 1702. Nous en avions vû un semblable sur la fin de l'hyver de l'an 1668, étant encore à Bologne, où nous l'observâmes avec une attention particuliere. Il étoit de la même figure, de la même grandeur, sur les mêmes Constellations du Ciel, à peu près aux mêmes distances du Soleil & de l'horizon aux jours correspondans, & aux mêmes heures. Il avoit la même direction au Soleil qui parcouroit le même Signe du Zodiaque. Il avoit le même mouvement parmi les Etoiles fixes, qu'il suivoit dans le mouvement universel de 24 heures, comme font les Planetes & les Cometes.

Nous avions fait la description de celui de l'an 1668, & fait graver sa situation differente en divers jours parmi les

Etoiles fixes dans une planche, que nous donnâmes aussi-tôt au public, & l'envoyâmes à l'Academie Royale des Sciences. M. l'Abbé Galois en fit le rapport dans le Journal des Sçavans du mois de Juillet de la même année, y ajoûtant quelques observations qui en avoient été faites à Naples.

Il consistoit dans une trace de lumiere longue de 30 à 35 degrez, & large d'un degré & demi, que l'on voyoit à l'Occident immédiatement après le Crepuscule du soir, quand les Etoiles de la troisiéme & de la quatriéme grandeur commencent à paroître. On le voyoit sortir de la Constellation de la Balene, qui étoit en partie plongée dans les vapeurs de l'horizon, & il s'étendoit le long de la Constellation de l'Eridan, suivant une longue traînée d'Etoiles de la troisiéme & de la quatriéme grandeur ausquelles il étoit aisé de le comparer.

On remarquoit les Etoiles qui étoient à côté, à son extrêmité & dans son axe; & comparant les observations d'un jour à celles d'un autre, on voyoit que d'un jour à l'autre cette lumiere s'avançoit à leur égard vers l'Orient & vers le Septentrion. Par ce mouvement journalier parmi les Etoiles fixes, on voyoit où elle devoit avoir été les jours précédens, à son apparition, & où elle se devoit trouver les jours après: & cette année 1702 elle s'est trouvée avec les mêmes Etoiles fixes avec lesquelles elle se trouva aux mêmes jours de l'an 1668, suivant les observations faites alors.

Diverses autres Observations de ce Phenomene.

Le premier avis que nous eûmes cette année de ce Phenomêne, nous fut donné par M. Maraldi frere de M. Maraldi de l'Academie Royale, par ses Lettres du 4 de Mars. Il avoit commencé de le voir le 26 Fevrier à une heure de nuit étant à Perinaldo. Il le vit à l'Occident en forme d'un rayon fort long étendu d'Occident en Orient, & déclinant un peu du côté d'Orient vers le Septentrion. C'étoit le jour de la nouvelle Lune, qui après 5 jours eût assez de lumiere pour affoiblir ce rayon.

Le même jour 26 Fevrier ce Phenomêne fut observé par M. Manfredi à Bologne, comme nous l'apprîmes par ses Lettres du 15 Mars. Il le vit en forme d'une poultre ou queuë de Comete, étenduë sur la Constellation de la Balene, se terminant à des petites Etoiles de l'Eridan qui sont le Tropique du Capricorne. Son terme Occidental etoit caché par les montagnes qui étoient a l'horizon.

Le 27 cette lumiere luy parût plus claire, & son extrê-
mit … e le Séptentrion & l'Orient. Elle passoit
un … s de l'Etoile marquée γ par Bayer dans
la C … e la Balene, & elle étoit comprise entre
les … e l'Eridan marquées aussi par la lettre γ
qui … a dessous du Tropique. Il continua de la
voi … ns, mais plus foible à cause du clair de la
Lu … s. Il vit pourtant qu'elle se terminoit successivement à d'autres Etoiles plus Orientales & plus elevées, de sorte que son extrêmité approchoit de la Constellation d'Orion. Sa longueur luy parut de 30 degrez ou un peu plus, & sa largeur environ de deux degrez, & à son extrêmité Occidentale elle étoit plus large. Il jugea que sa longueur étoit dirigée au Soleil, & particulierement par l'observation du 26 Fevrier.

Le Pere Cassani de la Compagnie de Jesus, Professeur de Mathematique à Madrid, par sa Lettre du 6 Avril m'écrit, qu'il parut au mois précédent une Comete assez foible dans sa couleur, & assez courte dans sa durée, n'ayant été visible que pendant six jours, pendant lesquels on n'en découvrit point la tête.

En comparant les observations de M. Manfredi du 26 Fevrier avec celle de M. Maraldi du 2 Mars, on y voit le mouvement particulier de ce Phenomêne par les Etoiles fixes, qui étant continué à la même proportion jusqu'au 10 de Mars porte ce Phenomêne aux mêmes Etoiles, avec lesquelles nous l'observâmes pour la premiere fois le 10 Mars de l'an 1668.

Analogie des apparitions de ce Phenomene avec celle de Mercure.

Il y a donc apparence que le Phenomène qui a paru cette année, est le même que nous avions observé l'an 1668. Quoiqu'il n'ait paru que 34 ans après la premiere observation que nous en fîmes, il ne s'ensuit pas que sa revolution ne s'accomplisse qu'en 34 ans. Il y a des causes qui pourroient avoir empêché de le voir à son retour, comme seroit la Lune, qui se trouvant alors sur l'horizon à une assez grande distance du Soleil, pouvoit à son ordinaire l'effacer par sa lumiere, comme elle efface celle de la plûpart des Etoiles; & supposant que ce soit une Comete dont la tête soit cachée dans les rayons du Soleil, il luy pourroit arriver ce qui arrive ordinairement à Mercure dans nos climats.

On sçait que cette Planete, qui est la plus proche du Soleil de toutes celles qui nous sont connuës jusqu'à present, est le plus souvent cachée dans ses rayons: qu'elle décrit par son mouvement particulier autour du Soleil un cercle ou une Ellipse fort excentrique, qui l'éloigne diversement du Soleil en diverses parties de sa revolution: qu'elle retourne à sa plus grande distance ou aphelie en 88 jours, & que lorsque sa distance fait à la Terre & à nôtre œil le plus grand angle, c'est la digression apparente du Soleil la plus favorable pour être observée. Le mêlange du mouvement annuel du Soleil avec le mouvement propre de Mercure, est cause d'une difference considerable entre les retours de Mercure à son aphelie, & à ses plus grandes digressions apparentes du même côté du Soleil, qui ne se fait qu'en 116 jours, & par consequent à diverses distances du Soleil, qui ne sont pas toutes suffisantes pour le tirer de ses rayons & le rendre visible, comme s'il étoit en même tems dans son aphelie. Or Mercure ne retourne à son aphelie & tout ensemble à sa plus grande digression ou à peu près, qu'en 33 ans, après 109 digressions du même côté du Soleil. Il

eſt vray qu'il peut être vû ſouvent dans les autres digreſſions éloignées de ſon aphelie. Mais quand le Signe du Zodiaque où il ſe trouve eſt fort oblique à l'horizon, il eſt ſi difficile de le voir, qu'il y a eu des celebres Aſtronomes qui l'ayant cherché dans les grandes digreſſions à l'endroit où ils ſçavoient par les Tables des Anciens qu'il devoit être, ne l'ont jamais pû trouver de leur vie. Il ſe pourroit bien faire que nôtre Phenomêne étant une Comete, elle fût cachée ordinairement dans les rayons du Soleil, d'où l'on vît quelquefois ſortir la queuë; que ce fût du genre de ces Cometes, qui étant retournées après un grand nombre d'années à paſſer par les mêmes Conſtellations du Ciel avec les mêmes degrez de vîteſſe, nous ont donné ſujet de ſuppoſer que ce ſont des Planetes d'une eſpece particuliere, qui ont leurs revolutions reglées comme les autres. Elle ſeroit plus proche du Soleil que Mercure, & pourroit décrire par ſon mouvement propre un cercle plus excentrique, où elle ne ſeroit en état d'être vûë même par ſa queuë, que quand elle eſt tout enſemble dans ſon aphelie & dans ſa plus grande digreſſion, & quand ſa queuë eſt détachée de cette autre lumiere que nous avons découverte dans le Zodiaque, ce qui pourroit arriver quelquefois en 34 ans.

Ariſtote au Chap. 6 du premier Livre des Meteores témoigne que les Pithagoriciens d'Italie comparoient les apparitions des Cometes à celles de l'Etoile de Mercure, qui demeure ordinairement caché dans les rayons du Soleil, & ne ſe voit que rarement. Ils devoient avoir vû des Phenomênes ſemblables au nôtre.

Comparaiſon de ces Obſervations à d'autres ſemblables faites du tems d'Ariſtote.

Dans le Traité que nous en publiâmes l'an 1668, nous comparâmes ce Phenomêne à un ſemblable, qui, au rapport d'Ariſtote, parût l'année qu'Ariſtée, appellé par d'autres Aſtée, étoit Archonte d'Athene. On le prit pour une

Comete

Comete dont la tête étoit cachée sous l'horizon. Aristote dit néanmoins, qu'on la vit à la fin paroître à l'Occident équinoxial, & en un tems de gelée ; que ce Phenomêne se retiroit vers l'Orient d'un jour à l'autre, & montoit vers la ceinture d'Orion, où il cessa de paroître.

Diodore de Sicile dit que ce Phenomêne, qui parut du tems d'Astée, consistoit dans une grande lumiere longue comme une poutre. Aristote & Seneque disent, qu'à cause de sa longueur on luy donna le nom de Sentier.

Nôtre Phenomêne avoit la même figure, il paroissoit dans la même partie Occidentale du Ciel, dans la même saison, proche de la même Constellation d'Orion, vers laquelle il alloit de même par un mouvement semblable qui nous l'auroit pû faire voir en peu de jours à la ceinture d'Orion, si la constitution de l'air, ou la clarté de la Lune, ou quelque changement qui luy peut être arrivé ne nous en avoit dérobé la vûë.

Rapport des intervalles entre les Observations de ce Phenomene.

Il nous reste à considerer le rapport de l'intervalle entre l'observation d'Aristote & la nôtre de 1688 avec l'intervalle de 34 ans qui a été entre les observations de 1688, & celle de cette année 1702.

Le tems de l'observation d'Aristote est memorable par plusieurs circonstances. Premierement, par la Magistrature d'Aristée ou Astée, que Diodore rapporte à la quatriéme année de la centiéme Olimpiade, dont nous sçavons le rapport avec l'époque de J. C.

Secondement, par les grands tremblemens de terre, & les inondations qui, suivant Aristote, arriverent aussitôt, & abîmerent les deux belles villes de la Morée Helice & Bure.

Les Chronologistes rapportent aussi cet évenement si memorable à la quatriéme année de la même Olympiade.

Troisiémement, par la celebre bataille de Leuctres, qui

ruina la Republique des Lacedemoniens, & arriva deux ans après l'apparition de ce Phenomene.

Tous ces évenemens concourent à marquer le tems de cette apparition à l'année 373, qui fut la 28 du quatriéme siecle avant l'époque de J. C. & qui dans la forme Julienne aussi-bien que dans la Gregorienne prolongées en arriere auroit été bissextile.

Donc entre l'observation d'Aristote & la nôtre de 1668, il y a 2040 années, qui sont précisément 60 periodes de 34 années, égales à celle qui est entre les observations de 1668 & celles de cette année 1702. Ainsi si ce Phenomene peut retourner en 34 années, ou dans une periode plus grande composée des periodes de 34 années; il peut avoir été le même qui ait paru ces trois fois, & retourné avec une grande régularité.

Hypothese du mouvement reglé de ces sortes de Phenomenes.

Ce qu'il y a de memorable icy, est que du tems d'Aristote qui supposoit ces apparences passageres, il y avoit des Astronomes qui leur attribuerent des retours reglez. Voicy comme Diodore en parle au Liv. 15. lorsqu'après avoir rapporté ce qui arriva aux villes d'Helice & de Bure, il passe à la relation des autres malheurs qui arriverent aux Lacedemoniens. En ce tems-là, dit-il, les Lacedemoniens ayant tenu l'Empire de la Grece pendant 500 ans, Dieu leur donna un signe auparavant, qu'ils devoient le perdre. On vit dans le Ciel une grande lumiere allumée pendant plusieurs nuits. A cause de sa figure on l'appella Poutre ardente. Un peu après ceux de Sparte perdirent l'Empire. Il y eût, dit-il, des Phisiciens qui attribuerent l'apparition de cette lumiere à des causes naturelles. Ils disoient que ces apparences reviennent necessairement en certains tems, que les Chaldéens de Babylone & d'autres Astrologues en formoient divers pronostiques, qu'ils ne s'étonnoient pas de ce que ces apparences arrivent, mais qu'ils s'étonne-

roient si elles n'arrivoient pas par certaines revolutions particulieres, d'un mouvement perpetuel & reglé. Il y a donc apparence que les Chaldéens avoient observé des retours reglez de ces sortes de Phenomenes, qui suivant Diodore étoient appellez Poutres.

Pline donne aussi le nom de Poutre à ce Phenomene, qui arriva avant la bataille qui ôta l'Empire aux Lacedemoniens.

Comparaison de ce Phenomene à la lumiere répanduë sur le Zodiaque.

L'autorité d'Aristote qui appella Comete le Phenomene de son tems semblable au nôtre, quoique les autres ne l'ayent appellé que Sentier ou Poutre ; & le témoignage qu'il rend qu'il parut à la fin en forme de Comete, nous le fait considerer comme une Comete dont on ne vit que la queuë.

Comme elle étoit dirigée au Soleil, aussi-bien que le sont ordinairement les queuës des autres Cometes, on peut juger que c'est une lumiere qui vient du Soleil, ou immédiatement, ou par l'entremise d'une Comete propre à unir les rayons du Soleil, & à les porter sur une matiere qui les reflechit à nôtre œil.

Nous avons attribué à un écoulement immédiat du Soleil la lumiere répanduë dans le Zodiaque, que nous découvrîmes à l'Observatoire Royal l'an 1683, où elle s'est toûjours vûë depuis, tantôt plus, tantôt moins éclatante en absence de la Lune, & lorsque le signe du Zodiaque, où est le Soleil, se leve ou se couche assez directement pour être entierement dégagé des crepuscules qui l'effacé.

Il n'est pas si difficile d'assigner la cause & d'expliquer la maniere d'un écoulement presque perpendiculaire à l'axe de la revolution propre du globe du Soleil, qui nous est connu par la revolution de ses taches, comme est celui de la lumiere répanduë sur le Zodiaque, que d'un écoulement qui luy seroit oblique plus de 30 degrez, comme a paru

nôtre Phenomene. Il n'est pas non plus si admirable qu'un objet vû une fois avec attention dans le Ciel, se continuë de voir long-tems quand on y prête la même attention, que d'y voir pendant peu de jours un objet & ne le voir plus qu'après 34 ans, ou par une plus grande revolution composée des periodes de 34 ans. Néanmoins quand une apparence se peut expliquer en deux manieres differentes, il ne faut pas d'abord rejetter entierement celle qui nous paroît la plus difficile à comprendre. On pourroit chercher si quelque cause ne pourroit point déterminer l'écoulement du Soleil à prendre un cours beaucoup plus oblique à l'axe de sa revolution, que la matiere répanduë sur le Zodiaque. Mais comme dans l'hypothêse de la dépendance du mouvement particulier des Planetes principales de celui du Soleil autour de son axe, on n'a point encore trouvé la cause du peu d'inclinaison de leurs revolutions à l'axe du Soleil diverse en diverses Planetes qui s'observent si frequemment depuis tant de siecles ; il ne seroit pas étrange que la cause d'une inclinaison beaucoup plus grande d'un objet qui paroît si rarement, fut encore long-tems inconnuë.

On peut cependant remarquer, 1°. Que ce Phenomene a paru jusqu'à present en un tems de l'année que le Pole austral de la revolution du Soleil qui paroît décrire un cercle autour de son Pole de l'Ecliptique par le mouvement annuel, étoit dans sa plus grande exposition à la terre. 2°. Que le mouvement propre de ce Phenomene a été suivant la suite des signes conforme au mouvement apparent du Soleil. 3°. Que sa vîtesse, autant qu'on a pû la déterminer par l'ambiguité des termes, a aussi été à peu près égale à celle du mouvement annuel.

Ces trois circonstances pourroient donner lieu de supposer que ce Phenomene vient d'un écoulement du Pole austral du Soleil analogue à l'écoulement qu'on attribuë aux Poles de la terre, & aux Poles de pierres d'aimant d'où il sort avec un grande obliqueté à son axe.

Ses deux dernieres circonstances conviennent aussi à

une Planete qui fait sa revolution autour du Soleil, lorsqu'elle est dans sa plus grande digression, où elle est plus visible qu'en tout autre tems.

Dans l'une & dans l'autre maniere, on peut supposer qu'il y a des causes Physiques qui font paroître ces objets en certains tems à leur retour, & empêchent de les voir à certains autres, comme nous l'avons déja indiqué à l'occasion du retour des Cometes par le même chemin & avec la même vîtesse. Nous l'avons aussi expliqué à l'occasion du retour des taches du Soleil au même endroit de son globe, après un grand nombre des revolutions entieres, sans qu'elles ayent paru aux autres revolutions entre les deux, & des apparitions rëiterées de certaines étoiles fixes qui reviennent avec divers degrez de clarté, & enfin par les varietez qui arrivent en diverses années à la lumiere répanduë dans le Zodiaque.

Analogie des évenemens qui ont accompagné ces operations.

Nous ne nous arrêterons pas icy à comparer les tremblemens de terre & les inondations si memorables qui arriverent alors, avec ceux que l'on apprend de divers endroits être arrivez dernierement après la derniere apparition de ce Phenomene. L'observation de ce qui est arrivé deux fois en certaines circonstances, ne suffit pas pour fonder une induction que les mêmes choses doivent arriver ordinairement en pareilles circonstances. En effet nous ne voyons pas que l'an 1668, quand nous observâmes ce Phenomene, il soit arrivé rien de memorable dans le même genre.

Ainsi quand il en arrive au tems de ces Phenomenes, on les peut prendre plutôt pour des caracteres chronologiques de ces évenemens qui les rendent plus memorables, que pour des causes ou des signes qui s'y rapportent naturellement.

OBSERVATIONS

D'une nouvelle Comete qui a paru au mois d'Avril & au mois de May de cette année 1702. à l'Observatoire.

Avec quelques Remarques sur les Cometes.

PAR M. DE LA HIRE.

1702. 20. May.

SI les Cometes étoient des Planetes qui se fissent voir seulement de la terre lorsqu'elles en sont fort proche, il n'y a pas de doute qu'elles devroient paroître s'augmenter peu à peu de la même maniere qu'on les voit ordinairement s'évanoüir & disparoître, tant par rapport à leur mouvement, lequel devient plus lent sur la fin de leur apparition, que par la diminution de leur lumiere qui s'éteint aussi à peu près dans la même proportion. Mais nous commençons presque toûjours à voir les Cometes quand elles sont dans leur plus grande clarté, & quand elles parcourent un plus grand chemin apparent; & c'est ce qui pourroit faire croire que ce ne sont que des feux, qui s'allument subitement, se dissipent peu à peu en diminuant de vîtesse. Car il n'y a guere d'apparence que de trés-grandes Cometes n'ayent été apperçûës, que quand elles ont été dans l'état le plus lumineux, surtout dans ce tems-cy où il y a un trés-grand nombre d'Astronomes qui s'appliquent à la contemplation des Astres. Et si l'on vouloit dire qu'on n'y a pas fait attention quand elles commençoient à paroître & qu'elles étoient fort petites, au moins on les auroit vûës long-tems avant qu'elles fussent dans leur plus grande force : mais il est certain qu'on ne les voit s'augmenter que de trés-peu, ce qu'on peut attribuer au chemin qu'elles décrivent, qui n'est pas suivant toutes les apparences, un grand cercle à peu près concentrique à la terre ; ce qu'on ne

peut pourtant pas démontrer, puiſque la diminution de leur mouvement & de leur lumiere pourroit être Phyſique & non pas Optique.

Cependant les Cometes qu'on obſerve quelquefois qui tiennent la même route que d'autres qui les ont précedées, ont pû donner lieu au ſentiment de quelques Aſtronomes qui les conſiderent comme des Planetes: mais comme cette hypothêſe n'eſt fondée que ſur l'obſervation d'une Comete qui paroît dans le même chemin, & qui aura la même vîteſſe qu'une autre qu'on aura obſervée un grand nombre d'années auparavant, je n'ay pû encore me réſoudre à embraſſer ce ſentiment.

Celle que je découvris à l'Obſervatoire en 1698, & que je ſuivis dans tout le tems qu'elle fut viſible, après l'avoir indiquée à tous nos Aſtronomes, ſembloit être la même que celle que M. Caſſini avoit obſervée en Italie en 1652; car elle tenoit la même route, & alloit de même vîteſſe dans l'eſpace du tems qu'il l'obſerva, comme on le pourra voir par la Figure que j'en donne icy, laquelle on peut comparer à celle que M. Caſſini en fit imprimer dans ce tems-là. Mais entre le grand nombre de Cometes qu'on a vûës, il peut bien arriver qu'il s'en rencontre quelqu'une qui ſuive le même chemin que quelqu'autre qui aura paru long-tems auparavant. Mais ſi de ſemblables Cometes paroiſſoient pluſieurs fois, & que leurs periodes puſſent avoir quelque rapport; il n'y a pas de doute que ce ſeroit un argument trés-fort pour prouver que les Cometes ſeroient des Planetes.

Voicy encore les obſervations d'une autre Comete que j'ay découverte à l'Obſervatoire, & que j'ay ſuivie tant qu'elle a paru.

Le 24 du mois d'Avril de cette année 1702 ſur les 10 heures ½ du ſoir, après pluſieurs jours de tems fort couvert, comme je conſiderois le Ciel vers l'Orient, lequel s'étoit éclairci dans un eſpace aſſez grand entre des nuages, à l'occaſion des planiſpheres celeſtes que j'ay faits depuis peu, j'apperçûs vers les deux étoiles de l'épaule

droite du Serpentaire au dessus de la tête d'Hercule, une grande lumiere qui enveloppoit ces deux étoiles; je pris aussi-tôt une petite lunette de 4 pouces, laquelle se trouva sous ma main, pour reconnoître plus distinctement ce que c'étoit que cette lumiere, & il me sembla appercevoir comme la tête d'une Comete vers son centre proche de ces deux étoiles: mais comme je fus surpris, tout ce que je pûs faire alors, ce fut de prendre bien garde si ces deux étoiles étoient veritablement les deux etoiles de cette épaule, à cause que les deux épaules & les deux mains du Serpentaire en ont deux chacune, qui sont à peu près dans le même éloignement entr'elles, & que les nuages qui étoient aux environs & qui s'avançoient vers cet endroit, m'empêchoient de les bien reconnoître. Le Ciel se couvrit entierement presqu'aussi-tôt, & je ne pûs rien voir davantage. J'attendois avec impatience le soir suivant, pour voir si ce que j'avois apperçu le jour précedent paroîtroit encore au même endroit, ou si je n'avois point pris quelque petit nuage clair pour une Comete; mais il étoit trop tard pour pouvoir être quelque chose de semblable, & dans un tems où il n'y avoit point de Lune; & enfin cet objet lumineux m'avoit paru immobile, quoique les nuées allassent assez vîte: mais le Ciel fût entierement couvert, & les jours suivans.

Le Ciel ne se découvrit que le 27 au soir; il étoit fort serein, mais je ne vis plus rien vers les étoiles de l'épaule du Serpentaire; je suivis aussi-tôt la route qu'elle devoit avoir tenuë comme la précedente de 1698; car il m'étoit venu en pensée que ce pourroit être la même, & je la découvris trés-proche de la petite étoile du Serpent marquée σ dans Bayer.

Le 28 je l'observay entre cette étoile σ & l'étoile ν de la main du Serpentaire un peu audessus de la ligne droite qui joint ces deux étoiles.

Le 29 elle parut à peu près en ligne droite avec les deux étoiles de la main, mais un peu plus éloignée de l'étoile ν de la main, que la distance entre ces deux étoiles de la main.

Le

Le 30 elle s'étoit approchée en ligne droite vers l'étoile du Serpent marquée μ dans Bayer, un peu moins que la moitié de la distance qu'il y avoit entre sa position du jour précedent & cette étoile μ. Toutes ces observations ont été faites à peu près vers 10 $\frac{1}{2}$ heures du soir.

La Comete avoit une grande chevelure la premiere fois que je la vis; mais dans les jours suivans elle diminuoit beaucoup de grandeur, & on y remarquoit une petite queuë à peu près opposée au Soleil comme elle est ordinairement.

Je l'ay encore vûë le 3 May à un degré de distance de l'étoile du Serpent marquée μ en s'avaçant toûjours, quoique le clair de Lune fut alors fort grand, & elle paroissoit fort diminuée de lumiere, tant par elle-même, que par la clarté de la Lune. Je l'observay encore le 4; mais la Lune qui s'approchoit toûjours m'empêchoit d'en mesurer exactement la distance avec les étoiles voisines: c'est pourquoy je n'ay pû la suivre plus long-tems.

Depuis le 24 Avril jusqu'au 27 elle avoit parcouru 13 degrez, & du 27 au 30 elle n'en avoit fait que 6, en sorte que son mouvement diminuoit fort sensiblement. Du 30 Avril jusqu'au 4 de May elle n'avoit avancé que de 4 degrez 10 minutes, & ces derniers jours elle ne faisoit pas un degré.

Ce qu'il y a de plus considerable dans la comparaison qu'on peut faire du mouvement & du chemin de cette Comette avec celle de 1698, c'est que dans tous les endroits où j'ay observé celle-cy, on peut dire que son mouvement a été égal à celui de la précedente, & il diminuoit de la même quantité dans les mêmes endroits; & en general pendant 11 jours que je l'ay observée elle a parcouru en diminuant toûjours, 23 degrez 10′ ce qui est à tres-peu près le même nombre de degrez que celle de 1698 parcourus aussi vers le même endroit en diminuant aussi de même. Enfin on a aussi cessé de la voir vers le même lieu que la précedente, dont elle ne differoit pas sensiblement en grandeur ni en lumiere.

Cependant il faut remarquer que le chemin de cette

Comete n'a pas été tout à fait le même que celle de 1698, car ils se sont coupez dans un angle assez grand entre les étoiles de l'épaule du Serpentaire où je l'observay d'abord, & celle du coude marquée λ. J'ajoûteray encore que par les dernieres observations de cette Comete, son chemin paroissoit un peu recourbe vers le même côté où se courboit celui de la Comete de 1698.

Je ne m'étendray point sur tout ce qu'on peut conclure de ces observations dans la comparaison qu'on peut faire de ces Cometes aux Planetes, tant pour les apparences de leur mouvement, que pour la position de leur orbite, puisqu'il est facile à chacun de s'imaginer là-dessus tout ce qu'il voudra, & de satisfaire aux apparences par des suppositions qui seront assez conformes à celles des Planetes.

Mon fils a été fort assidu à observer cette Comete avec moy, & à en determiner le mouvement. On peut voir dans la Figure que je mets icy, le mouvement de la position de cette Comete par rapport aux étoiles fixes par où elle a passé, avec celle de l'année 1698.

Explication de la Figure.

La ligne qui est au milieu & sur laquelle sont marqués les degrez de 5 en 5, fait voir le chemin de la Comete du mois de Septembre 1698, depuis la premiere fois que je la découvris. Ce chemin a été en ligne droite dans tout le tems que je l'ay vûë, hormis vers les derniers jours où elle s'en écartoit assez considerablement. Les Figures sont marquées suivant les Tables de Bayer. Les lettres capitales qui sont sur la Figure proche des lieux de la Comete montrent dans la Table suivante, le jour & l'heure de chaque observation.

Pour l'autre Comete du 24 Avril 1702, son chemin est marqué par une ligne ponctuée, & les lettres qui ont rapport à la Table, sont Italiques.

Comete du mois de Septembre 1698.

A.	le	2	à	10	heures	du soir.
B.	le	4	à	10	h.	soir.
C.	le	6	à	4	h.	matin.
D.	le	6	à	8	h. 45 m.	soir.
E.	le	7	à	7	h. 50 m.	soir.
F.	le	9	à	0	h.	matin.
G.	le	9	à	7	h. 55 m.	soir.
H.	le	10	à	8	h. 5 m.	soir.
I.	le	11	à	7	h. 35 m.	soir.
K.	le	13	à	0	h.	matin.
L.	le	13	à	8	h. 10 m.	soir.
M.	le	15	à	8	h. 10 m.	soir.
N.	le	16	à	8	h. 45 m.	soir.
O.	le	24	à	8	h.	soir.
P.	le	28	à	7	h. 30 m.	soir.

Comete du mois d'Avril 1702.

a. le 24.
b. le 27
c. le 28
d. le 29
e. le 30
f. le 3 May.
g. le 4.

Toutes ces observations ont été faites à 10 h. ½ du soir.

On a fait quelques observations de cette Comete en Allemagne & en Italie ; mais personne que moy ne l'a observée en France & ne l'a suivie jusqu'à la fin de son apparition.

OBSERVATIONS

D'une Comete du mois d'Avril de cette année 1702, faite à Rome par Monsignor Bianchini Camerie d'honneur du Pape.

Extrait d'une Lettre à M. Cassini, du 25 Avril.

1702. 10. May. J'Ay vû ces jours-cy une Comete qui pourroit être la même que celle des mois derniers de Fevrier & de Mars, dont l'on voit à present la tête sans la queuë, au lieu qu'on voyoit auparavant la queuë sans la tête.

Le soir du Jeudy 20 Avril à onze heures & demi, ayant regardé le Ciel du côté du Levant pour faire quelque observation ; je vis entre les Constellations de l'Aigle & de la Fleche une Comete élevée de peu de degrez sur l'horizon, qui étoit semblable à une étoile nebuleuse. Comme elle étoit dans la voye de lait, je fus en doute si c'étoit un amas de petites étoiles qui fît cette apparence ; car elle paroissoit un peu plus claire que la nebuleuse de l'Ecreviſſe, ou bien si c'étoit une Comete sans queuë. C'est pourquoy ayant attendu qu'elle fût un peu plus élevée sur l'horizon, je la regarday avec une lunette, & je reconnus que c'étoit une Comette qui paroissoit située entre plusieurs petites étoiles. L'on voyoit dans la même ouverture de la lunette une nebulosité dont elle étoit environnée, telle que j'ay vû autrefois icy à Rome les Cometes quand elles ont commencé à paroître, & entr'autres celle de l'an 1684. & les précedentes. Quelques minutes après l'ayant regardé de nouveau, je vis qu'elle avoit changé sensiblement de situation ; ce qui m'ayant fait connoître qu'elle avoit un mouvement assez vîte, je la suivis pendant 3 heures & demi, en marquant sa situation à l'égard des petites étoiles vis à vis desquelles elle passoit successivement. Je fis l'observa-

tion avec une lunette de M. Campani de 15 palmes, ou 10 pieds, dont l'ouverture est d'environ un demi degré; car le diametre de la Lune que j'observay le soir en remplissoit toute l'ouverture.

Je n'ay pas le tems ce soir de copier toute la suite des étoiles proche desquelles elle passa. Je me contenteray de vous marquer sa situation à peu prés par le moyen des lignes visuelles que j'ay tirées à la vûë simple par les étoiles voisines. Elle étoit à minuit & demi dans le concours de deux lignes tirées l'une de la luisante de l'Aigle par le milieu des 4 de la Fleche α, β, δ, ξ, qui sont marquées dans Bayer, & l'autre de l'étoile de la queuë de l'Aigle marquée ζ, à l'étoile λ qui est dans l'aîle gauche du Cigne. La même nuit à 3 heures & demi du matin, elle étoit dans une ligne droite tirée de la luisante de l'Aigle par les deux étoiles de la Fleche marquées α, β, éloignée de l'étoile α, autant que l'étoile γ de l'Aigle est éloignée de β de la Fleche. Ayant rapporté cette situation sur le globe de Blaeu, je voy que la Comete avoit une ascension droite d'environ 290 $\frac{2}{3}$, & une déclinaison Boreale de $21^d\ 10'$, n'y comprenant point le mouvement des étoiles fixes depuis le temps de Blaeu jusqu'à present.

Dans ce globe sa longitude auroit été en 25^d du Capricorne, avec une latitude Boreale de 43^d à 15^h aprés midy.

La nuit suivante du 21 Avril à $11^h\frac{1}{2}$ du soir, elle étoit sur le globle de Blaeu située au 9^d du ♑, avec une latitude de 40 degrez ou environ. Elle déclinoit d'environ un demi degré vers le Serpentaire d'une ligne droite tirée de la main d'Antinous par les deux étoiles de la queuë de l'Aigle, l'une desquelles dans le globe est éloignée de la main d'Antinous de $21^d\frac{2}{3}$, & l'autre d'environ $23^d\frac{1}{2}$, & elle étoit dans cette ligne éloignée d'environ 27 degrez de la main d'Antinous. De sorte qu'en un jour le mouvement particulier de la Comete auroit été d'environ 13 degrez d'un grand cercle contre la suite des Signes.

Je fis la même nuit une observation plus exacte pour déterminer sa situation avec une lunette de 8 palmes, où j'ay

mis des reticules par le moyen desquels mesurant à 10ʰ 56′ la difference d'ascension droite entre la Comete & une étoile *A* que l'on voyoit dans la lunette avec une autre plus petite *B*, j'ay trouvé la difference d'ascension droite entre la Comete & l'étoile *A* de 60 secondes d'heure, dont la Comete précedoit l'étoile & la difference de declinaison de 22 fils ou espaces, desquels le diametre du Soleil dans la même lunette occupe 21 $\frac{1}{2}$, ce qui fait 33 minutes, dont la Comete étoit alors plus australe, que l'étoile *A*. Cette étoile est décrite par Bayer dans la figure d'Hercule, & est une de celles du rameau d'or qu'il porte en sa main, qui est la plus proche des deux étoiles de la queuë de l'Aigle. Bayer la marque, mais il ne la distingue pas par aucune lettre. Je ne fis pas d'autres observations cette nuit.

La nuit suivante du 22 le Ciel fut couvert de nuages.

La nuit du 23 j'observay la Comete pendant 3 heures & demi, après lesquelles elle arriva au Meridien. Ce qui me donna l'occasion d'observer la parallaxe de l'ascension droite par vôtre methode en la comparant à des petites étoiles qui paroissoient avec elle. Je n'ay pas encore pû bien achever le calcul. La nuit suivante, qui fut hier, le Ciel ne fut pas assez serein pour la voir; c'est pourquoy je n'ay pas exactement tout le mouvement journalier de la Comete. Si je peux l'observer cette nuit au Meridien, je feray le calcul exact de la parallaxe, qui me paroît être de quelques minutes, & par consequent assez sensible. Je n'en suis pourtant pas encore bien assûré, à cause des raisons que je vous ay dites. Voici l'observation principale que j'en ay faite.

A 11ʰ 37′ la Comete comparée avec les étoiles *D*, *A*, *B*, passoit par le cercle horaire 1′ 45″ après l'étoile *A*. A 15ʰ 3′ elle arriva au Meridien avec une difference d'ascension droite de 2 minutes 45 dont la Comete précedoit la même étoile *A*. La difference de déclinaison étoit de 18 minutes, au lieu que dans la premiere observation elle étoit de 6 minutes d'une dénomination contraire. Il y a donc eu en 3 heures & demi un mouvement de 4′ 30″ en ascension droite. On la devoit voir entre les étoiles λ & δ du Serpen-

taire. Le Ciel n'eſt pas ſerein à preſent, ce qui m'empêche de voir la Comete, quoiqu'il ſoit 3 heures de nuit.

COMPARAISON DES PREMIERES *Obſervations de la Comete du mois d'Avril de cette année 1702, faites à Rome & à Berlin.*

PAR M. CASSINI.

Monſieur Bianchini commença d'obſerver cette Comette à Rome le 20 Avril à 11 heures du ſoir proche des etoiles de la Fleche qui étoient à l'Orient près de l'horizon. Après qu'elle fut plus élevée, il la vit par une lunette, qui decouvroit un degré du Ciel, avec des petites étoiles, à l'égard deſquelles il s'apperçût qu'elle changeoit ſenſiblement de ſituation en peu de minutes d'heure. Et dans un plus grand eſpace de temps, il apperçût encore à la vûë ſimple cette variation, en comparant la Comete aux plus grandes étoiles des Conſtellations prochaines. Par des allignemens qu'il fit à minuit & demi, & à 3 heures & demie après minuit, il détermina les lieux de la Comete, qui dans l'eſpace de deux heures ſe trouva plus occidentale de plus d'un degré. Son mouvement propre étoit donc contre la ſuite des Signes. 1702. 31. May.

A Berlin, ſuivant les obſervations envoyées par Monſieur Leibnitz, on commença de voir la Comete le matin du 21 d'Avril à 1 heure & demie; & l'on continua de l'obſerver juſqu'à 3 heures & demie. On la vit en ligne droite avec pluſieurs étoiles, qui déterminent ſa ſituation, que l'on donne pour les 3 heures & demie du matin, c'eſt-à-dire, à la même heure des dernieres obſervations de Rome à la difference des meridiens près, qui n'eſt que de peu de minutes dont Rome eſt plus occidentale que Berlin. Mais pour lors on n'apperçût pas encore ſon mouvement parmi les étoiles fixes. Les allignemens faits à Rome & à Berlin

à la même heure par des étoiles differentes portez sur le globe de Blaeu, s'accordent à placer la Comete dans l'espace qui est entre les étoiles de la Fleche, & la tête du Cigne, sans autre difference d'un lieu à l'autre, que celle qui peut être attribuée à quelque difference dans la situation des étoiles differentes, qu'on a employées en ces differens lieux, ou à quelque peu de parallaxe qui ne seroit pas assez évidente, nonobstant la difference des hauteurs entre Berlin & Rome qui est plus de 12 degrez, dont Berlin est plus septentrional, ce qui devroit baisser la Comete plus à Berlin qu'à Rome, & ne paroit pas être arrivé sensiblement. Il est vrai que dans le rapport qu'on a fait de la Comete à l'Ecliptique, qui pour lors en étoit éloignée de 43 degrez, il paroît une difference plus considerable, l'ayant trouvée à Rome dans le globe environ à 25 degrez du Capricorne, sans compter le mouvement des étoiles fixes, qu'elles ont fait depuis sa construction, qui la porteroit à 26 degrez de ce Signe, au lieu qu'à Berlin on l'a marquée à 27 degrez. Mais ce sont des déterminations qu'on ne donne qu'à peu près, sauve une détermination plus précise par le calcul tiré des observations immédiates, qui demande plus de temps.

Le 21 Avril à Rome à 11 heures du soir par d'autres allignemens on trouva la Comete à 9 degrez du Capricorne avec 40 degrez de latitude à peu près; de sorte qu'elle auroit fait en longitude contre la suite des Signes environ 16 degrez, & 3 degrez en latitude, d'où l'on conclud que sur sa route elle avoit fait en un jour environ 13^{d} d'un grand cercle.

Le Ciel étoit alors couvert à Berlin, où le jour suivant 22 Avril à 11 heures du soir on fit divers allignemens, qui firent connoître qu'à 3 heures du matin suivant, la Comete devoit être au 13e degré du Sagittaire, & par consequent qu'en deux jours elle avoit retrogradé de 33 degrez. Le soir du 23 à 9 heures, on remarqua à Berlin que la Comete faisoit un triangle presque équilateral avec la tête d'Hercules & la tête du Serpentaire. A Rome on la compara

para le même soir du 23 par la lunette avec trois étoiles fixes comprises dans l'ouverture de la lunette ; dont une plus claire que les 2 autres pouvoit être celle qui est dans la barbe ou dans le col du Serpentaire, qui font un triangle presque équilateral avec sa tête & celle d'Hercules, & tombe à peu près dans la ligne tirée par les deux observations précedentes à la distance de plus de 4 degrez des deux de l'épaule précedente : mais la situation de ces trois étoiles vûës avec la Comete à Rome n'étoit pas encore déterminée par le calcul, ces étoiles n'étant pas apparemment toutes visibles à la vûë simple. On les vouloit employer à chercher la parallaxe de la Comete par la methode dont je m'étois servi à trouver la parallaxe de Mars l'an 1672, & celle de la Comete de 1680, & que le même M. Bianchini avoit depuis pratiquée en d'autres occasions rapportées dans les Journaux de Leipsik.

Comme elle demande les observations de plusieurs jours pour s'assûrer du mouvement journalier de la Comete & de ses inégalitez indépendantes de la parallaxe, M. Bianchini ne pût achever toutes celles qui étoient necessaires à cette recherche que le 26 d'Avril. Il m'en promet le détail, qu'il n'avoit pas le loisir d'envoyer dans le même ordinaire, à cause des occupations que luy donnoit alors le Pape, en l'envoyant à Naples avec le Cardinal Barberini Legat *à Latere* au Roy d'Espagne. Mais M. Maraldi m'écrit que ces observations donnent la parallaxe horizontale de la Comete le 26 d'Avril environ de 13 minutes. Il ajoûte que depuis les observations du 20 Avril jusqu'au 1 de May, la Comete avoit fait sur sa route environ 72 degrez, où il a calculé qu'elle avoit été à son Perigée le 29 Avril, avec un mouvement journalier apparent de 13 degrez environ.

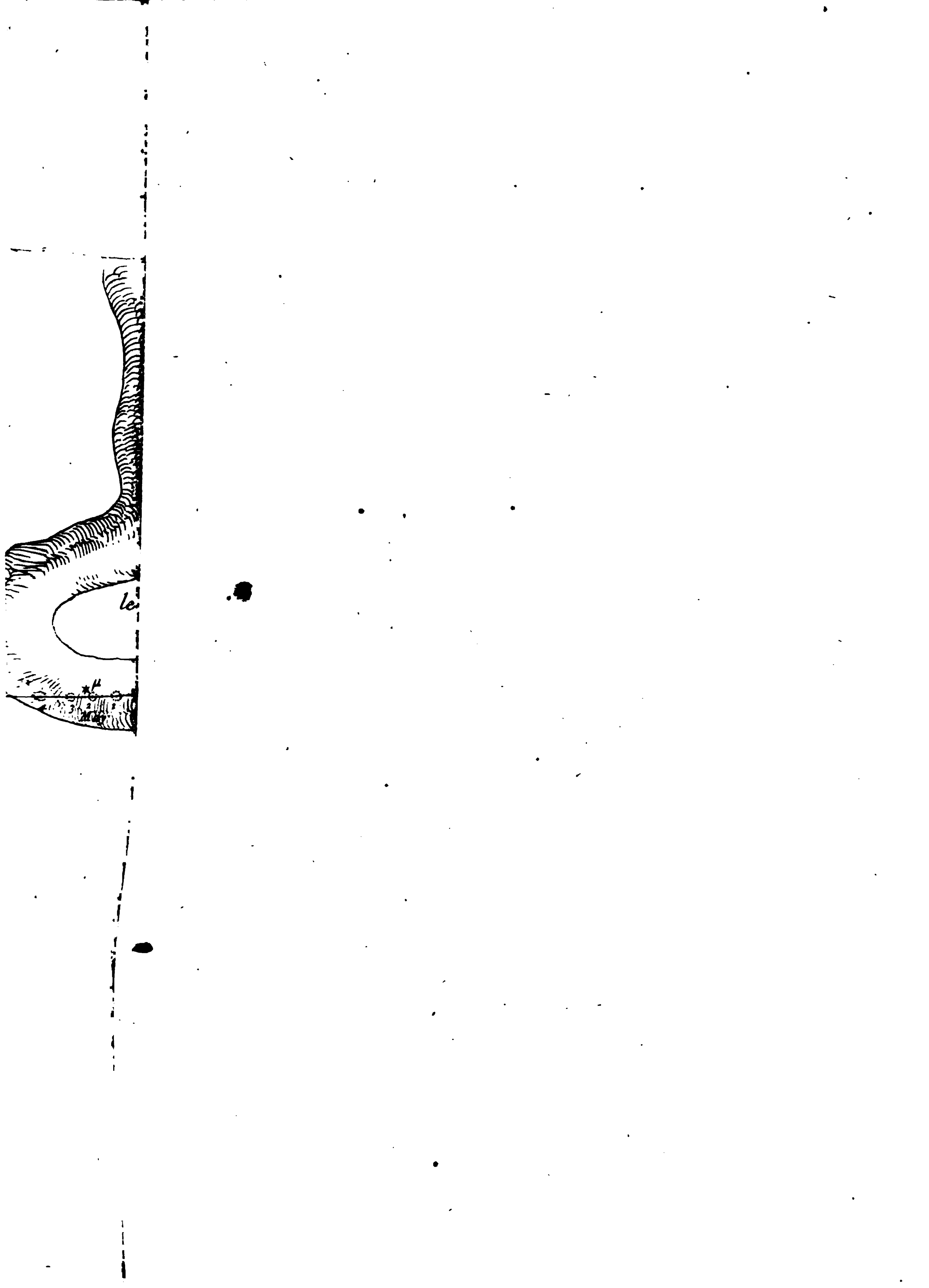
Comparaison de cette Comete à diverses autres.

M. Maraldi compare cette Comete avec celle de 1664 dont la trace coupa l'Ecliptique fort près des mêmes lieux.

que cette derniere, avec une inclinaison peu differente, & eût à son Perigée une vîtesse approchante de celle de cette année. En effet, un grand cercle tiré par les observations que nous avons de M. Bianchini, passe par les mêmes parties des mêmes Constellations par lesquelles passe le grand cercle tiré par la plûpart des observations de la Comete de 1664, dont celle-cy semble suivre la route, la reprenant de la tête de la Baleine allant vers la Fleche, vers la Serpentaire & vers le Corbeau, où avoit commencé de paroître celle du 64, comme celle de 1698 continua la route de celle de 1652. Les premieres observations de cette Comete avoient donné occasion à M. Bianchini d'examiner si elle ne seroit pas la même qui avoit paru sans tête au mois de Mars précedent, qui eût changé de direction, retrogradant comme font les Planetes superieures quand elles sont proches de l'opposition avec le Soleil. La direction de son cours vers la Constellation de la Baleine dans laquelle devoit être cachée la tête de la Comete du mois de Mars, est un suffrage qui manquoit à l'hypothêse de ces illustres Astronomes d'Angleterre qui supposerent que la Comete de Decembre de 1680 fût la même que celle du mois d'Août précédent. Nous expliquâmes dans la Lettre au Roy sur ce sujet, les raisons que nous avions de les reconnoître pour differentes.

Regle observée dans la distinction des Cometes.

La principale condition que nous exigions pour reconnoître les Cometes qui ont paru en differens temps pour les mêmes, est que leur retour se puisse representer clairement par une hypothêse semblable à celle qui sert à representer le retour de la même Planete, quand elle a été cachée long-temps : ce qui a servi aux Anciens, qui commencerent à distinguer les Planetes, & à les reconnoître pour les mêmes. On peut accorder aux mêmes Cometes une variation de leur trace parmi les étoiles fixes semblable à celle que l'on reconnoît dans la Lune, qui en 9 ans



avec une latitude auſtrale de dix-huit degrez.

Le même jour 30 Octobre à Surate le P. Bouvet qui y étoit venu de la Mer-rouge, apperçût cette Comete ſans tête une demie heure avant le commencement du Crepuſcule. Sa longueur étoit environ de 18 degrez d'un grand cercle : l'extrêmité où devoit être la tête aboutiſſoit à la cuiſſe du Corbeau. Le 31 à Surate elle parut un peu plus courte, d'une lumiere plus foible, ce qui fut attribué à l'approximation de la Lune : l'extremité capitale occupoit le haut de la jambe droite du Corbeau. Le premier Novembre à Surate on la vit de meilleure heure que les jours précedens : elle étoit plus longue, occupant l'eſpace de 22 degrez ; d'où l'on jugea qu'une partie avoit été auparavant cachée dans les rayons du Soleil. Cependant la Lune s'en étoit encore approchée ; mais comme elle étoit dans ſon 25 jour, ſa lumiere avoit moins de force : ſon extrêmité du côté de la tête déclinoit vers la region auſtrale du côté de la jambe du Corbeau.

Le 2 Novembre en Amerique où le Ciel avoit été couvert les 2 jours précedens ſur les Iſles de ſainte Anne, la Comete par ſa pointe touchoit l'étoile qui eſt à la poitrine du Corbeau, ſes rayons paſſant entre les étoiles du bec du Corbeau, & celles de la Coupe s'approchant du Tropique du Capricorne. Le 5 Novembre la pointe de la Comete touchoit le bec du Corbeau ſur le Tropique du Capricorne, étant obſervée proche de l'Iſle-grande avec 23 degrez 30 minutes de latitude auſtrale. Le 6 Novembre dixiéme de ſon apparition à 4 heures du matin, on la vit paſſer à l'étoile qui eſt dans le bec du Corbeau, traverçant par ſes rayons l'Hidre preſque à 25 degrez de latitude auſtrale. Après quelques jours nebuleux on la vit en Amerique continuer ſon cours retrograde le 8 & le 11 Novembre, & le 16 on la vit ſur le triangle de l'Hidre. On continua de la voir preſque tous les jours à Surate, où le 16 elle parut entre les deux étoiles plus orientales du triangle de l'Hidre, qu'elle laiſſa à l'Occident le 18 & le 19 d'Avril, après quoy il ne reſta qu'un foible reſte de ſes rayons.

Comparaison de ces Cometes entr'elles, & avec d'autres.

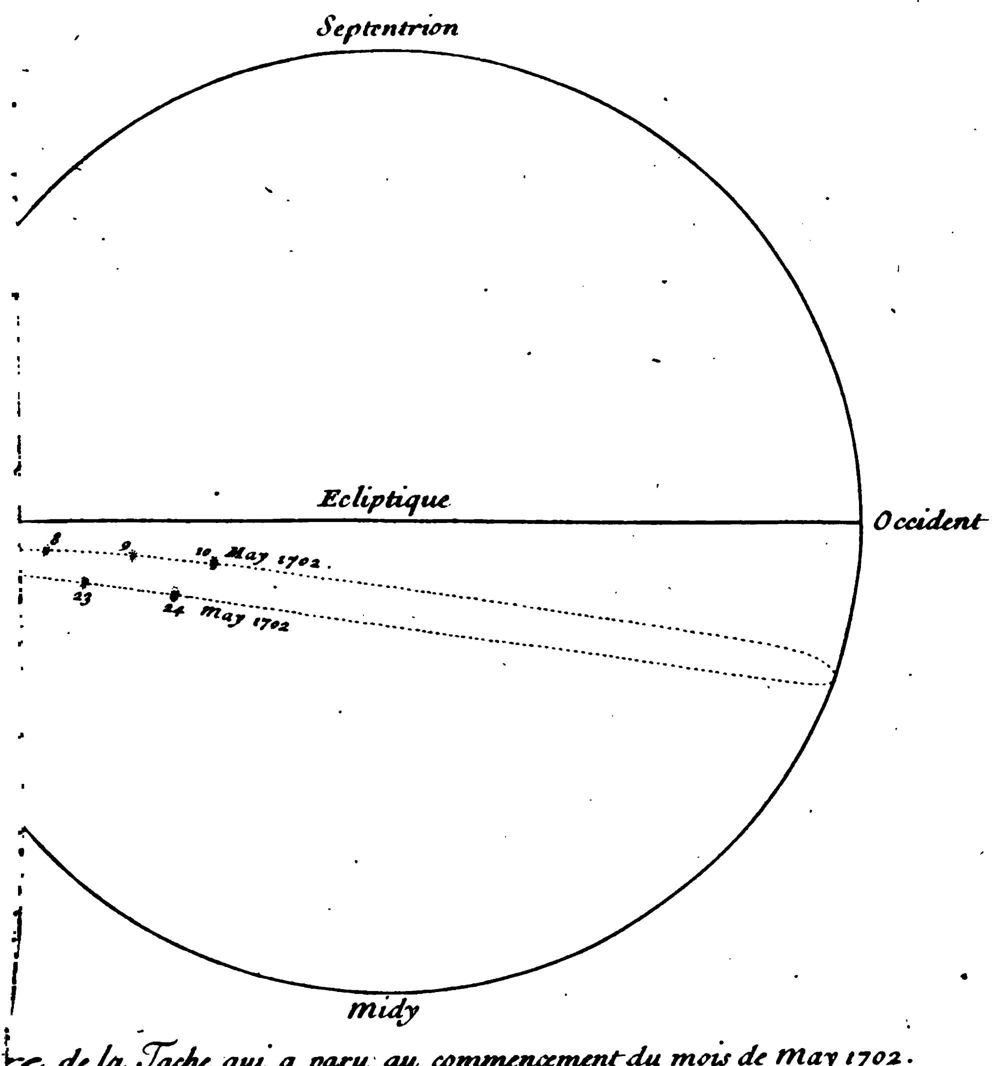
Nonobstant la rencontre de ces Phenomênes dans la même Constellation du Corbeau, où la Comete de l'an 1664 commença de paroître, & vers laquelle s'adressoit la Comete de cette année, je ne les reconnois pas encore tous pour le même. Premierement, parce que les traces décrites dans cette même Constellation me paroissent décliner l'une de l'autre plus que ne déclinent les traces de la Lune décrites par la même Constellation aux années éloignées les unes des autres de 8 ou 9 années, quoiqu'il se puisse faire que les traces d'un même Astre par la même Constellation en des années differentes déclinent l'une de l'autre plus que celles de la Lune, comme celles de la Lune déclinent plus entr'elles que celles de la plûpart des autres Planetes. Secondement, parce que je n'ay pas encore trouvé une hypothêse commune qui represente le retour de toutes ces Cometes de la maniere que l'hypothêse du mouvement d'une Planete ordinaire represente ses retours, & comme fait la theorie de la Comete de 1577 & de 1680 exposées dans le Traité de cette derniere, & comme fait assez bien la theorie de celle de l'année 1652 & de l'année 1698. Il est vray que je n'ay pas encore tant travaillé sur ces dernieres que sur les précedentes, & qu'il se peut faire que le mouvement de la même Comete soit plus composé & plus difficile à déterminer que le mouvement des Planetes ordinaires.

Combien de siecles n'a-t-il pas fallu travailler pour trouver les mouvemens retrogrades des nœuds de la Lune, & le mouvement direct de son Apogée si divers en vîtesse de celui des autres Planetes, la variation de sa plus grande inclinaison à l'Ecliptique, celle de son excentricité des conjonctions aux quadratures, des quadratures aux octans, & d'autres inégalitez qui sont encore aujourd'hui en controverse?

Utilité des comparaisons des Cometes.

Ces Philosophes qui soûtenoient anciennement que les Astres sont des feux qui s'allument le soir & s'éteignent le matin, n'avoient pas la peine de les comparer. Si on les avoit crû, on n'auroit jamais entrepris de chercher les regles de leurs mouvemens, ni même de les distinguer les uns des autres. On a mieux fait de les supposer perpetuels, sans se rebuter du travail immense dans une infinité de comparaisons qu'il a fallu faire pour parvenir aux connoissances que nous en avons presentement.

Le travail que l'on a commencé à faire en ce siecle dans la comparaison des Cometes, a déja eu le fruit de prévoir de bien près le cours que doit faire une Comete après l'avoir observée deux ou trois fois; ce que nous fîmes particulierement l'an 1664, & ensuite l'an 1680. Si l'on n'ose pas encore prédire leurs retours après qu'elles ont cessé de paroître, c'est que l'on reconnoît, comme les Pitagoriciens citez par Aristote, que leur queuë ou chevelure, qui les rend visibles, leur est accidentelle, qu'elles la prennent, & la quittent par des causes & par des manieres qui nous sont encore inconnuës. Aristote a remarqué qu'il y a même des étoiles fixes, qui prennent quelquefois la queuë comme les Cometes. Luy-même observa cette chevelure à l'étoile qui est dans la cuisse du grand Chien. L'on voit parmi les étoiles fixes de celles qui en apparence augmentent & diminuent de grandeur & de lumiere, jusqu'à ce qu'elles se perdent entierement de vûë, & après quelque temps paroissent de nouveau aux mêmes lieux précisément, les unes par des intervalles à peu près reglez, les autres par des intervalles inégaux & irreguliers. Il se peut bien faire qu'il y ait des Planetes de la même nature, qui meritent d'être comparées ensemble, pour pouvoir distinguer les unes des autres, ou juger si elles ne seroient pas les mêmes.



re de la Tache qui a paru au commencement du mois de May 1702.

May.

re de la Tache qui a paru a la fin du mois de May 1702.

May.

Continuation des observations de cette Comete.

Messieurs Bianchini & Maraldi m'ont depuis communiqué les observations suivantes de la même Comete.

Le 21 Avril à 11^h 23' l'ascension droite de la Comete fut moindre que celle de l'étoile du rameau d'Hercules de 15', sa déclinaison plus meridionale que la même étoile de 33 minutes. L'ascension droite de l'étoile est de 278°, 24', ce qui donne l'ascension droite de la Comete de 278°, 14', la déclinaison Septentrionale de l'étoile est de 17, 53, celle de la Comete de 17°, 20', d'où l'on calcule la longitude de la Comete en ♑ 10° 21', & sa latitude Septentrionale de 40° 31'.

Le 23 à 11^h 7' la Comete étoit proche de l'étoile *f.* dans la tête du Serpentaire un peu plus Septentrionale ; & par la comparaison qu'on en fit aux étoiles voisines, on la trouva en 47° 16' de ♐, avec une latitude Septentrionale de 32° 30'. On continua les observations jusqu'à 3^h 44' après minuit pour chercher sa parallaxe qui ne fut pas beaucoup sensible.

Le 24 à 11^h ayant comparé la situation de la Comete aux étoiles de l'épaule occidentale d'Ophiuchus & à celles de la massuë d'Hercules, dont la situation est corrigée par les nouvelles observations, on trouve l'ascension droite de la Comete de 252, 50', & sa déclinaison de 6°, 40'.

Le 26 à 11^h 35' l'ascension droite de la Comete étoit de 244°, 8', plus grande que celle de l'étoile λ du Serpentaire de 8' $\frac{1}{2}$, & sa déclinaison meridionale de 2^d 12', moindre de 31' que celle de l'étoile.

Le 27 à 10^h 40' l'ascension droite de la Comete excedoit de 8 minutes celle de l'étoile σ du Serpentaire, & étoit de 242^d 11', sa déclinaison de 2 degrez 14 moindre de 17' que celle de l'étoile.

Les jours suivans par le moyen des fils qui se croisent au foyer de la lunette, suivant la methode de M. Cassini, on trouva la difference d'ascension droite & de déclinaison

entre la Comete & l'étoile μ du Serpentaire dont l'ascension droite est de $233^d\ 22'$, la declinaison meridionale de $2^o, 29'$.

	Asc. droite de la Comete.		*Declinais. merid.*	
	deg.	min.	deg.	min.
Le 1 May à $15^h\ 45'$	234	37	2	12
Le 2 à 10 10	233	45	2	32
Le 3 à 13 0	233	37	2	59
Le 4 May à 10 15	231	52	3	14

Messieurs Bianchini & Maraldi virent encore la Comete le 5 May avec la lunette, mais ils n'en purent determiner la situation à cause du clair de la Lune.

L'ascension droite & la declinaison de ces étoiles est prise des Tables de M. Maraldi.

Tous ces lieux de la Comete sont encore disposez près du grand cercle, qui passe par les Constellations par où passa la Comete de 1664. J'en dressay la theorie à l'imitation de celles des Planetes, que je presentay à la Reine Christine de Suede, après quelques observations que j'en fis à Rome en presence de sa Majesté. Elle servit à montrer le chemin qui luy restoit à faire pendant les mois de Janvier & de Fevrier de l'an 1665. Ce qu'elle fit avec autant de justesse, que les theories anciennes representoient au commencement les mouvemens des Planetes. Elle sert aussi à montrer le mouvement apparent de cette derniere Comete avec ses inégalitez. La Comete de 1577 me servit à marquer le chemin que devoit faire celle de l'an 1680 dans la description que j'en presentay au Roy; ce qu'elle fit aussi pendant les deux mois suivans, comme il est montré dans le Livre que j'en dediay à sa Majesté.

De même la theorie de la Comete de l'an 1652, dont je presentay les premieres observations au Duc François I. de Modene, avec la description de la route qu'elle devoit suivre, si elle avoit assez de durée, depuis la Constellation de Cephée jusqu'à celle du Scorpion, servit à la Comete de l'année 1698, qui suivit cette même route.

Enfin

Enfin la comparaiſon du Phenomene extraordinaire que j'obſervay l'an 1668, avec celui qui avoit paru du temps d'Ariſtoté dans la même forme, & au même endroit du Ciel, ſervit à M. Maraldi pour le reconnoître à ſon retour. Il a paru trois fois au même endroit, avec le même mouvement, après des periodes auſſi commenſurables entre elles, que celles des retours de Mercure au même endroit du Ciel, quand il y eſt viſible ; ce qui n'arrive que rarement après pluſieurs revolutions autour du Soleil.

Ainſi, quoique les Cometes ſoient des objets ſi rares, il y en a eu de nôtre temps quatre, dont les theories differentes peuvent ſervir à quatre autres.

L'uſage que nous en avons fait aux occaſions qui ſe ſont preſentées, a toûjours eu un ſuccès qui a fait de l'honneur à l'Aſtronomie, qui a pû reduire à l'égalité, des mouvemens apparens beaucoup plus inégaux que ceux des Planetes ordinaires.

OBSERVATIONS

De la Tache du Soleil qui a paru le 6 May 1702.

PAR M. CASSINI le fils.

NOus avons continué d'obſerver juſqu'au 11 de ce mois la Tache que nous découvrîmes dans le Soleil le 6 May de cette année 1702, & dont nous donnâmes part le même jour à l'Academie. 1702. 13. May.

Cette Tache parut le 6 près du bord Oriental du Soleil aſſez petite & étroite, comme on les voit ordinairement dans cette ſituation.

L'ayant obſervé le 7 avec une lunette de 45 pieds, on la voyoit compoſée de deux taches jointes enſemble, dont la plus petite étoit vers le bord Oriental. Elle étoit environnée d'une atmoſphere & de pluſieurs facules ou parties du Soleil plus luiſantes que le reſte.

Le 8 elle parut composée de 3 taches détachées les unes des autres, dont les plus petites étoient entre la principale tache & le bord Oriental du Soleil.

Le 9 & le 10 il n'y eut point d'autre changement sensible dans leurs configurations, que celui qui resulte de leur differente situation dans le disque du Soleil.

Le 11 je l'observay dès le matin avec une lunette de 17 pieds : elle paroissoit à peu près de la même grandeur que le 10, mais beaucoup moins obscure ; de sorte qu'on avoit de la peine à la distinguer dans la disque du Soleil. Sur les 10 heures ayant voulu déterminer sa situation, il me fut impossible de l'appercevoir par une lunette de 6 pieds qui est à la Machine parallactique, & le soir on ne pût pas la distinguer par une lunette de 45 pieds. Ce qu'il y a de singulier dans cette observation, est que c'est la diminution de son obscurité, & non pas celle de sa grandeur qui l'a fait disparoître.

J'ay décrit dans une figure qui represente le disque du Soleil, la situation de cette tache tous les jours à midy depuis le 6 jusqu'au 10 par son passage & celui des bords du Soleil par le vertical, & par la hauteur meridienne du Soleil & de la tache, & j'ay trouvé qu'elle décrit par son mouvement une Ellipse parallele à l'Equinoxial des taches dont la concavité regarde la partie australe du Soleil, à cause que le Pole austral est élevé sur le disque apparent du Soleil. Elle avoit une latitude australe de $10^d \frac{1}{2}$. Sa longitude du bord Oriental du Soleil le 9 à midy étoit de $57^d \frac{1}{2}$. Le 10 à midy elle étoit de $70^d \frac{1}{2}$, ce qui s'accorde au mouvement journalier des taches qui est d'un peu plus de 13 degrez. Suivant ces observations la tache a dû entrer dans le disque apparent du Soleil le 5 sur les 3 heures du matin. Elle seroit arrivée au milieu de son parallele le 11 un peu avant minuit, & en seroit sortie le 18 à 9 heures du matin.

Dans un écrit que j'eus l'honneur de lire à l'Academie le 7 Decembre 1701, j'avois remarqué que les taches que nous avions observé à Montpellier au mois de Mars & à Paris au mois de Novembre de l'année 1701 pouvoient

être les mêmes, ayant une même latitude australe de 12 degrez, & y ayant entre l'intervalle des deux observations 8 revolutions chacune de 27 jours 14^h & demi.

Il me semble que je peux comparer celle-cy à celle que nous observâmes à Rodes au mois de Novembre 1700. Cette tache avoit une latitude australe de $9^d \frac{1}{2}$, & a dû passer par le centre du Soleil le 7 Novembre vers le midy. Celle-cy a une latitude australe de $10^d \frac{1}{2}$, & auroit passé par le centre du Soleil le 11 May 1702 sur le minuit. Il y a dans cet intervalle 550 jours & 12 heures, qui étant partagez par 20 revolutions, donnent à chacune 27 jours $12^h 35'$. Cette revolution est conforme à celle que l'on a déterminée par les observations les plus exactes.

A l'occasion d'une tache qui parut à la fin de May en 1695, M. Maraldi remarqua qu'on en avoit observé plusieurs fois dans le mois de May, & principalement dans les années 1684, 1686 & 1688. C'est ce qui m'a donné lieu d'examiner si la tache que nous venons d'observer pouvoit être la même que quelques-unes de ces taches qui parurent alors, & j'ay trouvé que la tache de 1688 avoit passé par le milieu de son parallele dans le disque du Soleil le 6 May 1688 à 6^h du matin; celle-cy a dû passer le 11 May 1702 vers le minuit. Il y a dans cet intervalle 14 années, dont deux sont bissextiles & 18 heures, qui étant partagées par 186 revolutions, donnent à chacune 27 jours 12 heures 21 minutes.

Mais ce qu'il y a de plus remarquable, est que cet intervalle est le même que celui que mon Pere avoit déterminé dans les Memoires de 1688, non seulement par les observations précédentes des mois de May 1684 & 1686, mais même par diverses autres faites au mois de May par Scheiner & par Hevelius. Voicy ce qui y est rapporté.

« Parmi les observations du P. Scheiner, nous en trouvons une du 19 May 1625, d'une tache qui parut le soir au même endroit que les nôtres parurent le matin aux jours marquez. Dans l'intervalle entre cette observation & la premiere des nôtres du mois de May 1684, il y a 783 revolu-

» tions 27 jours 12 heures 20 minutes. Dans l'intervalle entre
» cette observation & celle de 1686, il y a 809 revolutions
» de 27 jours 12 heures 19 minutes & 20 secondes; & entre la
» même observation & celle de 1688, il y a 836 revolutions
» de 27 jours 12 heures 21 minutes & demi. Parmi les obser-
» vations de M. Hevelius, il y en a une du mois de May 1644
» d'une tache qui fut au même endroit du Soleil, où nous
» avons observé les nôtres le 13 May 1688 au matin. Entre
» cette observation & celle de 1684, il y a 531 revolutions
» de 27 jours 12 heures & 23 minutes. Entre cette même ob-
» servation & celle de 1686, il y a 557 revolutions des 27 jours
» 12 heures & 22 minutes; & enfin entre la même observa-
» tion & celle de 1688, il y a 584 revolutions de 27 jours 12
» heures 24 minutes. Nous avons donc déja (ajoûte-t-il) six
» grands intervalles d'observations qui donnent la même
» periode à 4 ou 5 minutes près; & si on choisit la moyenne
» qui est de 27 jours 12 heures & 21 minutes, toutes les autres
» s'y accordent à deux ou trois minutes près.

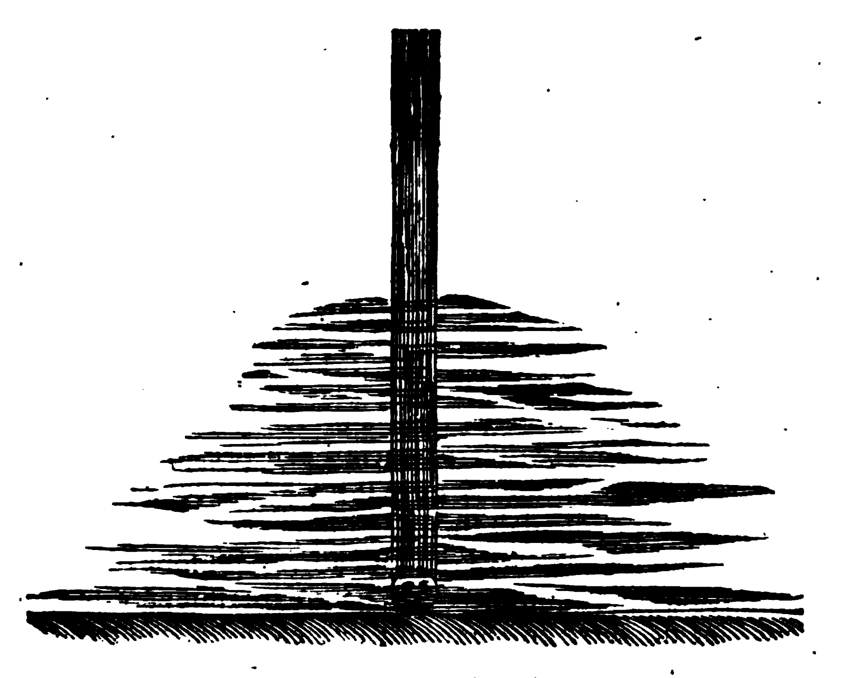
Cette revolution moyenne que mon Pere détermina alors, est précisément la même que celle que nous venons de trouver par les observations des taches qui parurent au mois de May 1688, & par celles que nous avons découvert le 6 May de cette année 1702.

L'on aura donc à present un plus grand nombre d'intervalles d'observations dont 6 ont été faites au mois de May, & qui s'accordent à donner la même revolution à peu de minutes près. Celles qui arrivent dans le même mois ne sont pas sujettes aux inégalitez qui procedent de celle du mouvement annuel du Soleil, & sont plus propres pour être comparées ensemble, & déterminer la revolution moyenne des taches.

OBSERVATION

Sur une Colonne de lumiere à l'Obſervatoire 1702 le 11 May au matin.

PAR M. DE LA HIRE.



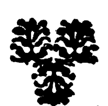
J'Ay obſervé un grand rayon lumineux perpendiculaire à l'horizon, & égal au diametre du Soleil dans toute ſa hauteur, qui étoit d'environ 9 à 10 degrez. Cette lumiere a paru quelque temps avant le lever du Soleil, & on la voyoit encore après ſon lever. Le Ciel étoit broüillé de petits nuages couchez en long ſur l'horizon, leſquels n'empêchoient pas de voir le Soleil fort clairement; ils y faiſoient ſeulement de petites bandes noires & des déchirures vers les bords: mais le diametre vertical du Soleil à ſon lever m'a paru au moins égal à l'horizontal.

1702. 17 May.

Dans les Memoires de l'Academie de l'année 1692 on y rapporte une Obſervation de M. Caſſini d'une lumiere à peu près ſemblable à celle cy. M. Caſſini dit, que ce Phenomene eſt fort rare, & qu'il n'en avoit vû qu'un autre ſemblable en 1672. Mais ces deux Obſervations ayant été faites après le coucher du Soleil, il n'a pû voir le rapport du Soleil avec cette lumiere.

Voicy comme on peut expliquer la lumiere que j'ay obſervée. Il eſt certain que tous les Parhelies & ces apparences de lumiere ne paroiſſent jamais quand l'air eſt fort ſerein, & qu'on en voit preſque toûjours vers l'horizon quand il eſt rempli de petits nuages longs & comme par filets. Or il eſt conſtant qu'il arrive aux rayons du Soleil qui rencontrent ces nuages, la même choſe que ce que nous appercevons lorſque nous regardons la lumiere d'une chandelle au travers d'un verre qui eſt un peu gras, & quand on l'a frotté avec la main d'un certain ſens; car il s'y forme alors une infinité de petits ſillons, dont la partie élevée renvoye la lumiere vers l'œil, & l'on voit ces rayons étendus ſelon la perpendiculaire à la direction de ces ſillons. Le rayon de lumiere doit paroître à peu près égal au diametre du corps lumineux; car il n'y a que ceux qui rencontrent perpendiculairement la direction des ſillons, qui puiſſent ſe reflechir vers l'œil, les autres qui ſont obliques s'en détournant, comme on le peut experimenter ſur un petit filet de verre en regardant une chandelle au travers.

Il doit arriver la même choſe aux petits filets des nuages, ou à leurs petites parties longues & couchées en ce ſens dont ils ſont compoſez, qu'aux petits ſillons dont je viens de parler.



OBSERVATION

D'une Tache sur le Soleil à l'Observatoire.

PAR M. DE LA HIRE.

IL a paru dans les premiers jours du mois de May de cette année une petite tache sur le disque apparent du Soleil : mais elle s'est entierement dissipée en peu de jours en diminuant peu à peu. Le 21 du même mois il en a reparu une autre vers le bord Oriental du Soleil, qui étoit à peu prés de la même grandeur que la précedente ; car ce n'étoit qu'une seule tache environnée d'un petit nuage obscur à l'ordinaire, & elle s'est aussi dissipée sur le disque apparent du Soleil, où elle n'a été visible que peu de jours ; car le 25 elle étoit si foible qu'à peine la pouvoit-on voir dans la lunette du quart de cercle de trois pieds de rayon pour en prendre la hauteur meridienne, aprés l'avoir observée dans son passage au meridien par la lunette du grand quart de cercle mural.

1702. 24. May.

Il est trés-rare de voir sur le disque apparent du Soleil, des taches fort éloignées les unes des autres, ensorte qu'elles ne puissent être prises pour un même amas de taches ; & l'on n'en voit pas souvent de differentes qui paroissent & qui disparoissent à si peu de distance les unes des autres comme ont été celles-cy ; car on ne peut pas dire que la seconde soit la même que la premiere, qui s'étant dissipée, a commencé à reparoître de nouveau aprés quelque mouvement irregulier, puisqu'elle auroit fait sa revolution en 14 jours, ce qui est trop éloigné du tems de leur periode, comme elle est connuë par celles qui reparoissent aprés avoir parcouru la partie du Soleil qui ne nous est pas visible.

Ce que j'avois autrefois imaginé pour rendre raison des apparences des taches du Soleil, demanderoit quelque ad-

dition pour representer celles cy. Car j'avois supposé qu'il y avoit dans le Soleil un seul corps solide & fort irregulier, qui étant emporté avec la matiere fluide du Soleil, & tournant sur luy-même, se montroit quelquefois sur la surface du Soleil, & faisoit voir quelques-unes de ses éminences, qui changeoient continuellement par le mouvement propre de ce corps, ce qui faisoit voir ces taches sous tant de differentes figures pendant qu'elles paroissoient ; & ce corps étant aussi accompagné d'une matiere plus rare que le reste, faisoit voir ces nuages qui accompagnent & qui enveloppent presque par tout les taches ; & lorsque ce corps se replongeoit dans la maniere fluide du Soleil, les taches disparoissoient. La resistance tantôt plus grande & tantôt moins grande que ce corps faisoit au mouvement de la matiere qui l'entraînoit, laquelle étoit causée par ses inégalitez differentes, & par quelque mouvement particulier, qui le fait approcher ou éloigner du centre, en pouvoit rendre le mouvement apparent inégal, ce qui faisoit que le mouvement periodique des taches pouvoit paroître aussi fort inégal : Mais pour expliquer celles cy, il faudroit encore supposer que ce corps pût se separer quelquefois, & ensuite se réunir en une même masse, ou enfin qu'il y en eût plusieurs dans le corps du Soleil.

On peut trés-bien par cette hypothêse rendre raison du retour des taches qu'on croit les mêmes, aprés plusieurs revolutions pendant lesquelles elles ont disparu ; car si le corps qui les fait paroître n'a pas laissé de se mouvoir de même vîtesse autour de l'axe du Soleil aprés s'être plongé dans la matiere fluide de cet Astre, lorsqu'il s'élevera sur la surface il reparoîtra des taches qui auront fait plusieurs révolutions égales à peu prés à celles qu'on connoît par le mouvement ou par le retour d'une tache qui n'a point disparu.



OBSERVATION

OBSERVATION

D'une nouvelle Tache dans le Soleil.

PAR M. CASSINI le fils.

NOus avons obſervé le 22 de ce mois de May 1702 une nouvelle Tache dans le diſque du Soleil prés de ſon bord Oriental. Elle étoit plus grande & plus obſcure que la précédente, & paroiſſoit entourée d'une Atmoſphere, & de pluſieurs facules entre le bord & la tache. 1702. 27. May.

Le 23 l'ayant obſervé avec une lunette de 17 pieds, elle paroiſſoit ſeule & d'une figure à peu près ſemblable à celle du jour précédent.

Le 24 elle parut compoſée de deux taches jointes enſemble, dont la plus petite étoit vers le bord Oriental du Soleil : elle paroiſſoit à peu près de la même grandeur que le 23, mais un peu plus foible.

Le 25 on avoit de la peine à la diſtinguer avec une lunette, quoiqu'elle n'eût pas changé ſenſiblement de figure, à cauſe qu'elle étoit trés-foible & peu obſcure.

L'on ne pût pas l'appercevoir à midy avec une lunette de 6 pieds, & on ne l'a pas obſervé depuis.

Nous avons décrit dans une figure qui repreſente le diſque apparent du Soleil la ſituation de cette tache tous les jours à midy par la methode que nous avons coûtume de pratiquer; & nous avons trouvé que le parallele qu'elle parcourt dans le Soleil ne differre pas ſenſiblement d'une ligne droite; ce qui doit arriver à cauſe que les Poles des taches du Soleil étant à preſent fort proche de la circonference de ſon diſque apparent, l'Equinoxial des taches eſt repreſenté par une ligne qui differe peu du diametre de la figure.

La latitude auſtrale de cette tache eſt d'un peu plus de 12 degrez.

Sa longitude du bord Oriental étoit le 23 à midy d'un peu moins de 51 degrez. Le 24 à midy elle étoit d'un peu plus de 64 degrez.

Suivant ces observations la tache doit arriver au milieu de son parallele dans le disque le 26 un peu avant midy. Elle est entrée dans l'hemisphere apparent du Soleil le 19 sur les 3^h du soir, de sorte qu'on l'auroit pû appercevoir dès le 20. Cependant je ne pûs appercevoir rien ce jour-là, quelque attention que j'y eus faite. Le 21 elle a dû paroître visiblement; mais quelques affaires m'empêcherent d'observer ce jour-là le Soleil au Meridien.

La tache que nous avons observé au commencement de ce mois a dû arriver au milieu de son parallele le 11 à minuit. Celle-cy y seroit arrivée le 26 environ 14 jours & demi après, cette difference n'étant gueres que la moitié de celle que l'on observe dans la revolution des taches, il est visible que ce n'est pas la même, & qu'elles se sont formées dans deux endroits du Soleil presque opposez l'un à l'autre.

Cette tache n'a été apperçûë que dans la partie Orientale du Soleil de même que la précédente, & a cessé de paroître à peu près dans le même endroit & de la même maniere, en se rarefiant & diminuant d'obscurité.

La situation de cette tache est fort differente de celle des quatre dernieres que nous avons observé depuis deux ans. C'est pourquoy je l'ay comparée à une autre que M. Maraldi observa vers la fin de May en 1695. Cette tache arriva au milieu de son parallele le 24 May à 9^h du soir. Celle-cy y a dû arriver le 26 à midy. Il y a dans cet intervalle 7 années, dont une est bissextile 1 jour & 15 heures, qui étant partagez par 93, donne la revolution de la tache de 27 jours 12 heures & 2 minutes; de sorte que l'on peut supposer que c'est la même qui ait paru 7 ans auparavant, ou du moins qu'elles se sont formées toutes les deux presque dans le même endroit.

OBSERVATIONS

Faites par le moyen du Verre ardant.

PAR M. HOMBERG.

LEs grands miroirs ardans dont on s'est servi jusqu'à present ont été des miroirs concaves, qui réünissent à la verité les raïons du Soleil, & font un foyer trés-ardant; mais comme ce foyer se fait de rayons reflechis, qui s'unissent de bas en haut, l'on est obligé de tenir en l'air la matiere qu'on y veut exposer sans la pouvoir soûtenir dans quelque vaisseau. Cette matiere ressentant l'ardeur du foyer commence à se fondre; dès qu'elle se fond, n'étant soûtenuë de rien, elle coule & quitte le foyer, & par consequent elle n'en reçoit plus d'impression, ensorte qu'on ne sçauroit faire aucune experience suivie par ces sortes de miroirs ardans. Aussi n'ont-ils servi que d'une simple curiosité sans aucun usage; ce qui nous a fait souhaiter des grandes lentilles de verre, au travers desquelles les rayons du Soleil pouvant passer, feroient un foyer de haut en bas, auquel on pourroit exposer des matieres soûtenuës dans des vaisseaux convenables pendant tout le temps qu'on voudroit; ce qui donneroit occasion de faire non seulement des observations suivies, mais encore des experiences qui sont absolument impossibles par les miroirs concaves.

Monseigneur le Duc d'Orleans ayant fait venir il y a six mois une de ces lentilles de verre de trois pieds de diametre de la façon de M. Tschirnhausen l'un de nos Academiciens associez, il m'a ordonné de l'employer pour examiner toutes sortes de matieres, ce que je fais autant que le Soleil me le permet. Je rapporte icy quelques-unes des observations des plus extraordinaires que ce verre nous a fourni, par lesquelles on verra que l'or & l'argent

ſont des métaux volatils au feu du Soleil, comme les autres métaux le ſont au feu de nos fourneaux.

L'or ſe fond aiſément au verre ardant, & il diſparoît à la longue en trois manieres, qui different entr'elles ſelon le degré de chaleur auquel on l'expoſe.

L'or fin réduit en chaux par l'eſprit de ſel fondu au Soleil fume d'abord beaucoup, & il s'en change promptement une partie en verre d'un violet trés-foncé.

L'or fin réduit en chaux par le mercure fondu au Soleil fume beaucoup d'abord, & il s'en change promptement une partie en verre criſtallin tranſparant & ſans couleur; mais ſi on tient ce verre pendant quelque temps en fonte avec l'or, il perd ſa tranſparence, & devient peu à peu opaque, d'abord de couleur de giraſſol, puis blanc de lait, enſuite il brunit ſur le ſommet de la goutte, & enfin toute la goutte de verre devient d'un brun foncé tirant ſur le verdâtre.

Ce verre nage ſur l'or fondu, tantôt en piroüettant de tout ſens, tantôt en le parcourant en ligne droite & en ondoyant, changeant de place avec une vîteſſe trés-grande ſans s'attacher au vaiſſeau qui ſoûtient l'or, à moins que le vaiſſeau même n'ait commencé de ſe vitriſer. Alors le verre de l'or & le verre du vaiſſeau ſe confondent enſemble, & s'attachent au vaiſſeau.

Quand l'or fin que l'on veut fondre au Soleil n'eſt pas en chaux, mais en maſſe, il ne paroît pas d'abord du verre deſſus, mais le verre s'y forme peu à peu; voici comment:

L'or, que je ſuppoſe fin, d'abord qu'il eſt fondu paroît en une goutte claire & nette comme un miroir, mais bientôt aprés ſa ſurface devient comme ſi on avoit jetté de la pouſſiere deſſus: cette pouſſiere ſe ramaſſe fort promptement en une petite goutelette de verre blanchâtre ſur le milieu de l'or fondu, laiſſant toute la ſuperficie de l'or pour un moment trés-claire & trés-nette, comme elle l'avoit été dans le commencement de ſa fuſion, aprés quoy la ſuperficie de l'or paroît encore poudreuſe: cette poudre couvre d'abord toute la ſuperficie de l'or comme une tache gene-

rale, qui diminuë peu à peu de largeur, mais assez promptement, jusqu'à ce qu'elle se termine sur le milieu de la masse de l'or, & grossit un peu la premiere goutte de verre qui s'étoit formée de la premiere poussiere. Ceci se fait successivement pendant tout le temps qu'ont tient l'or en fonte au Soleil.

Lorsque la petite goutte de verre est devenuë de la grosseur environ d'un fort petit pois, sa pesanteur la fait couler vers les bords de l'or fondu, & alors les taches poudreuses forment une nouvelle petite goutte de verre, laquelle étant devenuë un peu grosse, coule aussi vers les bords de l'or fondu, se joint à la premiere & la grossit, & alors la troisiéme petite goutte de verre commence à se former.

Toute la masse de l'or se changera par cette voye en verre; mais afin que cela arrive, il faut observer de ne pas tenir l'or fondu précisément au foyer des deux verres ardans; il est bon de l'y presenter de tems en tems pour en fortifier la fonte, & puis de l'en éloigner un peu; car le vrai foyer de nos deux verres est trop violent pour y tenir long-tems en fonte quelque métail que ce soit.

Pour les métaux qui sont durs à fondre, il y a trois endroits à les placer au foyer, qui produisent trois differens effets. Le premier est au point précis du foyer. Dans cet endroit l'or étant tenu un peu de tems, commence à pétiller & jetter de petites goutelettes de sa substance, à six, sept & huit pouces de distance, la superficie de l'or fondu devenant herissée fort sensiblement, comme est la coque verte d'une chataigne.

Toute la substance de l'or se perd par-là, sans souffrir aucun changement; car si on étend une feüille de papier au-dessous du vaisseau qui contient cet or en fonte qui pétille, on ramasse sur ce papier une poudre d'or, dont les petits grains étant regardez par le microscope paroissent des petites boulles rondes d'or, que l'on peut refondre ensemble en une masse d'or.

Le second endroit pour placer l'or en fonte, est de l'é-

loigner un peu du vrai foyer, jusqu'à ce qu'on voye que l'or ne paroisse plus herissé & qu'il ne petille plus. Dans cet endroit se fait la vitrification de l'or dont nous venons de parler, laquelle est un vrai changement de la substance du métail pesant, malleable & ductile, en un verre leger, cassant & obscurément transparent.

Le troisiéme endroit pour placer l'or en fonte, est de l'éloigner un peu plus encore du vrai foyer qu'il ne l'est dans la place vitrifiante; & dans cet endroit il ne fait que fumer seulement; sa perte y est trés-lente, & l'on est obligé de tems en tems de l'approcher du foyer, afin de l'empêcher de se figer.

Ce sont-là les trois differens changemens que l'or fin souffre au verre ardant; sçavoir, de s'en aller en fumée, de se changer en verre, & de sauter en l'air par petits grains.

Il arrive à peu près la même chose à l'argent fin, avec quelques differences pourtant; qui sont: Que l'argent fume beaucoup plus que l'or, qu'il s'en va incomparablement plus vîte en fumée, qu'il petille à une moindre chaleur, & qu'il ne se vitrifie pas tout-à-fait de la même maniere que l'or.

L'argent affiné par le plomb fume considerablement, & sa superficie devient poudreuse, comme nous l'avons observé de celle de l'or; mais la poudre qui s'y forme ne se fond pas en verre, comme il arrive à l'or; car elle est blanche & legere comme de la farine, elle s'amasse en si grande quantité, qu'il y en a de l'épaisseur d'une demie ligne & plus sur toute la superficie de l'argent quand on le tient un quart d'heure environ de suite au Soleil, & pendant ce tems un gros d'argent a diminué de vingt-six grains, c'est-à-dire, de plus d'un tiers de son poids.

L'argent affiné par l'antimoine fume encore plus que ne fait celui qui est raffiné par le plomb, & la poudre qui se fait sur sa superficie se fond en verre comme fait celle de l'or; mais ce verre ne se tient pas en une goutte sur cet argent comme fait le verre de l'or, au contraire il se répand

sur toute la superficie de l'argent comme si c'étoit un vernix jaune. Ce verre-ci est volatil, & s'en va en fumée avec la masse de son argent, en quoy il est different du verre de l'or, qui ne s'en va pas en fumée, & differe encore de la poudre qui s'amasse sur l'argent raffiné par le plomb; car cette poudre s'augmente de plus en plus sur l'argent exposé au Soleil, & ce vernix ne paroît pas s'augmenter en l'exposant long-tems au Soleil sur son argent.

L'or & l'argent fins, quand ils ont été pendant quelque tems fondus au Soleil, se fondent difficilement au feu ordinaire, & leurs dissolvans ne les dissolvent pas si vîte ni avec autant d'ébullition qu'ils faisoient auparavant; ce qui s'observe encore plus sensiblement en l'or qu'en l'argent.

Il seroit bon de donner ici la raison pourquoy il se forme un verre sur l'or & sur l'argent raffiné par l'antimoine, & que sur l'argent raffiné par le plomb il ne se forme qu'une poudre qui ne se vitrifie point? Pourquoy ces verres & cette poudre n'ont pas la même pésanteur que le métail qui les a produits? Pourquoy l'or fondu pendant quelque tems au Soleil se fond difficilement au feu ordinaire? Et pourquoy l'esprit de sel le dissout presque sans ébullition?

Pour rendre raison de tous ces faits, je me trouve obligé de dire auparavant, 1°. ce que le feu de nos fourneaux me paroît être, 2°. de quelle maniere il agit, & 3°. la difference que je crois qui est entre le feu ordinaire & le feu du Soleil.

Je dis donc que le feu dont nous nous servons communément, où la flame n'est autre autre qu'un liquide composé de la matiere de la lumiere & de l'huile du bois ou du charbon; cette liqueur où la flame est beaucoup plus legere que l'air qui nous environne, & étant pressée de toutes parts, mais inégalement par l'air, elle en est chassée continuellement, ou poussée du côté où elle est pressée le moins, ce qui est ordinairement de bas en haut à nôtre égard, ou en s'éloignant de la terre.

Les petites parties de la flame sont fort menuës, & capables de passer dans les interstices des corps les plus soli-

des, étant pouſſées violemment contre ces corps par l'air; dont le preſſement eſt plus ou moins violent, ſelon que cet air eſt plus ou moins condenſé par le froid, par le vent ou par un ſouffle artificiel, comme ſont les ſoufflets, les chalumeaux, &c.

Le paſſage violent de la flame au travers des corps qui en ſont penetrez, dérange & deſunit les parties de ces corps : cette deſunion produit dans les uns une décompoſition entiere de leurs parties, comme il arrive à tous les corps qui ſe reduiſent en cendres; dans les autres elle ne produit qu'une ſimple fuſion, comme il arrive dans les métaux & dans les corps qui ſe vitrifient, dont les petites parties ſe réüniſſent & redeviennent un corps ſolide dès que la violence de la flame commence à ceſſer : mais comme les interſtices de ces corps fuſibles conſervent les traces de la flame qui les avoit penetrés, ces interſtices reſtent plus ou moins grands dans la coagulation de ces corps, ſelon que la flame a été plus ou moins groſſiere, & qu'il en eſt reſté plus ou moins de parties dans ces interſtices. Voilà pour le feu ordinaire.

Le feu du Soleil n'eſt que la ſimple matiere de la lumiere qui eſt répanduë dans l'air, ſans le mêlange d'aucune matiere huileuſe du bois ou ſemblable, pouſſée par le Soleil.

Cette matiere étant réünie par un verre ardant, & pouſſée en aſſez grande quantité contre quelque matiere que ce ſoit, la penetre, la traverſe, & en deſunit les parties à peu près de la même maniere que nous voyons agir le feu ordinaire.

La premiere difference ſenſible de ces deux feux conſiſte en ce que l'un, ſçavoir celui du Soleil, eſt une matiere ſimple, dont les parties ſont infiniment plus petites que celles du feu ordinaire, qui conſiſte, comme l'on vient de dire, en un mêlange groſſier de l'huile du bois avec la matiere de la lumiere.

La ſeconde difference ſenſible de ces deux feux eſt, que l'air qui eſt plus peſant que la flame pouſſe la flame ſelon les loix de l'équilibre des liqueurs, ſans quoy la flame n'auroit

roit aucun mouvement ; au lieu que le feu du Soleil est poussé par le Soleil, sans que l'air contribuë en aucune maniere à son action, ce qui se prouve manifestement parce que la flame ne sçauroit subsister ni agir dans un lieu vuide d'air, & que les rayons du Soleil agissent avec autant de violence dans le vuide que dans l'air libre.

Connoissant donc les principales differences de la nature de ces deux feux, il en faut examiner aussi les differens effets.

Nous avons remarqué ci-dessus : que les pores ou les interstices des corps foibles conservent après leurs fontes les traces aussi bien du feu ordinaire que de celui du Soleil, ce qui se voit clairement par l'écroüissement & par la recuite des métaux.

Nous avons aussi remarqué, que la flame selon qu'elle est plus ou moins grossiere, laisse dans les pores des corps qu'elle penetre une partie de sa substance ; ce qui se prouve encore tant par la pésanteur que certains corps acquierent dans leurs calcinations, que parce que certains métaux qui sont doux sous le marteau, deviennent aigres & cassans si on les fond, ou si on les fait rougir dans un feu de charbon de terre.

Cela étant supposé, nous devons concevoir qu'un métail, par exemple l'or, ayant été fondu au Soleil, doit avoir ses pores ou ses interstices plus serrez que s'il avoit été fondu par le feu ordinaire, puisque les matieres qui ont passé au travers des pores de ces deux differentes masses d'or, sont fort differentes entr'elles en grosseur.

Et comme ces pores ne restent par vuides, la matiere qui s'est introduite dans ceux de l'or fondu par le feu ordinaire qui sont grands, y doit être en plus grande abondance qu'elle n'est dans les pores de l'or fondu au Soleil qui sont petits.

Puis il faut aussi considerer que les pointes de l'esprit de sel, qui sont le dissolvant de l'or, en doivent chasser la matiere étrangere qui les occupoit, & qu'il doit sortir une plus grande quantité de cette matiere des pores qui en

contiennent beaucoup, qu'il n'en doit sortir de ceux qui en contiennent peu.

Et comme ce n'est que cette matiere étrangere qui s'est introduite dans les pores d'un métail qui fait les bulles qui paroissent dans la dissolution d'un métail, il doit y avoir beaucoup plus d'ébullition dans la dissolution de l'or qui a été fondu par le feu ordinaire, que de celui qui a été fondu par le feu du Soleil. Aussi voyons-nous que dans la dissolution de ce premier il y a beaucoup de ces bulles fort sensibles, & que dans celle de l'autre il y en a si peu, que ceux qui ont été presents à cette experience n'en ont vû presque aucun.

Nous avons de plus observé, que l'or qui a été fondu au Soleil se fond plus difficilement au feu ordinaire, qu'il ne faisoit avant que d'avoir été fondu au Soleil. Il est aisé d'en comprendre la raison, si nous supposons, comme nous avons fait, que les pores de l'or fondu au Soleil sont plus serrez que ceux de l'or fondu au feu ordinaire, & que les parties de la flame ou du feu ordinaire sont plus grossieres que celles du feu du Soleil.

Il en doit suivre que les pores serrez de l'or fondu au Soleil donneront un passage plus difficile aux parties grossieres de la flame, que ne feront les grands pores de l'or fondu au feu ordinaire; ou ce qui est la même chose, le feu ordinaire mettra plus difficilement en fusion l'or qui a été fondu au Soleil, que celui qui n'a pas été fondu au Soleil.

Nous avons aussi observé que le verre de l'or est plus leger que n'est un pareil volume d'or. Pour en concevoir la raison, nous pouvons nous imaginer que les parties dont un métail parfait est composé sont du mercure, du souffre métallique & quelque matiere terreuse, que le mercure est toûjours volatil, & que le souffre métallique aussi bien que la matiere terreuse sont fixes.

Puis nous pouvons aussi nous imaginer que les parties de la matiere de la lumiere ou des rayons du Soleil sont d'une petitesse capable de s'introduire dans le composé même du métail, pour en désunir les principes, parmi lesquels le

mercure qui est naturellement volatil, se trouvant degagé du souffre métallique qui le retenoit, il est emporté en fumée par la violence de ces rayons : mais que le souffre métallique étant plus fixe & restant avec la terre du métail, ils se fondent ensemble & paroissent ensuite en forme de verre, ensorte que dans ce verre de l'or il ne se trouve seulement que la matiere terreuse de l'or, fonduë ou vitrifiée par son souffre, & comme la partie pesante d'un métail est son mercure qui ne fait pas partie du verre de l'or, ce verre doit être plus leger que n'est l'or même qui contient tout son mercure.

Nous avons aussi observé que la terre de l'argent ne se vitrifie pas comme fait celle de l'or, ce qui provient apparemment de ce que l'argent a beaucoup moins de souffre que l'or; que le souffre doit servir de fondant à sa terre, & qu'il ne s'en trouve pas assez dans l'argent pour mettre sa terre en fusion & pour la vitrifier.

Ceci se confirme par l'argent qui a été raffiné par l'antimoine, dont la terre se vitrifie comme fait celle de l'or, parce qu'il est resté dans cet argent une partie du souffre de l'antimoine qui sert de fondant à cette terre : mais le souffre d'antimoine n'étant pas fixe comme est celui de l'or, le verre qui s'en forme avec la terre de l'argent est enlevé en fumée avec son mercure.

Nous voyons par ces observations que l'idée que nous nous étions formée en Chimie de la fixité invincible de l'or & de l'argent ne subsiste plus ; à quoy si on joint une grande quantité d'observations que j'ai faites sur d'autres matieres, dont je parlerai une autre fois, & qui paroîtront aussi extraordinaires que celles qui viennent d'être rapportées, l'on pourra vrai-semblablement prévoir que par le moyen du verre ardant, non seulement on fera de grands progrès pour éclaircir les principes de Chimie ; mais que ce pourra bien être une porte ouverte à une nouvelle Physique, comme les Microscopes & la Machine Pneumatique l'ont été dans leurs tems.

REPONSE AUX REMARQUES de M. de Lagny sur la construction des Cartes Hydrographiques, & des Echelles de latitude.

PAR M. CHAZELLES.

LA supposition de la rondeur de la terre, dans la construction des Cartes & dans l'usage de la Navigation, que M. de Lagny veut abandonner fondé sur les observations de sa mesure, faites par Snellius, par Riccioli, & par M. Picart, me paroît suffisamment prouvée par l'apparence de son ombre dans les éclipses de Lune, & par la figure spherique de toutes les Planetes; & cette rondeur apparente est plus que suffisante pour pouvoir supposer sans aucune erreur sensible l'egalité des degrez de latitude dans l'usage de la Navigation; ce que je ferai voir dans la suite de ma réponse : mais auparavant M. de Lagny me permettra de faire quelques reflexions sur les observations de Snellius, de Riccioli & de M. Picart, qui lui ont servi de fondement.

Bien loin de trouver dans les deux premiers l'exactitude que M. de Lagny suppose, il est aisé de faire évanoüir la difference qui se trouve entre les mesures qu'ils ont données pour la grandeur d'un degré de la terre, en faisant quelques petites corrections, tant dans leurs mesures actuelles, que dans les operations Trigonometriques & Astronomiques, telles que l'inégalité du terrein, & la petitesse, ou le défaut des Instrumens les peuvent laisser supposer. Le P. Riccioli a pris la peine de le faire à l'égard des observations de Snellius dans le 11. Chap. du 5 Livre de sa Geographie Reformée, dans lequel il fait quadrer la mesure de Snellius avec la sienne, après quelques suppositions & corrections que le lecteur instruit de la methode & des observations de Snellius n'a pas de peine à lui

accorder, quoique la difference entre leurs mesures soit d'environ 9 milles Italiques sur un degré.

Les observations que M. Cassini le fils a faites en Hollande, font encore mieux voir le peu de fond qu'il y a à faire sur les observations de Snellius, ayant observé sur les lieux des latitudes differentes d'une minute & demie de celles qui sont données dans son *Eratosthenes Batavus*, & remarqué des contrarietez dans ses triangles qui montent à plus de mille toises sur un côté de dix mille, comme il fit voir par un Memoire lû à l'Academie le 11 Mars 1702.

On peut de même faire convenir la mesure de Riccioli avec celle de M. Picart; car quand même nous supposerions toute l'exactitude imaginable dans ses operations Trigonometriques, dans ses Instrumens, & dans la mesure de sa base quoique petite comme celle de Snellius, l'erreur que peut avoir causé la refraction dans la hauteur apparente de ses deux termes, rend sa conclusion fort incertaine. Ainsi les differences entre les mesures de la terre déterminées par Riccioli, par M. Picart & par Snellius, sur lesquelles M. de Lagny établit la spheroïdité de la terre, n'auront rien de réel. Cela n'empêche pas que les observations de M. Picart ne conservent toute leur exactitude & toute leur évidence; la grandeur de sa base six fois plus grande que celle des deux autres, l'exactitude de ses observations Trigonometriques par la grandeur des Instrumens, par la finesse de leurs divisions, par l'application des lunettes au lieu de pinules, la simplicité & beauté de ses triangles, leur derniere verification par une seconde base trés-considerable, & enfin les observations pour la hauteur du Pole avec de trés-grands instrumens, faites au Zenith pour éviter l'effet des refractions: tout cela fait sentir à celui qui l'examine avec attention, que la conclusion qu'il en tire pour la grandeur du degré de la terre, est à cent toises prés de la veritable.

Il est vrai que M. Cassini par l'examen des observations qui ont été faites sous sa direction, & pour la prolongation de la Meridienne de l'Observatoire jusqu'aux Pirenées,

avec une exactitude égale à celle que M. Picart a employée dans les siennes, trouve que les degrez vont en diminuant en allant vers le Pole de $\frac{1}{800}$ de degré : mais outre qu'on peut attendre avant que de prendre parti sur ce fait, que les observations pour le Meridien de Paris ayent été achevées du côté du Nord, comme elles le sont du côté du Sud, & que les calculs des triangles soient mis dans leur derniere perfection avec toutes les corrections & verifications necessaires, quand même cette diminution d'une 800e partie de degré seroit constante, elle ne meriteroit pas qu'on introduisist d'autres methodes dans la construction des Cartes, & dans la pratique de la Navigation, que celles qui sont en usage ; ce que je vais prouver. 1°. Par la necessité de s'accommoder à la portée des Pilotes, qui pour l'ordinaire sont incapables d'une grande précision. 2°. Par l'inutilité d'une plus grande exactitude que celle que donne la Carte réduite dont on se sert communément comme de la meilleure.

La principale attention qu'on a eüe dans la construction des Cartes marines pour la facilité du pointage, a été de faire ensorte que les routes qui sont les airs de vents de la boussole y puissent être tracées par des lignes droites ; delà s'est ensuivi le parallelisme des Meridiens, mais en même tems il a fallu remedier à l'agrandissement qu'on donnoit aux degrez de longitude, ce qu'on a fait en augmentant autant à proportion le degré de latitude, que celui de longitude se trouve agrandi par le parallelisme des Meridiens. Ainsi l'inégalité qui devoit être dans les degrez de longitude de differens paralleles se rejete sur les degrez de latitude, en emploïant comme on sçait les secantes qui augmentent autant les unes sur les autres, que les sinus de complement de latitude qui devroient representer le degré de longitude, ont été augmentés en les faisant égaux au rayon de l'Equateur, par le parallelisme des Meridiens. C'est là la construction de la Carte, qu'on appelle reduite, qui sera d'autant plus exacte qu'on aura soin d'y marquer plus exactement l'agrandissement des degrez de latitude, autant

qu'ils peuvent être sensibles à la pointe du compas. Dans ces Cartes l'échelle est changeante à mesure qu'on change de latitude, & l'exactitude des operations pour la mesure des distances demande qu'on y fasse une attention particuliere; mais une plus grande précision seroit inutile, comme je le vais montrer.

Il ne sert de rien de rechercher une exactitude scrupuleuse dans une partie d'un calcul, lorsque les autres parties ne peuvent pas avoir la même exactitude; c'est ce qui arriveroit ici si l'on vouloit s'attacher dans la construction des Cartes marines à toute l'exactitude Geometrique, lorsqu'on est obligé d'emploïer en même-tems une route donnée par la boussole à deux ou trois degrez près, une estime du chemin fort incertaine par rapport aux courans la plûpart du tems inconnus, & une observation de latitude à 5 ou 6 minutes près. Pour peu qu'on ait d'experience dans la Navigation, on est persuadé qu'il n'est pas possible d'avoir l'angle de la route plus précisément que je le dis, lorsqu'on fera attention aux balancemens du vaisseau qui empêchent celui qui est au gouvernail de suivre toûjours exactement la route commandée, à la dérive, lorsqu'on a le vent de côté, & à la variation toûjours changeante, & dont on ne peut avoir des observations immédiates aussi souvent qu'il seroit necessaire. L'estime est sujette à beaucoup plus d'erreur si l'on considere le peu de connoissance qu'on a des courans, leurs changemens, la varieté des vents. L'observation de la latitude ne peut être aussi fort exacte par rapport à l'instrument dont on se sert, sçavoir l'Arbalestrille, le meilleur de ceux qu'on emploïe à la mer, avec laquelle le commun des Pilotes prenant hauteur negligent les corrections du demi-diametre du Soleil, de l'élevation sur la surface de l'eau & de la refraction, prétendant qu'elles se récompensent absolument les unes les autres. C'est sur ces élemens que roule toute la Navigation, par où l'on voit combien il est inutile de faire attention à une augmentation de $\frac{1}{170}$ partie par degré de latitude. C'est aussi pour cela que les meilleurs Pilotes abandonnent l'usage des Ta-

bles Loxodromiques, & tous les calculs spheriques, faisant toutes leurs réductions de routes méchaniquement par le quartier de réduction, dans lequel on considere le chemin du Vaisseau, le côté de la difference en latitude, & celui de la difference en longitude comme un triangle rectangle rectiligne, & l'on seroit trop heureux si toute l'erreur se trouvoit dans cette supposition. A l'égard de ce que M. de Lagny propose en second lieu pour l'application des sondes sur la Carte, cela ne me paroît praticable que pour les Cartes particulieres & Topographiques. Dans les Cartes generales on se contente de mettre la profondeur de l'eau en brasses que l'on sous-entend de la plus basse mer, & lorsqu'on veut aller dans quelque Port ou mouillage, ou l'on en a la connoissance par soi-même, ou l'on se sert de Pilotes Lamaneurs qui viennent ordinairement à la rencontre, ou si l'on est forcé par quelque mauvais tems, on a recours à la description particuliere de ce Port, que l'on trouve dans les Portulans ou Flambeau de mer, dont chaque Pilote doit faire provision comme de Cartes. Je conviens avec M. de Lagny qu'il seroit bien plus avantageux d'avoir des Cartes fideles au grand point de chaque Port, dans lesquelles le fond y fût marqué, tant pour la plus basse que pour la plus haute marée, de la maniere qu'il le propose.

En troisiéme lieu M. de Lagny demande qu'on marque par des petits traits le sens des courans que font les marées le long des côtes. Cela seroit encore fort utile; mais je doute qu'on puisse rien déterminer de reglé sur cela. J'ay remarqué entre l'Isle-Dieu & la côte de Poitou, que les courans causez par la marée faisoient en 12 heures le tour de la boussole, & dans cet endroit les pêcheurs jugent de l'heure de la marée par le côté où elle porte. Entre Belle-Isle & la terre, de même que vers l'Isle de Groix, les courans portent tantôt d'un côté tantôt de l'autre suivant les vents qui regnent; ainsi peut-être en beaucoup d'autres endroits.

La réponse au quatriéme & dernier Article de ses Remarques se trouve dans ce que j'ay dit pour le premier.

DISCOURS

DISCOURS SUR QUELQUES *proprietez de l'air, & le moyen d'en connoître la temperature dans tous les climats de la terre.*

PAR M. AMONTONS.

LEs experiences qui peuvent conduire à connoître la nature de l'air dans lequel nous vivons, sont d'une consequence assez considerable pour meriter qu'on y fasse une particuliere attention. Celles que je fis il y a trois ans sur la dilatation de l'air par la chaleur de l'eau boüillante, me firent connoître que des masses inégales d'air chargées de mêmes poids ou de poids égaux, augmentoient également la force de leur ressort par des degrez de chaleur égaux ; & comme mon principal but dans ces experiences étoit de connoître de combien la chaleur de l'eau boüillante augmentoit le ressort de l'air au dessus de ce qu'il en conserve dans l'eau que nous appellons froide, ces experiences me porterent pour lors à croire que ce n'étoit que d'une quantité capable de soûtenir dix pouces en hauteur de mercure outre le poids de l'atmosphere : mais ayant depuis poussé plus loin ces experiences, j'ay trouvé que le ressort de l'air augmenté par la chaleur de l'eau boüillante n'étoit pas fixé à ne soûtenir seulement que dix pouces de mercure plus que la charge de l'atmosphere ; mais qu'il en soûtenoit plus ou moins à proportion des poids dont il étoit chargé, & que cette augmentation étoit toûjours environ le tiers de ces poids, lorsque l'air est d'abord dans l'état que nous appellons ici temperé, & moins que le tiers lorsque l'air est dans un état plus chaud que le temperé ; & au contraire plus que le tiers quand l'état de l'air est plus froid que le temperé. Par exemple, si au tems du temperé une masse d'air chargée par trente pouces de mercure, y compris la charge de l'atmosphere, a augmenté son ressort par la chaleur

1702. 28. Juin.

de l'eau boüillante, jusqu'à soûtenir dix pouces de mercure, outre la charge égale à trente pouces de mercure; lorsque cette même masse sera chargée par 60 pouces, elle augmentera son ressort de 20 pouces, & de 30 pouces lorsqu'elle sera chargée de 90, & ainsi des autres. D'où il paroît que nous pouvons tirer cette consequence, qu'*un même degré de chaleur pour petit qu'il puisse être, peut augmenter toûjours de plus en plus la force du ressort de l'air, si cet air est toûjours chargé d'un poids de plus grand en plus grand.* Et d'autant que comme nous l'avons déja remarqué des masses inégales d'air augmentent également la force de leur ressort par des degrez de chaleur égaux, nous pouvons encore tirer cette autre consequence, qu'*une trés-petite parcelle d'air pour petite qu'elle soit, peut acquerir une force de ressort plus grande, & plus grande toûjours de plus en plus par un trés-petit degré de chaleur, si cette petite parcelle est toûjours chargée de plus en plus.* Ces proprietez de l'air pourront peut-être dans la suite nous servir à expliquer plusieurs effets Physiques dont nous ignorons presentement les causes.

Je viens de dire que l'experience m'avoit fait connoître que des masses inégales d'air chargées de poids égaux augmentoient également la force de leur ressort par des degrez de chaleur égaux, & que les forces de ressort qu'elles acqueroient étoient d'autant plus considerables, que les poids dont elles étoient pressées étoient grands, dont la raison est que ces masses d'air étant ou dans un même milieu, ou considerées comme telles & chargées de poids égaux, il n'y a point de raison pourquoi l'une dût acquerir une force de ressort plus considerable que l'autre. Car quoiqu'il soit vray que si ces masses d'air avoient la liberté de s'étendre, les plus grandes augmenteroient davantage leurs volumes que les plus petites; cela ne doit point neanmoins avoir lieu pour l'augmentation de leur ressort, puisque, suivant la regle de Mr Mariotte, des masses inégales d'air chargées également, doivent se reduire à des volumes proportionnez à leurs premieres masses, pour acquerir de nouveaux degrez égaux de force de ressort; & que par

l'inverse de cette même regle, si des masses égales d'air chargées inégalement ont la liberté de s'étendre, elles occuperont à la verité des espaces proportionnées aux poids dont elles sont chargées ; mais ne pouvant s'étendre, elles doivent necessairement acquerir des forces de ressort proportionnées à ces mêmes poids.

Après avoir reconnu ces veritez, j'ay tenté d'en faire l'application ; & j'ai crû pouvoir avantageusement m'en servir à perfectionner ces Instrumens qui servent à mesurer les degrez de chaleur, & qu'on nomme pour cette raison Thermometres.

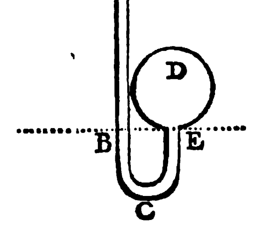
Peu de personnes ignorent que les premiers Thermometres qu'on a voulu faire avec l'air agissoient non seulement par le froid & par la chaleur de l'air exterieur, mais encore par son plus ou moins de pesanteur, & que le mouvement de ces Thermometres causé par le poids de l'air, étoit pour le moins aussi sensible que celui qui étoit causé par la chaleur, ce qui en rendoit les observations peu certaines & par conséquent inutiles. Il est bien vrai qu'on a inventé depuis les Thermometres à esprit de vin scellez hermetiquement, qui ne paroissent agir que par les changemens qui arrivent à l'air quant au froid ou quant au chaud : mais outre que l'esprit de vin ne reçoit pas l'impression aussi promptement que l'air, & que les grosses masses la reçoivent plus lentement que celles qui le sont moins, il est d'ailleurs presqu'impossible que leurs tuïaux soient égaux d'un bout à l'autre ; ce qui fait qu'une même quantité de liqueur, qui n'occupoit vers le bas que l'étenduë par exemple de 40 parties de leur graduation, étant poussée par le haut en occupera quelquefois 45 à 50 plus ou moins. D'où vient que si ces Thermometres étoient reglez seulement sur le plus grand chaud & sur le plus grand froid d'un climat, les temperez de ces Thermometres se trouveroient tous differens les uns des autres, quoiqu'en effet ils dûssent être veritablement les mêmes. Mais bien plus, supposons, ce qui n'est pas, que ces Thermometres n'aïent aucun des défauts que nous venons de remarquer ;

qu'est-ce qu'un degré de chaleur de ces Thermometres? qu'elle connoissance ces degrez nous donnent-ils de la temperature de nôtre climat? Il est certain qu'on n'en peut tirer aucune; les premiers de ces Thermometres ont été graduez à l'avanture sur le plus grand froid & sur le plus grand chaud de quelques années, & ne peuvent servir au plus qu'à nous faire connoître qu'il y en a quelques-unes qui sont plus chaudes ou plus froides que les autres; ce qui n'a pas une grande utilité, lorsqu'on ne peut pas en connoître certainement la difference, & ces Instrumens sont peu propres à transmettre à la posterité les observations qu'on peut faire sur la differente temperature des climats: car de dire, par exemple, que l'année derniere le Thermometre a monté 7 ou 8 parties plus que la précedente, ce n'est pas donner mieux à connoître de combien cette année a été plus chaude que l'autre, que si l'on disoit à une personne qui seroit en peine de sçavoir la longueur d'un Pendule à secondes, qu'elle est égale à celle d'un bâton qu'on lui montreroit, la longueur de ce bâton lui étant inconnuë, celle qu'il demanderoit la lui seroit de même: mais si on lui dit que la longueur de ce Pendule est de trois pieds huit lignes & demie; alors comme ces mesures sont connuës & fixées par l'usage & par la comparaison qu'on en peut faire à toutes sortes de grandeurs, il ne lui reste plus aucun doute surquoi raisonnablement il puisse demander à être éclairci. Il n'en est pas de même d'un degré des Thermometres qui ont paru jusqu'à present; on ne peut pas dire qu'il soit, par exemple, la centiéme partie de la difference du plus grand chaud au plus grand froid d'une année, puisque ces differences ne sont presque jamais égales; & quand elles le seroient, ce ne seroit au plus que pour un certain climat; ainsi un degré de Thermometre ne peut être comparé à aucun degré de chaleur, & n'en sçauroit être par consequent la mesure. Au contraire, si je dis que la plus grande chaleur de l'esté dernier a été, par exemple, les six septiémes de celle de l'eau boüillante, ce degré de chaleur étant connu par mil & mil effets journaliers,

celui que je veux donner à connoître le devient aussi, & j'en puis tirer toutes les consequences dont j'ai besoin. Il faudroit donc qu'on convînt d'un certain degré de chaleur constant & invariable, connu de tout le monde, auquel on pût comparer,& qui comprît tous les autres degrez de chaleur qui peuvent être dans l'air que nous respirons. C'étoit apparemment là l'intention de feu Monsieur Colbert, lorsqu'il projetta de faire construire une quantité considerable de Thermometres, & de les envoïer dans differentes parties de la terre pour y faire des observations : mais il y a apparence que ce grand Ministre n'abandonna ce dessein, que parce qu'il jugea bien que les Thermometres à esprit de vin, tels qu'ils étoient alors, étoient peu propres pour cela, & qu'il auroit été presque impossible d'établir une assez grande uniformité dans ces Thermometres. Je ne sçai pas si j'aurai été assez heureux de trouver le moïen d'executer ce dessein dans toute sa perfection ; mais au moins suis-je persuadé que ce que j'en donne ici pourra beaucoup y contribuer.

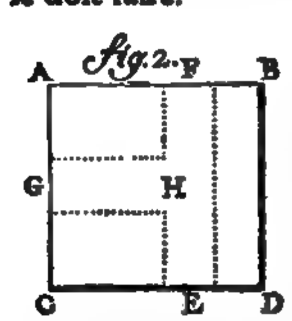
Ce degré de chaleur necessaire pour établir l'uniformité dans la construction des Thermometres pourroit être celui de l'eau commune boüillante, l'experience m'aïant fait connoître qu'elle ne peut acquerir un plus grand degré de chaleur, quelque long-tems qu'elle soit sur le feu, & quelque grand que soit ce feu.

(Fig. 1.) *ABCD* est un de ces tubes de verre dont je me suis servi pour les experiences ci-devant rapportées dans les Memoires de 1699. pour connoître l'augmentation du ressort de l'air par la chaleur de l'eau boüillante, ouvert en *A*, recourbé en *C*, & se terminant en une boule *D*. La grosseur de ce tube est d'environ demie ligne interieurement, celle de la boule de trois pouces un quart peu plus ou peu moins sans consequence ; & en cela ces Thermometres ont un grand avantage sur les autres par l'égalité de leur mouvement, si facile à trouver dans ces nouveaux Thermometres, si difficile à rencontrer dans les anciens ; la longueur de ce tube depuis *A* jusqu'en *B* sera



de 46 pouces, afin que la totalité *AC* soit environ de 48. Il y aura du mercure depuis l'entrée *E* de la boule, & dans tout le reste du tube jusques vers l'ouverture *A*, ensorte que la boule *D* étant dans l'eau boüillante, l'air qu'elle renferme soûtienne par son ressort 73 pouces de mercure, y compris le poids de l'atmosphere qu'on suppose toûjours égal à 28 pouces, & seulement 45 pouces sans le comprendre, à commencer au niveau du mercure qui sera en *E*; alors la surface du mercure dans le tube *AB* proche de l'ouverture *A*, sera le terme d'où l'on pourra commencer à compter tous les autres degrez de chaleur qui seront moindres que celui de l'eau boüillante: car étant inoüi qu'il y ait aucun climat dont la chaleur égale celle de l'eau boüillante, & n'y aïant point d'endroit sur terre où on n'en puisse facilement avoir; on aura par consequent un degré de chaleur connu dans tout païs qui comprendra tous les autres au dessous, & duquel on pourra commencer à les compter. Si bien que pour exprimer le plus grand ou le moindre degré de chaleur d'un climat, il n'y aura qu'à compter le nombre des pouces & des lignes dont la surface du mercure vers *A* sera plus basse que l'endroit où la chaleur de l'eau boüillante l'avoit fait monter, aïant de plus égard au poids de l'atmosphere dans le tems de l'observation, s'il est plus ou moins pesant que 28 pouces de mercure; parce que la surface du mercure vers *A* sera trop basse de la quantité dont le poids de l'atmosphere excedera celui de 28 pouces de mercure, ou trop haute de la quantité qui défaillera desdits 28 pouces. C'est pourquoi dans le premier cas on ôtera cet excez des pouces & lignes comprises depuis le degré de la chaleur de l'eau boüillante, & dans le second cas on l'y ajoûtera. Il sera donc facile à l'aide de ces Thermometres de connoître la temperature de tous les climats de la terre, & de construire d'autres Thermometres à esprit de vin pour chaque climat qui pourront être comparez à ces nouveaux Thermometres à air. Les degrez qu'ils indiqueront ne seront plus inconnus, & on pourra en transmettre la connoissance à la

posterité, pour en retirer les usages avantageux qu'il y a lieu de s'en promettre, non seulement pour toutes les matieres de Physique, mais encore pour nôtre propre conservation : mais comme j'ai ci-devant dit qu'il falloit qu'il y eût du mercure dans le tube *ACE* depuis l'entrée *E* de la boule, ensorte que lorsque la boule *D* est dans l'eau boüillante, l'air qu'elle renferme soûtienne par son ressort 73 pouces de mercure, y compris le poids de l'atmosphere, au dessus du niveau de mercure qui est en *E*, & que plusieurs personnes pourroient ne pas trouver d'eux-mêmes la maniere d'introduire ce mercure avec ces circonstances, il n'est pas hors de propos de dire ici de quelle maniere on le doit faire.



ABCD est un petit morceau de bois de hêtre, de noïer, ou de quelqu'autre bois de pareille nature d'environ un pouce en quarré & de demi pouce d'épaisseur, dans l'épaisseur duquel on percera de part en part un trou de vilbrequin comme *EF* d'environ trois lignes à trois lignes & demie de grosseur, & encore un autre de pareille grosseur comme *GH* qui vienne seulement rendre dans le premier & non plus avant ; on appliquera avec du mastic en *G* un tube de verre (Fig. 3.) *ILG* d'environ quatre pieds de long ouvert par les deux bouts *IG* & recourbé en *L* à environ un pouce de l'extremité *G* ; on appliquera ensuite en *F* un autre tube comme *FMNO* aussi ouvert par les deux extremitez *F* & *O*, enflé vers *F* en une boule *M* d'environ deux pouces de diametre à demi pouce de l'extremité *F*, recourbé ensuite en *N* le plus près de la boule *M* que faire se pourra, & redescendant ensuite vers *O* de 6 à 7 pouces ; l'on appliquera encore en *E* un autre bout de tube seulement de deux à trois pouces de long : tous ces tubes n'auront qu'environ une à deux lignes interieurement, excepté l'extremité *O* qui sera un peu évasée pour recevoir plus facilement les autres tubes

qu'on y pourra appliquer. Ces trois tubes seront tellement appliquez au petit morceau de bois avec du mastic, que le mercure qu'on introduira avec un entonnoir par *I* coule librement vers *F* & vers *E*, & puisse passer selon qu'il sera necessaire ou par le tube *FMNO* ou par le tube *EP*. On observera de bien couvrir de mastic tout le petit morceau de bois, parce que sans cela le mercure pourroit passer à travers ses pores.



Cette petite machine ainsi préparée, on l'appliquera contre une muraille, faisant porter la boule *M* sur deux clous, & liant librement le tube (FIG. 4.) *IL* un peu au dessous de son extremité *I*, avec une petite fisselle à un autre clou mis dans le mur pareillement. On appliquera aussi avec du mastic en *O* l'extremité *A* du Thermometre dans lequel on veut introduire du mercure, faisant porter sur quelque chose de solide le bas de ce Thermometre, le tout ainsi qu'il est representé dans cette Figure, après quoi l'on fermera avec du mastic l'extremité *P*, puis avec un entonnoir on versera du mercure dans l'extremité *I*, qui remplira peu à peu la boule *M*, & condensera à mesure l'air de la boule *D*. Lorsque la boule *M* sera tout-à-fait pleine, que le Mercure commencera à passer par la courbure *N* qu'il descendra en *C*, on cessera de verser du mercure, & l'on ouvrira l'extremité *P* en l'échauffant avec la flamme d'une chandelle poussée par un petit chalumeau, comme lorsqu'on veut sceller hermetiquement, alors on retirera par l'extremité *P* le mercure de la boule *M*; & si le mercure dans le tube *AC* est environ 27 pouces au dessus de *E*, (Fig. 1.) lorsque la chaleur de l'air est la même que celle du temperé du huitiéme climat & que le poids de l'atmosphere est égal à 28 pouces de mercure, il n'y aura qu'à détacher le tube du Thermometre du tube *NO*, en échauffant le mastic de même que ci-devant: mais si le mercure n'étoit pas 27 pouces au dessus de *E*, il faudra remastiquer l'ouverture *P*, & recommenser à verser du mercure par *I*, jusqu'à ce qu'on juge qu'il soit entré de l'air dans la boule *D* suffisamment pour soûtenir le mercure dans le tube *AC*



27

27 pouces au dessus de *E*, ce que l'on connoîtra facilement par la hauteur à laquelle le mercure se soûtiendra dans le tube *LI*; que si au contraire dès la premiere fois le mercure dans le tube *AC* se trouvoit beaucoup au dessus desdits 27 pouces, ce seroit une marque que la capacité de la boule *M* seroit trop grande : alors il faudroit ôter le verre de Thermometre de dessus la machine, & le vuider pour recommencer de nouveau à le remplir, observant avant que de le remastiquer au tube *NO*, de mettre dans la boule *M* du mercure suffisamment pour en diminuer la capacité de la quantité à peu près qu'on l'aura jugée trop grande. S'il se trouvoit des personnes qui eussent les muscles de la respiration assez forts pour en soufflant par *A* reduire l'air en *D* au même état de condensation que ces 27 pouces de mercure, ils n'auroient que faire de la machine *ILMNO*, & ils n'auroient après avoir introduit un peu de mercure dans la boule *D* avec un entonnoir, qu'à souffler fortement par l'ouverture *A*, jusqu'à ce que le mercure pût monter dans le tube *AC* 27 pouces au dessus de *E*: mais peu de personnes, si tant est qu'il s'en trouve, peuvent être capables de cet effort, & le plus sûr est de se servir de la machine susdite.

Enfin pour achever la préparation du Thermometre, on observera avec un Barometre simple quel sera pour lors le poids de l'atmosphere, & quelle hauteur de mercure il soûtiendra : on l'ôtera de 73 pouces, & on marquera avec de la couleur sur le tube *CA* à commencer vis-à-vis de *E* le nombre de pouces & de lignes qui resteront la soustraction faite. On mettra ensuite tremper dans un chaudron plein d'eau froide la boule *D*, & mettant le tout sur un assez grand feu, tenant toûjours le tube *AC* bien à plomb, on l'y laissera jusqu'à ce que l'eau boüille trés-fort ; à mesure que l'eau s'échauffera, on verra monter le mercure, ensorte que quand l'eau sera prête à boüillir, il commencera à dégorger par l'ouverture *A*, si le poids de l'atmosphere n'excede pour lors celui de 28 pouces de mercure, & quand elle sera tout à fait boüillante & qu'il ne sortira plus de mer- FIG. 2.

cure, il faudra l'incliner tant soit peu à plusieurs reprises, afin d'en faire encore sortir, & de le reduire à la marque qu'on aura faite vers *A*, c'est-à-dire à la hauteur necessaire pour avec la pesanteur de l'atmosphere égaler une charge de 73 pouces de mercure. Alors ce Thermometre sera achevé, il n'y aura qu'à le retirer peu à peu & non tout à coup de l'eau boüillante, de peur que le trop grand froid de l'air exterieur ne fasse casser le verre.

J'ai observé avec ces Thermometres que l'air que nous appellons ici temperé soûtient environ 19 pouces de mercure moins que celui qui est poussé par un degré de chaleur égal à celui de l'eau boüillante. J'ai dit que nous appellons ici temperé, parce qu'il n'est pas sûr qu'il soit le veritable, cette connoissance présupposant celle de l'extrême chaud & de l'extrême froid que nous ne connoissons pas encore : mais en attendant que nous aïons pû établir les correspondances necessaires pour cela, ceux qui voudront en sçavoir davantage sur cette matiere, pourront avec ces Thermometres faire plusieurs experiences pour étendre & pousser plus loin leurs conjectures.

Observations.

Le 16 Juin 1702 j'exposai au Soleil à l'heure de midi un Thermometre à esprit de vin de ceux qui mis au dehors à l'air libre, sans toutefois être au Soleil, parcourent une étenduë d'environ 33 pouces du plus grand froid au plus grand chaud qu'on experimente à Paris. J'exposai en même tems auprès du premier le nouveau Thermometre dont je viens de donner la description, & j'observai que le degré de chaleur du Soleil soûtenoit 13 pouces 2 lignes $\frac{2}{3}$ de mercure moins que celui de l'eau boüillante, & 5 pouces 9 lignes $\frac{1}{3}$ plus que celui de l'air temperé de nôtre climat. Pendant l'observation il regnoit un petit vent Nord-Est qui faisoit tantôt descendre & tantôt remonter le mercure dans l'étenduë d'un $\frac{1}{4}$ pouce, pendant quoi l'esprit de vin de l'autre Thermometre montoit toûjours d'un mouve-

ment assez égal, ensorte qu'étant parvenu tout au haut du verre, je fus obligé d'ôter ce Thermometre du Soleil crainte qu'il ne cassât; le poids de l'atmosphere égaloit pour lors celui de 28 pouces de mercure ou environ. J'ai mis une autrefois ce nouveau Thermometre dans de l'eau où il y avoit une assez grande quantité de glace, & le mercure n'y baissa que de deux pouces au dessous du temperé, c'est-à-dire 21 pouces au dessous du degré de chaleur de l'eau boüillante, d'où nous devons vrai-semblablement conjecturer qu'il reste encore dans la glace un degré de chaleur fort considerable; ce que l'on connoîtra aisément si on considere qu'après les premieres gelées les Thermometres ordinaires baissent encore considerablement.

Lorsque le mercure monte dans le tuïau *BA*, la capacité que l'air occupe dans la boule *D* est plus grande, prise à la rigueur, que lorsque le mercure descend de ce tuïau, ce qui ne devroit pas être pour qu'absolument parlant les differentes grosseurs des boules n'empêchassent point le mouvement du mercure dans ces Thermometres d'être exactement égal dans tous. C'est pourquoi dans les experiences qui suivent qui ont été faites avec des boules de moindre grosseur que celle qu'on a ci-devant déterminées, & avec des tuïaux d'assez grosse ouverture, & qui n'avoient aucune proportion à leurs boules, on ne doit point être surpris si le mouvement du mercure n'est pas précisément tel qu'il vient d'être dit; car ç'a été les inégalitez de ces mêmes experiences qui ont fait connoître la necessité de déterminer plus exactement la proportion des tubes aux boules. On ne doit pas s'attendre cependant que les differences qui proviennent des differentes grosseurs des boules soient fort considerables, & encore moins que ces differences suivent celles de ces boules, puisque supposant deux boules de Thermometres l'une de 3 pouces & l'autre de 2 pouces de diametre, & que la boule de 3 pouces soit appliquée à un tube d'une ouverture de moitié moindre que celle du tube appliqué à la boule de deux pouces, si le mercure descend dans la premiere 19 pouces au dessous

de l'endroit où l'eau boüillante l'avoit fait monter, il deſcendra dans la ſeconde pour le moins de 18 pouces, au lieu que ſelon la proportion des boules & des tubes il n'auroit pas dû deſcendre ſeulement 3 pouces dans ce dernier.

Experiences du Samedy 1 Juillet 1702.

On enferma dans deux verres de nouveaux Thermometres deux maſſes inégales d'air, l'une environ double de l'autre, chargées chacune par 14 pouces 4 lignes de mercure, & en outre par le poids de l'atmoſphere qu'on trouva de 27 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$, ce qui faiſoit en tout 41 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$, dont le tiers 13 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ étoit la hauteur où l'on eſtimoit que le mercure dût monter, lorſque l'air des deux verres ſeroit échauffé par la chaleur de l'eau boüillante. Ces meſures furent ainſi reglées, ces verres trempans dans l'eau froide telle qu'elle étoit pour lors; car par pluſieurs experiences faites depuis, on a reconnu que les liquides ſuivent la même temperature que l'air dans lequel ils ſont. On mit enſuite le tout ſur le feu, que l'on pouſſa juſqu'à faire boüillir l'eau trés-fort pendant un tems aſſez conſiderable, & l'on remarqua que lorſque le mercure fut monté dans le verre dont la boule étoit la plus groſſe à 13 pouces 1 ligne, & ſeulement à 12 pouces 3 lignes dans l'autre, le mercure ceſſa entierement de monter dans tous les deux; ainſi le mercure monta dans le premier 10 lignes $\frac{1}{2}$ moins qu'on ne s'attendoit, & dans le dernier 20 lignes $\frac{1}{2}$. Comme ces experiences furent faites à la hâte & ſans préparation, la Compagnie n'aïant d'abord témoigné que de ſouhaiter voir charger ces nouveaux Thermometres de mercure, on manqua à pluſieurs circonſtances qui cauſerent ces differences.

Premierement on n'obſerva point ſi l'état de l'eau froide dans laquelle on plongea les verres pour les regler étoit celui que nous appellons ici temperé; car les experiences qui ont ſervi de fondement à déterminer cette augmentation du reſſort de l'air environ au tiers de ſa charge ont été

faites dans cette circonstance, étant vrai-semblable que cette augmentation est plus du tiers, lorsque l'état de l'air enfermé dans les boules est plus froid que le temperé, & moins que le tiers lorsqu'il est plus chaud.

On n'avoit point pris non plus la précaution de faire que les tubes des verres fussent d'une grosseur proportionnée à la capacité de leurs boules, parce qu'on croïoit ces tubes assez menuës pour ne pas causer des augmentations considerables aux volumes d'air enfermez dans ces boules.

Experiences du Mercredy 5 Juillet 1702.

On remit dans l'eau froide, cependant plus chaude que le temperé, les deux verres de l'experience précédente; on y ajoûta un Thermometre à esprit de vin, & un à air à la nouvelle maniere, afin de connoître par leur moïen l'état de cette eau froide, & faire la correction necessaire à la hauteur du mercure contenu dans les deux premiers verres, & on trouva,

1°. Que l'état de l'eau faisoit tenir le Thermometre à esprit de vin à 60 degrez, c'est-à-dire 10 degrez au dessus du temperé ou de l'état de l'air dans les lieux fort profonds, comme sont par exemple les caves de l'Observatoire.

2°. Que le Thermometre à air soûtenoit 15 lignes de mercure plus que le temperé, c'est-à-dire que la surface du mercure dans le tube étoit 27 pouces 3 lignes au dessus de la surface du mercure dans la boule.

3°. Que la surface du mercure dans les deux tubes des verres de l'experience précédente étoit 14 pouces 8 lignes au dessus de la surface de celui de leurs boules.

Enfin on remarqua sur le Barometre que le poids de l'atmosphere étoit pour lors égal à 27 pouces 5 lignes de mercure, de sorte qu'on ajoûta à ce poids de 27 pouces 5 lignes, celui de 14 pouces 8 lignes, ce qui faisoit 42 pouces 1 ligne, dont le tiers 14 pouces un tiers de ligne étoit la quantité dont le mercure seroit monté dans ces tubes

au dessus de 14 pouces 8 lignes, si l'état de l'eau froide dans laquelle ces boules trempoient eût été celui du temperé: mais comme il étoit plus chaud, on ôta un pouce de ces 14 pouces un tiers de ligne pour la quantité dont le mercure étoit dans ces verres plus haut qu'il n'y auroit été, si l'eau dans laquelle ils trempoient eût été dans l'état du temperé: surquoi il est à remarquer que quoique le mercure du Thermometre à air fût quinze lignes plus haut que le temperé, on n'ôta cependant que 12 lignes de la hauteur du mercure des verres, à cause que l'air de leurs boules n'étant pas si chargé que celui de la boule du Thermometre, il n'avoit pas dû augmenter son ressort aussi considérablement: si bien qu'on détermina que le mercure dans les deux verres d'experiences devoit encore monter seulement 13 pouces un tiers de ligne par la chaleur de l'eau boüillante.

Comme il ne s'agissoit pas seulement de sçavoir par experience, si des masses inégales d'air chargées également augmentoient également la force de leur ressort par un même degré de chaleur; mais encore de connoître si cette augmentation étoit d'autant plus grande que ces masses étoient d'autant plus chargées, & si elle étoit toûjours environ le tiers des charges de l'air dans l'état du temperé.

Pour s'en assûrer par la même experience, on détermina aussi à quelle hauteur devoit monter le mercure dans le Thermometre à air par la chaleur de l'eau boüillante; & comme la hauteur où il se trouvoit pour lors dans l'eau froide étoit de 27 pouces 3 lignes, qui joints à 27 pouces 5 lignes poids de l'atmosphere au tems de l'experience faisoient en tout 54 pouces 8 lignes, dont le tiers 18 pouces 2 lignes $\frac{2}{3}$ étoit la quantité dont il auroit dû monter par la chaleur de l'eau boüillante: mais comme l'eau froide cependant plus chaude que le temperé dans laquelle il trempoit le soûtenoit 15 lignes au dessus du temperé, on détermina que le mercure ne devoit encore monter que seulement de 16 pouces 11 lignes $\frac{2}{3}$ par la chaleur de l'eau boüillante.

Après avoir ainsi déterminé sur ces trois verres la hau-

teur à laquelle le mercure devoit monter, ſçavoir dans les deux premiers à 13 pouces un tiers de ligne, & dans ce dernier à 16 pouces 11 lignes $\frac{2}{3}$; on mit le tout ſur le feu que l'on pouſſa comme dans l'experience précédente, c'eſt-à-dire juſqu'à ce que l'eau fût tout à fait boüillante, & le mercure monta à la hauteur qu'il devoit dans celui des deux premiers verres dont la boule étoit la plus groſſe, & où la difference n'avoit été que de 10 lignes $\frac{1}{2}$ dans l'experience précédente: mais dans le deuxiéme il s'en fallut environ ſix lignes, & dans le Thermometre ou le troiſiéme verre il s'en fallut 2 lignes $\frac{2}{3}$, ce qui ſans doute provenoit de ce que la groſſeur des tubes de ces trois verres étoit conſiderablement diſproportionnée à la groſſeur de leurs boules, & de ce que les volumes d'air ne reſtent pas conſtamment les mêmes, mais qu'ils s'alterent d'autant plus que le mercure des boules eſt pouſſé dans les tubes, comme il a été ci-devant; car quoiqu'il ſoit vrai par toutes ces experiences que l'air ne ſe dilate pas à proportion de ſa maſſe comme fait l'eſprit de vin & toutes les autres liqueurs, & qu'ainſi il ne paroît pas neceſſaire que les boules & leurs tubes ſoient proportionnez l'un à l'autre, comme il faut cependant que pour acquerir des degrez de reſſort égaux, les volumes d'air reſtent les mêmes ou du moins qu'ils augmentent proportionnellement de ce qu'ils étoient avant que la chaleur eût agi deſſus, & que d'ailleurs il n'eſt pas poſſible, quelques étroits que ſoient les tubes, que le mercure qui eſt pouſſé dedans n'altere quelque peu ces volumes; il eſt neceſſaire pour obtenir une parfaite uniformité dans le mouvement du mercure de ces Thermometres, que les tubes en ſoient à peu près proportionnez à leurs boules, je dis à peu près, car le peu de préciſion n'eſt ici d'aucune conſequence.

Experiences du Samedy 8 Juillet 1702.

On chargea de mercure un verre de nouveau Thermometre en la maniere & avec la machine décrite au Me-

moire lû en l'Assemblée du Mercredy 28 Juin dernier, & relû une seconde fois dans les Assemblées suivantes à mesure qu'on verifia les experiences qui y sont rapportées.

On mit ensuite ce verre dans l'eau sur le feu, que l'on poussa à l'ordinaire jusqu'à ce qu'elle fût tout-à-fait boüillante. En cet état on acheva de reduire la hauteur du mercure, qui étoit monté plus haut que les 45 pouces au dessus de celui de la boule précisément à ces 45 pouces, ainsi qu'il est dit au susdit Memoire, excepté qu'on n'eût point égard au poids de l'atmosphere, qui étoit pour lors de 27 pouces 4 lignes, c'est-à dire 8 lignes plus leger qu'il n'auroit dû être, & qu'il auroit fallu par consequent qu'il y eût eu 45 pouces 8 lignes d'une surface à l'autre pour faire que la charge totale eût été de 73 pouces.

J'ai dit ci-devant que l'air que nous appellons ici temperé soûtenoit 19 pouces de mercure moins que la chaleur de l'eau boüillante. J'avois fait porter le jour précedent celui de ces experiences deux de ces nouveaux Thermometres dans les caves de l'Observatoire, l'un y baissa de 18 pouces 10 à 11 lignes, l'autre seulement de 18 pouces 6 à 7 lignes de toutes ces experiences : Il resulte donc,

1°. Que lorsque la grosseur des tubes n'est point proportionnée à la capacité des boules des masses inégales d'air, augmentent à peu près également la force de leur ressort par un même degré de chaleur.

2°. Que plus ces masses d'air sont chargées, & plus elles augmentent la force de leur ressort par le même degré de chaleur.

3°. Qu'il y a apparence que cette augmentation seroit environ le tiers des charges au tems du temperé, si ces masses n'augmentoient pas leurs volumes en poussant dans les tubes une partie du mercure contenu dans les boules.

4°. Et qu'enfin il y a aussi apparence que les effets seroient uniformes dans tous ces verres de quelques grosseurs que soient les boules, si les capacitez de ces boules étoient proportionnées à la grosseur de leurs tubes, comme en effet je l'ai experimenté, & qu'il est rapporté dans

les

les Memoires du 20 Juin 1699. pag. 113 ; surquoi il n'est pas hors de propos de dire qu'ayant rompu les deux verres qui ont servi aux experiences du Mercredy 5 Juillet dernier, dans lesquels le mercure devoit monter 13 pouces un tiers de ligne par la chaleur de l'eau boüillante, & où cependant il ne monta à cette hauteur que dans le premier des deux verres, & seulement qu'à 12 pouces 6 lignes $\frac{1}{3}$ dans le second ; & qu'aïant exactement mesuré avec du mercure la capacité tant des tubes que des boules, je trouvai que sur la longueur de 31 pouces la capacité du premier tube étoit $\frac{1}{69}$ partie de la capacité de sa boule, & que la capacité du tube où le mercure n'étoit monté qu'à 12 pouces 6 lignes $\frac{1}{3}$ étoit $\frac{1}{39}$ partie de la capacité de la sienne ; où l'on voit que quoique ce dernier tube fût d'une grosseur presque double de ce qu'il devoit être, la difference ne fût cependant que de 6 lignes, c'est-à-dire d'environ $\frac{1}{26}$ partie de la hauteur où le mercure monta, au lieu qu'elle auroit dû être près de la moitié, c'est-à-dire d'environ 6 pouces, si le mouvement du mercure dans ces deux verres s'étoit fait suivant la proportion des tubes aux boules ainsi qu'il seroit arrivé, si elles avoient été pleines d'esprit de vin ou de quelqu'autre liquide autre que l'air. L'on voit encore par cette experience que plus la capacité des tubes est petite en comparaison de celles des boules, & plus l'augmentation du ressort de l'air par la chaleur de l'eau boüillante au dessus de ce qu'il en a dans l'état temperé, approche plus veritablement du tiers de la charge que cet air supporte : mais comme ces tubes étoient déja d'une petitesse qu'il n'est point à propos de diminuer, il vaut mieux augmenter la grosseur des boules, & les faire jusqu'à trois & quatre pouces de diametre.

Comme pour rendre raison de ces proprietez de l'air j'ai ci-devant supposé la regle de M. Mariotte touchant l'équilibre de l'air par son ressort, il est bon de le rapporter ici pour une plus grande intelligence, & pour qu'on puisse plus facilement voir de quelle maniere on peut s'en servir à les expliquer, & afin aussi qu'il ne paroisse pas que je donne tout à l'experience, n'aïant que peu ou point d'égard au raisonnement.

Regle de M. Mariotte pour l'équilibre de l'air par son ressort.

Lorsque la hauteur du mercure dont on prétend surcharger une masse d'air pressée d'abord seulement par le poids de l'atmosphere, qu'il suppose ainsi que nous égal à 28 pouces de mercure est donnée, & qu'on veut trouver le volume où se reduira l'air par cette surcharge, M. Mariotte considere cette masse d'air comme renfermée dans la branche (Fig. 5.) *EC* du tube *ABC* d'égale grosseur en toute sa longueur, ouvert en *A*, recourbé quarrément en *D* & *E*, & fermé en *C*, la partie *B* est pleine de mercure jusqu'à la ligne ponctuée *DE*, la branche *DA* servant à contenir les surcharges qui servent à comprimer l'air en *EC*; après cela M. Mariotte fait l'analogie suivante: Comme la somme du poids de l'atmosphere & de la hauteur du mercure dont on prétend surcharger la masse d'air *EC* est à 28 pouces poids de l'atmosphere, ainsi le volume d'air *EC* au volume où cette surcharge le reduit.

Maintenant pour faire application de cette regle à nos experiences, supposons trois tubes comme *ABC* dans lesquels les tubes *EC* soient entr'eux dans la proportion de 1, 2, 3, & consequemment les masses d'air qu'ils renfermeront: supposons de plus la surcharge dont ces masses d'air doivent être pressées égales à 45 pouces en hauteur de mercure, il faudra 1°. pour avoir le volume où se reduira l'air dans le premier verre, que comme 73 pouces somme du poids de l'atmosphere 28 pouces & de la surcharge 45 pouces est à 28 pouces poids de l'atmosphere, ainsi 1 volume de l'air pressé seulement de l'atmosphere à $\frac{28}{73}$ volume de l'air surchargé de 45 pouces dans ce premier verre.

2°. Pour avoir le volume où se reduira le mercure dans le second verre, il faudra que comme 73 pouces à 28 ainsi 2 à $\frac{56}{73}$ volume de l'air surchargé de 45 pouces dans le second verre.

3°. Enfin pour avoir le volume où se reduira le mercure

dans le troiſiéme verre, il faudra que comme 73 pouces à 28 pouces ainſi 3 à $\frac{84}{73}$ volume de l'air ſurchargé de 45 pouces dans le troiſiéme verre.

Or comme ces fractions $\frac{28}{73}$, $\frac{56}{73}$, $\frac{84}{73}$ ſont entr'elles comme les nombres 1, 2, 3, ces maſſes inégales d'air en acquerant des forces de reſſort égales, n'ont point changé la proportion qu'elles gardoient entr'elles, & par conſequent elles doivent reſtant les mêmes acquerir des forces égales de reſſort, puiſque la cauſe qui les produit eſt egale, comme eſt ici ſuppoſé le degré de chaleur.

D'ailleurs on ne peut gueres avoir d'autre idée des parties du feu, ſinon qu'elles ſont en un mouvement continuel & trés-violent ; & on ne peut non plus concevoir comment ces parties peuvent échauffer celles des corps les plus ſolides, qu'en ſuppoſant que par l'effort qu'elles font pour les penetrer, elles leur communiquent une partie de leur mouvement.

Mais comme dans les experiences qui font voir que des maſſes inégales d'air acquerent des forces de reſſort égales par un même degré de chaleur, il eſt facile de juger par le calcul précedent que toutes les parties d'air qui compoſent les trois differens volumes d'air, ne ſont ni plus ni moins ſerrées les unes que les autres, & que d'ailleurs les parties du feu qui les mettent en mouvement étant pareillement les mêmes, elles ne peuvent pas en communiquer plus aux unes qu'aux autres. Il eſt vrai de dire que des maſſes inégales d'air ne peuvent pas acquerir par un même degré de chaleur des forces de reſſort inégales, mais au contraire elles doivent en acquerir d'égales, & c'eſt ce que l'experience confirme.

Quant à ce que ces mêmes maſſes acquerent des forces de reſſort d'autant plus grandes par un même degré de chaleur que ces maſſes ſont plus chargées, il eſt aiſé de concevoir que plus des maſſes d'air ſont chargées, & plus elles contiennent de parties d'air dans un même eſpace, & que par conſequent les parties du feu ne ſçauroient s'inſinuer entre ces parties d'air avec la violence que nous ſçavons

qu'elles emploïent à écarter les parties les plus inébranlables des corps les plus solides, sans écarter ces parties d'air les unes des autres; d'où il suit necessairement que plus il y a de parties d'air dans un même espace, & plus l'augmentation du volume où la chaleur le reduit doit être grande: mais comme d'ailleurs la cause qui augmenteroit le volume d'un corps qui fait ressort tel qu'est l'air s'il avoit la liberté de s'étendre, augmenteroit pareillement la force de son ressort s'il n'avoit pas cette liberté; il suit necessairement que plus des masses d'air sont chargées, & plus un même degré de chaleur leur doit faire acquerir une plus grande force de ressort, & c'est ce qui veritablement arrive.

Pour ce qui est de ce que l'experience fait connoître que la force de ressort que l'air acquiert lorsqu'il est échauffé par la chaleur de l'eau boüillante, est le tiers environ de celle qu'il a au tems du temperé. Nous ne connoissons pas à la verité encore bien si cela arrive par une suite necessaire de quelques principes, ou si c'est un pur effet du hazard, en attendant, tout ce que nous pouvons faire là-dessus, c'est de nous assûrer par une longue suite d'experiences de la verité du fait.

SECONDES REMARQUES

Sur les Lignes Geometriques.

PAR M. ROLLE.

1702. JE me propose ici d'expliquer par des exemples la methode dont je me sers pour la resolution des égalitez indéterminées, & d'en faire l'application à la Geometrie, suivant ce que j'en ai dit dans un autre Memoire que je lûs à l'Assemblée du 10 Decembre dernier.

1°. Soit pour premier exemple légalité que l'on voit ici en *A*, & qu'ayant multiplié tous les termes de son incon-

nuë x chacun par son exposant, on fasse le calcul comme il a été dit dans ce Memoire du 10 Decembre dernier.

$$A \ldots\ldots xx - 2yx + 2yy - 8y + 6 = 0.$$

$$2 \quad . \quad 1 \quad . \quad 0.$$

$$2xx - 2yx = 0.$$

$$B \ldots\ldots yy - 8y + 6 = 0.$$

$$C \ldots\ldots 7 \quad . \quad . \quad \frac{6}{7}.$$

Alors on aura pour y les limites approchées qui sont en C. D'où se forment trois intervales pour distinguer les valeurs réelles des imaginaires.

Si l'on prend $y = 10$ pour le premier intervale, & qu'on substituë cette valeur au lieu de y dans la proposée, on aura l'égalité D.

$$D \ldots xx - 20x + 126 = 0.$$

Et comme cette égalité D ne renferme que des racines imaginaires, on peut en conclure selon la methode que toutes les autres valeurs de y prises dans le même intervale ne donneront aussi que des racines imaginaires.

Si l'on prend $y = 1$ pour le second intervale, la resultante sera comme on la voit en E.

$$E \ldots xx - 2x = 0.$$

Dans laquelle il n'y a aucune racine imaginaire, & delà on doit conclure selon la methode, que tous les nombres du second intervale ne donneront que des racines réelles.

Et si enfin l'on prend $y = 0$ pour le troisiéme intervale, on aura l'égalité F.

$$F \ldots xx + 6 = 0.$$

Dont toutes les racines sont imaginaires. Ainsi il faut conclure selon la methode, que tous les nombres du même intervale ne donneront aussi que des imaginaires.

Dans toutes les égalitez où les inconnuës n'ont que deux dimensions, comme dans l'exemple A, & qui fournissent deux limites differentes, les intervales donnent alternativement deux racines réelles, & deux imaginaires. Ainsi il suffiroit de faire une seule tentative dans un de ces intervales, pour reconnoître tous ceux qui peuvent donner des racines réelles.

Si l'on cherche par la même voye les limites de l'inconnuë x, on trouvera que l'intervale du milieu est encore le seul qui puisse donner des racines réelles. Ainsi l'on peut voir que la Courbe sera bornée de toutes parts, & qu'elle n'aura qu'une feüille ; quoique les deux inconnuës soient multipliées l'une par l'autre dans un des monomes de la proposée, & que cette multiplication soit dans l'égalité generatrice une marque ordinaire que les Courbes qu'elle fournit ont des branches qui s'étendent à l'infini.

2°. Si la proposée est telle qu'on la voit en G, & qu'on fasse le calcul sur l'inconnuë x, comme on vient de le dire, on aura le détail que l'on va voir ici, & il se trouvera que l'inconnuë y n'a point de limites.

$$G \ldots xx - 6x - yy + 2y + 4 = 0.$$

$$2 \quad . \quad 1 \quad . \quad 0.$$

$$2xx - 6x = 0.$$

$$H \ldots yy - 2y + 5 = 0.$$

Où l'on peut voir que la reduite en H n'a aucune racine réelle, & lorsque cela arrive on prend 0 ou un nombre tel qu'on veut pour le substituer au lieu de cette inconnuë x.

Si l'on se détermine à prendre 0, on aura la resultante que l'on voit en L.

$$L \ldots xx - 6x + 4 = 0.$$

Comme cette resultante L ne renferme que des racines réelles, & que la reduite H n'a que des racines imaginaires ; il faut conclure, selon la methode, qu'en prenant pour y un nombre réel tel qu'on voudra, les valeurs de x seront aussi toutes réelles. Ainsi l'on ne doit pas toûjours assûrer que la proposée soit imaginaire, lorsque la reduite n'a rien de réel.

De là aussi on peut voir que la proposée G fournira une Courbe, quoique la reduite soit imaginaire ; & que cette Courbe s'étendra à l'infini. Delà encore l'inconnuë y n'aura point de *Max.* ni de *Min.*

3°. Lorsque la reduite est toute imaginaire, & qu'en substituant un nombre arbitraire dans la proposée, celle

qui en resulte se trouve aussi entierement imaginaire. Alors il faut conclure, selon la methode, que la proposée ne peut avoir aucune resolution réelle, & qu'elle ne sçauroit fournir aucune Courbe.

Soit pour exemple l'égalité que l'on voit ici en *K*.

$$K \ldots xx - 6x + yy + 12 = 0.$$
$$2 \quad . \quad 1 \quad . \quad 0.$$
$$2xx - 6x = 0.$$
$$M \ldots yy + 3 = 0.$$

Où l'on peut voir que la reduite est toute imaginaire.

Et si l'on substituë 0 au lieu de y dans la proposée K suivant la methode, on aura l'égalité qui est marquée ici en N.

$$N \ldots xx - 6x + 12 = 0.$$

Et cette égalité N se trouve entierement imaginaire. Ainsi la reduite & la resultante n'ont aucune racine réelle. D'où il faut conclure, selon la methode, que la proposée n'a que des resolutions imaginaires, & delà on voit qu'elle ne peut exprimer aucune Courbe.

4°. En d'autres exemples la reduite se trouve réelle, & neanmoins la methode fait conclure que la proposée ne produit aucune Courbe. En voici un exemple en P, qui est fort simple, & qui fait voir une des causes de cet inconvenient.

$$P \ldots xx - 2px + yy - 2ny + nn + pp = 0.$$
$$2 \quad . \quad 1 \quad . \quad 0.$$
$$2xx - 2px = 0.$$
$$R \ldots yy - 2ny + nn = 0.$$
$$S \ldots\ldots\ldots n.$$

Où l'on peut voir que la reduite R n'a rien d'imaginaire, & que sa racine réelle n fournit une limite qui donne deux intervales indefinis en S.

Si l'on prend $y = 2n$ pour l'intervale en dessus, & qu'on substituë cette valeur dans la proposée, on trouvera la resultante T.

$$T \ldots xx - 2px + pp + nn = 0.$$

Cette resultante T n'ayant que des racines imaginaires,

la methode fait conclure qu'en prenant pour y une valeur quelconque au delà de n, celles des x seront toutes imaginaires. Et si l'on prend o pour l'intervale en dessous, on aura la resultante marquée icy en V.

$$V \ldots xx - 2px + pp + nn = 0.$$

Ainsi, cet intervale ne donnera aucune valeur réelle pour x selon la methode, puisque cette resultante est encore toute imaginaire.

Delà on peut voir que la proposée ne peut fournir aucune courbe, quoiqu'elle n'ait aucune racine imaginaire, & que la reduite soit réelle. Mais la proposée n'a que la seule résolution $x = p$. $y = n$; ainsi elle est déterminée, quoiqu'il y ait deux inconnuës.

Des exemples aussi simples que ceux que l'on a proposez ici, peuvent servir non seulement à expliquer une partie de la methode; mais aussi pour former d'autres exemples du même ordre dans tous les degrez au delà du second, & pour voir une partie des principes sur lesquels elle a été fondée.

5°. Si l'on multiplie tous les termes d'une des inconnuës par leur exposant comme aux exemples précedens, & que le premier coëfficient de cette inconnnë ne renferme que des quantitez connuës; alors la methode fournit presque toûjours des limites qui donnent des racines égales, & ces racines déterminent tous les intervales qui separent le réel de l'imaginaire.

Mais il y a encore une exception dans la methode, selon la methode même, lorsque ce premier coëfficient est affecté par d'autres inconnuës; & comme cette seconde partie de la methode n'a point été expliquée par des exemples dans le Livre où je l'ay donnée, il est bon d'en proposer un, & de faire connoître que de cela même on peut en tirer avantage pour perfectionner la Geometrie.

Si l'on prend pour cet exemple l'égalité que l'on a marquée icy en AA.

$$AA \ldots \begin{matrix} yxx - 2yx + 2y = 0. \\ -1xx \qquad\quad -6 \end{matrix}$$

Où

Où l'on voit que l'arrangement des termes a été fait selon l'inconnuë x, & que son premier coëfficient est $y - 1$.

Selon la methode il faut supposer que ce premier coëfficient est égal à 0, & delà se forme l'égalité qui est marquée icy en BB.

$BB \ldots yy - 1 = 0$.

Cette égalité étant resoluë, on y trouve la racine 1 pour la valeur de y, & il faut reserver cette racine suivant la methode, pour en faire l'usage qui sera marqué ci-après.

Outre cela, on fait les operations qui ont été marquées aux articles précedens, & la reduite CC fournit les limites approchées que l'on voit icy en DD.

$CC \ldots yy - 8y + 6 = 0$.

$DD \ldots 7 \ldots\ldots \frac{6}{7}$.

Ayant pris des nombres dans les trois intervales que designent ces limites, les essais feront voir que l'intervale du milieu est le seul qui fournisse des valeurs réelles.

Ensuite l'on prendra la valeur de y qui a été tirée de l'égalité BB, & que l'on a reservée ; on verra si elle est comprise dans l'intervale qui donne des valeurs réelles, & l'on trouvera qu'elle appartient à cet intervale. Alors cette valeur forme une exception à la methode, suivant la methode même ; & cette exception consiste principalement en ce que la substitution de cette valeur reservée donne moins de racines dans la proposée, que les autres valeurs du même intervale. Outre celà les valeurs de cette sorte ne donnent point de racines égales quand elles deviennent limites ; comme on le dira dans un autre Memoire.

6°. Pour reduire à peu de principes les observations que l'on pourroit faire sur l'article précedent, un des meilleurs moyens qui se presentent seroit de reduire les égalitez de cette derniere forme à celles de la premiere forme ; & cela se peut faire en cette maniere.

On prendra une inconnuë, comme b, qui ne soit point de celles de la proposée : On la divisera par le coëfficient même qui fournit l'égalité auxiliaire telle que BB, & l'on

ſuppoſera que le quotient eſt égal à l'inconnuë x, ſelon laquelle on a fait l'arrangement. Ce qui donnera l'égalité qu'on voit icy en FF.

$$FF \ldots x = \frac{b}{y-1}.$$

On ſubſtituëra cette valeur de x dans la propoſée, & il en viendra une autre égalité que l'on voit ici en GG.

$$GG \ldots bb - 2yb + 2yy - 8y + 6 = 0.$$

A laquelle on pourra appliquer la methode comme aux articles précedens, ſans s'occuper d'aucune exception. Il faudra neanmoins faire le retour en ſubſtituant les limites de y dans l'égalité ſuppoſée telle que FF.

Alors on pourra voir, 1°. Que les valeurs reſervées donnent toûjours des racines égales dans la transformée lorſque x paſſe le ſecond degré, & toûjours auſſi dans les propoſées du ſecond degré quand le ſecond terme ne s'y trouve point, comme dans $hh - ccyy + ccby + ccay - ccbb = 0$, qui eſt la transformée de $yxx - axx - ccy + bcc = 0$, & qui donne $y - a = 0$ pour l'égalité reſervée. Ces valeurs ou ces racines reſervées ne laiſſent pas de donner des égales dans les transformées du ſecond degré, quand il arrive que tous les termes de l'égalité reſervée multiplient les deux premiers termes de x, comme dans cette propoſée $yxx - bxx - cyx + cbx - fyy - f^3 = 0$, & dans une infinité d'autres. 2°. Que les valeurs reſervées ne doivent point donner de racines égales dans la propoſée, que dans des cas particuliers. Cela arriveroit s'il ſe trouvoit des termes de x dans la propoſée qui ne fuſſent point affectez des termes qui doivent compoſer l'égalité reſervée, & qui étant ſeparez euſſent des diviſeurs égaux, comme dans la propoſée $yx^3 - px^3 + ccxx - 2accx + aacc = 0$, où l'on voit que l'égalité reſervée ſeroit $y - p = 0$; que la ſomme des termes qui la compoſent ne multiplient point ceux-cy $ccxx - 2accx + aacc$, & qu'en les ſeparant l'équation $ccxx - 2accx + aacc = 0$ qui en reſulte auroit des racines égales. 3°. Que ces valeurs reſervées ſont ſouvent des limites de la propoſée, & que dans ce cas elles

donnent des asymptotes qui terminent des espaces. Ce qui se peut voir dans cet exemple $yxx - 4axx = yy - 8ay + 7aa$: Que ces valeurs donnent encore des asymptotes lorsqu'elles sont de celles d'un intervale réel, comme dans l'exemple *AA* & *GG*. On pourra voir aussi que ces valeurs reservées ne doivent jamais donner d'asymptote quand elles tombent dans un intervale imaginaire, comme $y = 0$ dans l'exemple $yyxx + aabb = bbyy$. Et de toutes ces remarques, il sera facile de conclure que l'égalité transformée est toûjours trés-differente de la proposée, lorsqu'il se trouve des inconnuës dans l'égalité reservée.

POUR appliquer aux lignes mechaniques la methode dont je me suis servi dans le Journal du 13 Avril dernier, il faut considerer le Problême des Tangentes comme un cas particulier du Problême des Secantes, & observer dans les resultantes & dans les reduites de rejetter tout ce qui se détruiroit, en y substituant les quantitez connuës. Soit pour exemple celui que l'on a proposé dans l'Analyse des infiniment-petits, Art. 12. page 19. Prop. 5.

Ayant nommé les lignes comme dans cette Analyse, & supposé les deux Secantes *VH*, *RT*, avec $PV = v$, $FR - FM = h$. $TF = l$. On aura l'égalité qui est marquée ici en *GG*, & que l'on doit comparer à la proposée.

$$GG.\left\{\begin{array}{lll} zzllvvhh & +\,2yzzllhvv & -\,ssyyllvv \\ -\,2zyslhhvv & -\,4yyszlhvv & +\,ssy^4vv \\ +\,ssyyhhvv & +\,2ssy^3hvv & +\,4ytzzllhv \\ & +\,2tzzllvhh & -\,4yystzlhv \\ & -\,2stzylvhh & -\,2y^3szlvv \\ +\,2yttzzllh & & +\,ttzzllhh \\ -\,2tzsy^3vl & & \end{array}\right.$$

le tout égal à 0.

Où l'on observera que l'on auroit une égalité encore plus composée, si au lieu de *HF* on supposoit une ligne droite quelconque pour recevoir la Tangente ; mais aussi l'on en tireroit plusieurs avantages. On donnera dans un autre Memoire la maniere de poursuivre avec les explications & les démonstrations necessaires.

SUITE DE L'EXAMEN

DE LA LIGNE COURBE,

Que décrivent les rayons de lumiere en traversant l'Atmosphere.

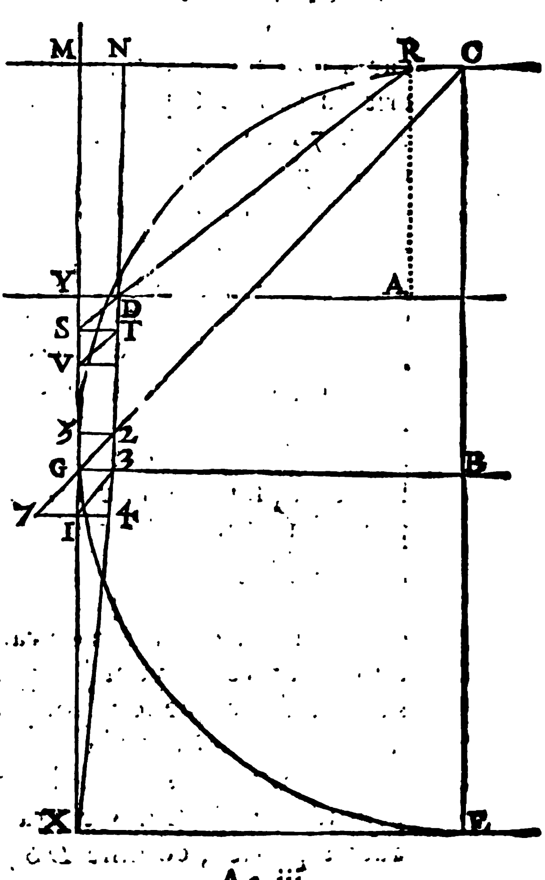
PAR M. DE LA HIRE.

1702. 5. Aoust.

ON est convaincu par des observations trés-exactes, que lorsqu'un rayon de lumiere passe obliquement audedans de l'Atmosphere, des parties superieures aux inferieures, il se détourne & prend une direction plus perpendiculaire à la surface de la terre que celle qu'il avoit d'abord, de la même maniere qu'il arrive à un rayon lumineux qui passe d'un milieu plus rare dans un plus dense, comme de l'air dans l'eau, de l'eau dans le verre, & ainsi des autres. Il s'ensuit donc delà que les parties de l'Atmosphere qui sont plus proches de la terre, sont plus denses que celles qui sont plus élevées : C'est pourquoy on ne peut

pas supposer, comme quelques Astronomes ont fait pour expliquer les refractions, que l'Atmosphere dans laquelle les rayons lumineux se détournoient en venant de l'Eter, étoit d'une nature homogene, & que la refraction ne se faisoit seulement que dans le passage de ces deux milieux. C'est ainsi qu'Halazen Auteur Arabe qui a fait un Traité d'Optique fort curieux, explique des refractions de l'Atmosphere, ce qui a été suivi par Vitellon qui a écrit quelque tems après de la même matiere.

J'ay déja démontré dans le Memoire que j'ay lû à l'Assemblée de l'Academie le 25 Fevrier de cette année 1701, qu'un certain rayon lumineux qui devoit avoir une direction déterminée par la hauteur où il étoit dans l'Atmosphere, décrivoit une Epicycloïde, ce qui étoit fondé sur les suppositions ordinaires & connuës de la nature de l'air ; & je promis alors de démontrer la proposition universellement pour les rayons, avec quelque inclinaison que ce fût, en passant de l'Eter dans l'Atmosphere, ou seulement au dedans de l'Atmosphere.



Soit donc XY comme dans mon Memoire précedent, la hauteur de toute l'Atmosphere autant comprimée qu'elle le peut être, supposant les compressions dans la même raison que les charges. Soit aussi un rayon lumineux RD qui entre dans l'Atmosphere en D avec une inclinaison telle

qu'on voudra *RD*. Sur la ligne *YDA* qui termine l'Atmosphere soit pris *DY* partie indéfiniment petite, & soit décrit la Parabole *D3X*, qui passe par le point *D*, & qui ait pour axe *YX* perpendiculaire à *YA*; & que son sommet soit en *X*, & enfin que le rayon prolongé *RD* rencontre l'axe *YX* en *S*.

Par le point *S* soit mené *ST* parallele à *YA* ou ordonnée dans la Parabole, & du point *T* soit appliqué *TV* égale à *DS*, entre le point *T* de la Parabole & son axe *YX*, & ainsi de suite en allant vers *X*, comme sont les lignes 2*G*, 3*I* &c. Je dis que ces ordonnées prises de suite dans la Parabole comme 25, 3*G* &c. sont entr'elles comme les sinus des angles 2*G*5, 3*IG* &c. ce qui est évident, puisque les lignes 2*G*, 3*I* sont égales entr'elles par la construction; car si l'on mene *G*7 parallele & égale à 3*I*, le cercle décrit du centre *G* passera par les points 2 & 7, & les lignes 25 & 7*I* ou *G*3 seront les sinus des angles 2*G*5, & 3*IG* ou *IG*7.

Mais aussi les quarrés de ces ordonnées ou sinus 25, 3*G* sont entr'eux à cause de la Parabole, comme les lignes ou parties interceptées de l'axe *X*5, *XG*, ou bien que les ordonnées sont les racines des quarrés representés par les parties interceptées de l'axe.

Enfin j'ay démontré dans mon Memoire précedent sur les connoissances que nous avons de la nature de l'air, que les extensions ou dilatations de l'Atmosphere à differentes hauteurs, sont comme les racines des quarrés representés par la hauteur de l'Atmosphere depuis sa plus grande compression jusqu'à ces differentes hauteurs, & que la lumiere se détourne dans ces particules de l'Atmosphere ou de l'air de differente extension ou rareté, dans la raison des sinus de ces raretés suivant l'hypothese de M. de Fermat. Il s'ensuit donc que le rayon lumineux dans l'Atmosphere à la hauteur de *G* avec la direction 2*G*, se doit détourner & aller en *G*7, en s'approchant de l'axe *YX*, ou de la perpendiculaire à *YA*. Ce sera la même chose de toutes les autres parties, comme *DS*, *TV* &c. C'est pourquoy il

s'ensuit aussi que le rayon lumineux RD se détournera en entrant dans l'Atmosphere en D, suivant les differentes inclinaisons de ces parties indéfiniment petites DS, VT, $2G$, $3I$ &c. & par consequent toutes ces petites lignes seront les élemens de la Courbe formée par le rayon RD qui se rompt en traversant l'Atmosphere.

Il faut voir maintenant quelle est la nature de cette Courbe. Puisque toutes les lignes $G2$, $I3$ &c. sont les élemens de la Courbe, il est évident qu'elles seront aussi ses touchantes si elles sont prolongées. Et soit posé $XY = a$. $X5 = y$ & soit $YD = e$ indéfiniment petite. On aura donc par la nature de la Parabole $XY \mid X5 \parallel$ quarré de $YD \mid$ quarré de 52, ce qui est $a \mid y \parallel ee \mid \frac{eey}{a} =$ au quarré de 52. & $52 = \sqrt{\frac{eey}{a}}$.

Mais comme l'inclinaison de RD à DA est donnée, si l'on mene de quelque point R de la ligne RD, la perpendiculaire RA sur DA, on aura le rapport de RD à DA connu ou donné, lequel soit comme m est à n, & par consequent $DS \mid DY \parallel m \mid n$, & enfin $DS = \frac{me}{n}$.

Si l'on suppose donc que la Parabole soit prolongée ensorte que l'ordonnée MN par le point M de l'axe, soit égale à DS; le quarré de YD sera au quarré de MN comme XY à XM. Donc $XM = \frac{mma}{nn}$ ce qui servira à comparer les DS, TV, $G2$ &c. toutes égales entr'elles, avec les ordonnées de la Parabole.

Soit donc l'ordonnée MN prolongée vers C, & une des touchantes de la Courbe $G2$ aussi prolongée jusqu'à la rencontre de l'ordonnée MN en C; on aura donc $G5 \mid 52 \parallel GM \mid MC$, ce qui est

$$\sqrt{\frac{mmee}{nn} - \frac{eey}{a}} \mid \sqrt{\frac{eey}{a}} \parallel \frac{mma}{nn} - y \mid \frac{\frac{mma}{nn}\sqrt{\frac{eey}{a}} - y\sqrt{\frac{eey}{a}}}{\sqrt{\frac{mmee}{nn} - \frac{eey}{a}}}$$

$= MC$, ou bien

$$\frac{mma}{nn}\sqrt{\frac{y}{a}} - y\sqrt{\frac{y}{a}} = MC.$$

Et quarrant & reduisant on a

$\frac{mmay - nnyy}{nn}$ = quarré de MC.

Ce qui est le produit de y par $\frac{mma - nny}{nn}$, ou bien de XG par GM. D'où l'on connoît que MC est toûjours moyenne proportionnelle entre XG & GM; & par consequent si du point C on mene CE parallele à MX & XE & GB paralleles à MC, & si sur CE pour diametre on décrit un demi-cercle, il passera necessairement par le point G, & enfin CG sera une corde dans ce cercle, menée de l'extremité du diametre C. Et comme ce sera la même chose pour $I3$ ou $G7$ & toutes les autres que pour $G2$ & dans le même demi-cercle, il s'ensuit que toutes ces petites parties dans l'inclinaison où elles sont par rapport à MX seront des parties égales des cordes d'un même cercle, lesquelles partent toutes de la même extremité C du diametre CE, & par consequent toutes ces petites parties seront les élemens d'une Cycloïde, dont CE est le diametre du cercle generateur.

Il est facile à voir par cette construction & démonstration, que plus les rayons comme RD qui entrent dans l'Atmosphere, approchent de la perpendiculaire à la superficie de l'Atmosphere, la Cycloïde ou portion de Cycloïde qu'ils décrivent, aura un plus grand cercle generateur. Et qu'enfin si le rayon incident étoit perpendiculaire à YA, ce diametre seroit d'une grandeur infinie; & la portion de Cycloïde seroit la ligne droite YX. Mais si ce rayon incident étoit comme joint ou infiniment proche de YA, ce rayon décriroit au dedans de l'Atmosphere une demi-Cycloïde entiere dont le diametre du cercle generateur seroit YX, & c'est ce cas seulement que j'ay consideré dans mon premier Memoire sur ce sujet.

Enfin si le rayon incident étoit au dedans de l'Atmosphere, & incliné de telle maniere qu'il fît avec YA un angle moindre que la touchante de la Cycloïde qui a YX pour diametre de son cercle generateur, ne fait avec la même YA, & que ce rayon de lumiere eût sa direction vers le

le haut ; il s'élevera de l'Atmoſphere juſqu'à une certaine hauteur ſuivant une Cycloïde, & enſuite il ſe reflechira & retournera vers le bas de l'Atmoſphere ſuivant la même Cycloïde ; mais ſi ce rayon avoit d'abord ſa direction vers le bas, il décriroit une portion de la même Cycloïde. La démonſtration s'en fera de la même maniere que celle du cas précedent ; & l'on déterminera de même la hauteur de cette Cycloïde, ou bien, ce qui eſt la même choſe, le diametre de ſon cercle generateur, qu'on trouvera être *XM*, enſorte que le point *M* ſera entre *X* & *Y*, & par conſequent moindre que *XY*.

Tout ce que je viens de dire des Cycloïdes doit s'entendre de même des Epicycloïdes qui ſeront les veritables lignes de la refraction des rayons, à cauſe que les couches de l'Atmoſphere ſont circulaires, & que nous les avons ſuppoſées droites ; mais cette difference ne change rien à la démonſtration, puiſqu'il arrive la même choſe aux Epicycloïdes qu'aux Cycloïdes en ce qui regarde leurs touchantes, comme je l'ay démontré dans mon Traité des Epicycloïdes.

Il y a quelques remarques particulieres que j'ay faites ſur l'application de ce Theorême à la meſure des refractions, telles qu'elles nous paroiſſent, & que nous les obſervons dans la hauteur apparente des Aſtres ; ce que je pourray expliquer dans quelqu'autre Memoire, ſi j'en puis tirer quelque utilité pour l'Aſtronomie.

OBSERVATIONS
SUR LA SCAMMONNÉE.

PAR M. BOULDUC.

LA Scammonée que l'on met, avec raiſon, au nombre des purgatifs violents eſt, comme l'on ſçait, le ſuc laiteux d'une plante de même nom, que l'on fait épaiſ- 1702. 9. Aouſt.

fir & deffecher aux rayons du Soleil, dans les lieux mêmes où cette plante croît.

La bonne qualité de ce purgatif dépend de la premiere préparation que l'on a donnée à ce suc, c'est à-dire, que si ce suc laiteux a découlé de luy-même par l'incision que l'on a coûtume de faire à la racine de la plante, il sera doüé de toutes ses vertus ; & au contraire, s'il est tiré par l'expression de toute la plante.

Bien plus, on observe qu'on joint à ce suc celui de nombre de plantes laiteuses approchantes de ce caractere, qu'ensemblement on reduit en consistence solide, & qu'on nous envoye pour Scammonée ; d'où l'on a lieu de croire que les méchans effets que produit souvent ce purgatif, viennent de cette alteration & mauvais mêlange.

Et de fait, j'ay observé au goût qu'il y avoit des Scammonées bien plus âcres & brûlantes les unes que les autres ; telle pourroit être celle qu'on apporte de Smirne, que nous rejettons comme tres-mauvaise, pour nous attacher à celle qu'on nous envoye d'Alep.

J'ajoûteray avant d'en venir à mes observations, que je n'ay point trouvé dans les effets de ce purgatif autant de violence qu'on l'a prétendu, ny qu'il soit besoin d'un si grand nombre de préparations pour le corriger ; il suffit de la bien choisir, la plus simple est la meilleure, sans qu'il soit besoin d'en venir à ce prétendu développement & séparation de sa partie resineuse d'avec ce qu'on appelle assez mal-à-propos, partie terrestre, qui est vraiement sa partie saline.

Je conviens bien que cette resine est ordinairement ce qu'il y a de plus actif dans les medicamens purgatifs, mais c'est aussi ce qu'il y a de plus violent ; car ce principe dégagé & denué de sa partie saline & de sa partie mussilagineuse, devient souvent un vray caustique. C'est un fait connu de tous ceux qui ont beaucoup manié ce remede, & tout au contraire lorsque ces deux parties sont jointes ensemble, les unes étant temperées & modifiées par les autres, ce medicament ne peut être que tres-parfait ; ainsi

j'ose avancer que sa meilleure préparation est de le rendre parfaitement semblable à luy-même; c'est-à-dire de bien & justement rassembler ses parties, tant mussilagineuses & salines, que les resineuses.

Je ne considere donc pas la Scammonée comme nombre d'autres purgatifs, tels que sont le Sennée, la Rhubarbe, la Coloquinte & semblables : Ceux-cy sont parties de plantes qu'on pourroit avec plus de raison dégager de leurs parties terrestres (encore en faudroit-il convenir;) mais la Scammonée telle qu'elle doit être, est dès sa nature & extraction l'essence de toute la plante, puisque c'est un suc qui en a découlé de luy-même, & qu'on a eu soin d'épaissir & dessecher par une chaleur naturelle & non dévorante.

Il s'agit presentement de connoître ce mixte par les differentes analyses & les differentes préparations que j'en ay faites.

Par la distillation à la maniere ordinaire, j'ay seulement remarqué que ses differentes parties essentielles s'en dégagent fort difficilement; qu'il contient peu d'esprit acide & peu d'urineux, beaucoup plus de parties huileuses & peu de sel fixe.

Cette analyse m'a paru de si petite consequence, que je n'ay pas crû en devoir faire un plus grand détail.

J'ay tenté d'en tirer des fleurs par la sublimation, mais inutilement.

Par les differentes dissolutions & premierement avec l'esprit de vin rectifié, j'ay retiré de quatre onces de belle Scammonée trois onces de resine, soit par la precipitation à la maniere ordinaire, soit par l'évaporation à feu tres-lent.

J'avois pensé que l'eau qui avoit servi à précipiter cette resine auroit pû retenir quelques parties salines que l'esprit de vin auroit pû dissoudre conjointement avec les resineuses, & que par consequent elle pourroit être purgative : mais j'ay été trompé dans mes conjectures par nombre d'épreuves que j'en ay faites; aussi ne m'est-il rien resté

après l'evaporation que j'ay faite de cette même eau.

Je n'ay pas laissé de tirer encore, par le moyen de l'eau, un extrait des parties terrestres de la Scammonée sur lesquelles l'esprit de vin n'avoit pû mordre, & qui probablement contenoient ses parties salines ; aussi cet extrait par l'experience que j'en ay faite a-t-il plus poussé par les urines que par les sesses.

Il ne se fait point de parfaite dissolution de la Scammonée dans l'eau, mais seulement une extension de ses parties laiteuses qui renferment les salines. J'en ay tiré avec ce dissolvant par de reïterées & frequentes triturations dans le mortier de marbre une liqueur laiteuse, qui ne dépose que tres-difficilement, & qui évaporée en extrait à feu tres-lent, m'a paru par nombre d'experiences un purgatif tres-doux au poids de quinze à dix-huit grains.

J'ay tiré de deux onces de bonne Scammonée six dragmes de cet extrait laiteux.

Le residu contenoit la partie resineuse que l'eau n'avoit pû dissoudre, que j'ay retirée par l'esprit de vin au poids d'une once.

J'ay tiré par le vinaigre distillé deux onces deux dragmes d'extrait de quatre onces de bonne Scammonée ; & du residu qui contenoit la partie resineuse & quelques terrestreïtez, j'en ay retiré par l'esprit de vin une once deux dragmes de resine.

Cet extrait preparé avec le vinaigre distillé est un purgatif encore tres-doux au poids de douze à quinze grains.

De toutes les differentes préparations de la Scammonée, je puis assurer n'en avoir trouvé aucune par le nombre d'experiences que j'en ay faites, qui ait un effet plus doux & plus loüable que celle qui se fait par la forte décoction de reglisse ; & quoiqu'elle soit décrite dans nombre d'Auteurs, j'ay crû ne devoir pas laisser d'en dire un mot icy, à cause des précisions & proportions que j'ay gardé & observé pour faire cette préparation, qui a été fort negligée par les autres.

Pour cela j'ay fait la décoction de huit onces de bonne

reglisse seche, avec autant d'eau qu'il en fallut pour tirer toute la qualité de la reglisse : cette décoction reposée, claire & separée de toutes ses terrestreïtez, s'est trouvé peser trois livres six onces. J'ay tiré avec toute cette quantité de décoction chaude par de reïterées triturations, tout ce qu'elle a pû étendre de suc laiteux de quatre onces de bonne Scammonée dégagée de toutes ses parties resineuses, & après une lente évaporation en consistence assez solide, j'ay trouvé trois onces six dragmes d'extrait bien conditionné.

Le residu des quatre onces de Scammonée bien desseché, contenant les parties terrestres & les parties resineuses que la décoction de reglisse n'avoit pû dissoudre, ne s'est trouvé peser que douze dragmes, outre ce qui se perd par tant de differentes préparations ; d'où par supputation l'on peut conclure, que ces trois onces & demie d'extrait pouvoit contenir au moins deux onces d'extrait de Scammonée, & pour en être plus certain,

J'ay tiré avec la même précision & proportion l'extrait de huit onces de pareille reglisse seche, dont j'ay retiré quatorze dragmes d'extrait ; d'où il est presentement aisé d'assurer que ces trois onces six dragmes de cet extrait mixte en contenoit deux onces de celui de Scammonée.

Deux onces de sel de tartre fondu dans suffisante quantité d'eau ont dissous quatre onces de Scammonée aux parties terrestres près, & s'est trouvé après l'évaporation cinq onces deux dragmes d'extrait assez solide ; les parties terrestres n'ont rien donné par aucun dissolvant.

L'on voit par cette préparation derniere que le sel alkaly de tartre a le pouvoir d'étendre & de dissoudre tous les principes des corps resineux, en quoy je prefererois cette préparation de Scammonée à toutes les autres par les raisons que j'ay deja tant de fois alleguées en pareil cas. Outre cette reflexion & ce raisonnement, j'ay encore l'experience de ce fait par devers moy, & dans la Scammonée même ; contre l'usage de la resine prise seule.

Car de toutes les préparations & pretenduës corrections

de la Scammonée dont tous nos Livres sont remplis, il y en a plus de fondées sur le caprice & sur l'ostentation, que sur la raison & sur de bons & veritables principes. Ce seroit un vray travail que d'entreprendre de les combattre toutes les unes aprés les autres, ce qui ne seroit pourtant pas difficile, si l'on vouloit s'en donner la peine, cela pourra se trouver quelque jour par occasion.

Cet extrait de Scammonée alkalisé est un tres bon & doux purgatif depuis vingt-quatre grains jusqu'à quarante-huit, sans apprehension d'aucun desordre. Il y a tres-long-temps que j'en ay l'experience, aussi bien que de celui fait avec la decoction de reglisse.

J'aurois encore nombre d'essais à faire sur ce mixte, le connoissant vraiement meriter plus de reflexions qu'aucun autre purgatif; aussi ne l'abandonnerai je pas si-tôt, pour en pouvoir tirer des consequences par comparaison aux autres.

J'y ajoûteray encore quelques faits que j'avois essayés depuis.

DE LA FIGURE
OU CURVITÉ
Des Fusées des Horloges à ressort.

PAR M. VARIGNON.

1702. 12. Aoust.

LA continuité d'action des Ressorts ayant fait penser à les appliquer aux Horloges au lieu de poids, on a essayé d'en corriger les inégalités en les faisant successivement agir sur des bras de Leviers plus ou moins longs, selon que ses Ressorts en se débandant deviennent plus ou moins foibles. Pour cet effet on s'est servi d'une fusée en forme de cone tronqué, sur laquelle s'entortille une corde

que le Ressort bandé fait ensuite desentortiller en la roulant au contraire autour d'un Tambour cylindrique ou Barillet, dans lequel il est, & qu'il force de tourner à mesure qu'il se débande. Et comme c'est au bout le plus menu de la fusée, que ce desentortillement commence, c'est aussi là que s'applique contr'elle la plus grande force du ressort en avançant toûjours vers le plus gros bout à mesure que ce Ressort se débande, c'est-à-dire, en s'appliquant toûjours à des Leviers plus longs à mesure qu'il s'affoiblit.

C'est ainsi qu'on a essayé jusqu'ici de corriger les inégalités des Ressorts differemment bandés, pour en tirer le mouvement égal des Horloges ; & il est visible qu'on y auroit réussi, si l'on avoit trouvé un Fuseau qui eût eu les rayons ou les distances de sa surface à son axe, par tout en raison reciproque des forces du ressort qui agissoit dessus, c'est-à-dire, un fuseau dont les rayons multipliés par les forces du ressort, qui agissoient dessus, eussent fait par tout des produits égaux. Il est bien vrai que l'experience a fait voir que ce fuseau devoit être un peu creusé vers le milieu, & non pas tout à fait de figure conique ; mais personne, que je sçache, n'a encore trouvé la veritable curvité de ce creux, c'est-à-dire, la nature de la courbe, qui, en tournant sur son axe, seroit capable de produire un tel fuseau.

Il y a trois ans que pensant à cette matiere, elle me parut digne d'être examinée ; & en prenant alors pour Principe de Physique, que les forces ou tensions du ressort sont comme les longueurs de corde, qui s'entortillent sur la fusée : c'est-à-dire (en supposant cette corde tres-flexible, assez deliée & assez serrée pour pouvoir prendre toutes ses révolutions en spirale, pour autant de cercles ou de petites bandes circulaires qui couvroient la surface du fuseau cherché) comme les portions de surface de la fusée, que cette corde couvre en s'entortillant au tour ; je trouvay $dx = dy\sqrt{\frac{b^4}{y^4}-1}$ (dont x & y sont les coordonnées) pour l'équation de la courbe propre à décrire le fuseau requis en ce rencontre, que je donnay alors à l'Academie.

Mais depuis quelque temps que cet Ecrit m'eſt retombé dans les mains, ayant fait reflexion qu'il n'y a encore rien de reglé en Phyſique ſur cette variation de forces des reſſorts à meſure qu'ils ſe debandent; j'ay cherché la même choſe pour tout ce qu'on peut faire d'ypothêſes reglées ſur quelque puiſſance que ce ſoit des longueurs de corde, qui s'entortillent au tour du Fuſeau, ou de ce que ces longueurs de corde couvrent de ſa ſurface: Ce qui reduit la queſtion au Problême ſuivant.

PROBLÊME.

Trouver un Fuſeau dont les rayons multipliés par telle puiſſance qu'on voudra des portions de ſa ſurface, compriſes entre chacun d'eux & le plus grand, faſſent pourtant des produits égaux: c'eſt à dire, une courbe GBC, *qui en tournant autour de ſon axe* AC, *produiſe un tel fuſeau; ou (ce qui revient au même) dont le produit de chaque ordonnée* BF *par telle puiſſance qu'on voudra de la ſurface que décrit l'arc correſpondant* BG, *en tournant autour de* AC, *ſoit par tout le même.*

I. SOLUT. Soient $AF = x$, & $BF = y$, les coordonnees de cette courbe, dont l'element ſoit $Bb = dv$.

Si l'on prend $\frac{c}{a}$ pour le raport d'une circonference circulaire à ſon rayon, l'on aura $\frac{cy}{a}$ pour celle que décrit le rayon BF (y) en tournant autour de AC, & $\frac{cydv}{a}$ pour l'élement de la ſurface décrite par la révolution de l'arc BG autour du même AC, ou bien $\frac{c}{a} \times \int ydv$ pour cette ſurface. Et par conſequent $\frac{yc^m}{a^m} \times \overline{\int yadv}$

ſera

sera le produit qu'on veut par tout le même, c'est-à-dire, par toutégal à une grandeur constante quelconque $\frac{c^m b^{2m+1}}{a^m}$; De sorte que l'on aura $\frac{yc^m}{a^m} \times \overline{\int y\,dv}^m = \frac{c^m b^{2m+1}}{a^m}$, ou $\overline{\int y\,dv}^m = \frac{b^{2m+1}}{y}$, ou bien encore $\int y\,dv = \frac{b^{\frac{2m+1}{m}}}{y^{\frac{1}{m}}}$; Et en differentiant $y\,dv = -dy \times \frac{b^{\frac{2m+1}{m}}}{my^{\frac{m+1}{m}}}$, ou $dv = -dy \times \frac{b^{\frac{2m+1}{m}}}{my^{\frac{2m+1}{m}}}$. Donc (en quarrant le tout) $\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}\,dy^2}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} = dv^2 = dy^2 + dx^2$, ou $\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}\,dy^2}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - dy^2 = dx^2$, ce qui donne enfin $dx = -dy \sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - 1}$ négatif à cause que les x & les y croissent alternativement : laquelle équation differentielle sera celle de la Courbe cherchée.

On voit delà que cette courbe sera Géometrique tant qu'elle aura $m = \frac{-2n-1}{4n+1}$ dont n soit un nombre entier & positif quelconque, ou même $m = \frac{-2n-3}{4n+5}$ en y comprenant aussi $n = 0$. M. Bernoüilli Professeur à Groningue a trouvé que cette même Courbe sera encore Geometrique tant qu'elle aura $m = \frac{-2n-2}{4n+5}$ dont n soit de même un nombre entier & positif ou zero. $m = \frac{-2n-3}{4n+4}$ ou $m = \frac{-n-2}{2n+3}$ la rendra aussi quarrable dans cette supposition de n.

II. Pour voir presentement que le produit de chaque ordonnée de cette Courbe par la puissance m de la surface correspondante du Fuseau qu'elle engendre en tournant autour de son axe AC, est par tout le même; il faut considerer que la circonference du cercle décrit avec le rayon

$BF(y)$, étant $=\frac{cy}{a}$, l'élément de la ſurface du fuſeau cherché ; ſera $=\frac{cydv}{a}$. Or il eſt viſible que l'équation

$$dx = -dy\sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - 1}$$, qu'on vient de trouver art. 1.

donnant $dx^2 = \frac{b^{\frac{4m+2}{m}}dy^2}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - dy^2$, l'on aura dv^2 $(dx^2 + dy^2)$

$= \frac{b^{\frac{4m+2}{m}}dy^2}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}}$, ou $dv = -dy \times \frac{b^{\frac{2m+1}{m}}}{my^{\frac{2m+1}{m}}}$. Donc en ſubſtituant cette valeur de dv dans l'élement $\frac{cydv}{a}$ de la ſurface du fuſeau cherché, l'on aura cet élement $= -dy \times \frac{cb^{\frac{2m+1}{m}}}{may^{\frac{m+1}{m}}}$, lequel integré donne $\frac{cb^{\frac{2m+1}{m}}}{ay^{\frac{1}{m}}}$ pour cette ſurface priſe depuis chaque $BF(y)$ juſqu'à ſon origine du côté de G. Donc $\frac{c^m b^{2m+1}}{a^m y}$ en ſera la puiſſance m; Et par conſéquent en la multipliant par $BF(y)$, le produit en ſera par tout $= \frac{c^m b^{2m+1}}{a^m}$, c'eſt-à-dire, conſtante & par tout le même. *Ce qu'il falloit déterminer.*

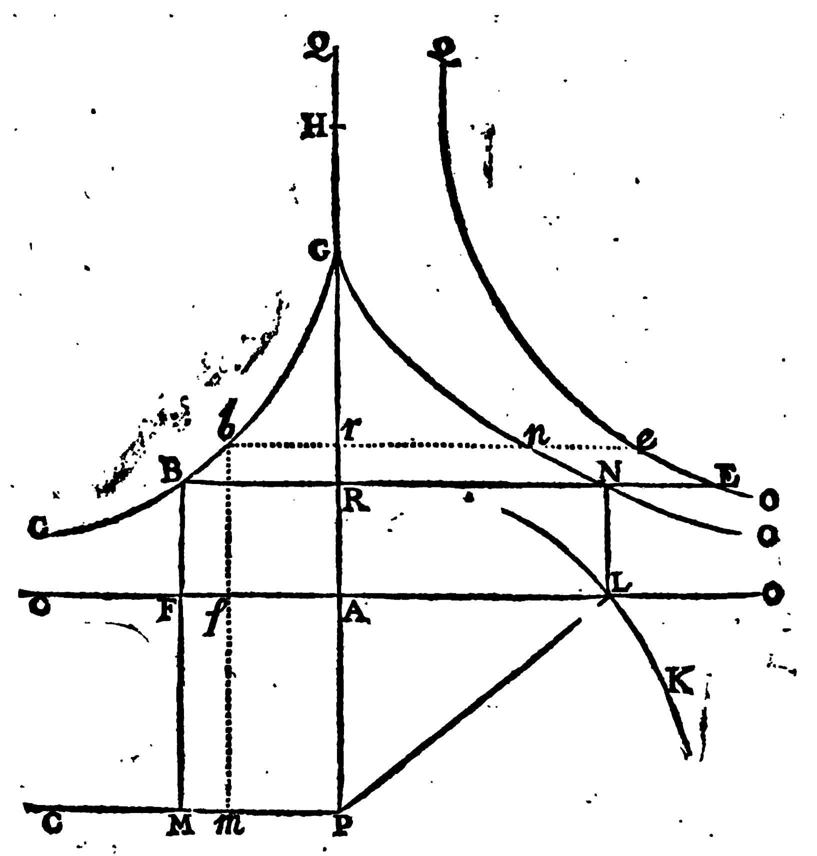
III. L'équation $dx = -dy\sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - 1}$ donnant $dx = 0$, c'eſt-à-dire la Touchante parallele aux ordonnées, lorſque $y = \frac{b}{m^{\frac{m}{2m+1}}}$: par exemple en G, en ſuppoſant $AG(y) = \frac{b}{m^{\frac{m}{2m+1}}}$; On voit que c'eſt en G que doit commencer la Courbe GBC, & ſe continuer enſuite en ligne droite GH parallele aux ordonnées, pour faire (ſui-

vant les conditions du Problême) en tournant autour de *AC*, une surface dont la puissance m multipliée par *AG*, fasse encore le même produit $\frac{c^m b^{2m+1}}{a^m}$ que fait *BF* multipliée par une pareille puissance m de la surface que décrit de même ligne mixte *BGH* en tournant autour de *AC*.

IV. Pour avoir la longueur de *GH*, il faut considerer qu'en prenant (*art.* 1.) $\frac{c}{a}$ pour le raport de la circonference d'un cercle à son rayon, l'aire de celui que décrit le rayon *AG* $\left(\frac{b}{m^{\frac{m}{2m+1}}}\right)$, sera $= \frac{cbb}{2a \times m^{\frac{2m}{2m+1}}}$. Donc en y ajoûtant la portion $\frac{cbb \times m^{\frac{1}{2m+1}}}{a}$ de surface, que (*art.* 2. & 3.) décriroit de même *GH* par la revolution de *AH* autour de *AC*; le cercle ainsi décrit par *AH* tout entier, se trouvera $= \frac{cbb}{2a \times m^{\frac{2m}{2m+1}}} + \frac{cbb \times m^{\frac{1}{2m+1}}}{a} = \frac{cbb + 2mcbb}{2a \times m^{\frac{2m}{2m+1}}}$. Or ce cercle vaut aussi $\frac{c \times \overline{AH}^2}{2a}$. Donc $\overline{AH}^2 = \frac{bb + 2mbb}{m^{\frac{2m}{2m+1}}}$, ou $AH = \frac{b\sqrt{2m+1}}{m^{\frac{m}{2m+1}}}$; Et par conséquent *GH* $(AH - AC) = \frac{b\sqrt{2m+1} - b}{m^{\frac{m}{2m+1}}}$.

V. Quant à la longueur de l'arc *BG* de la Courbe *GBC*, l'équation de cette Courbe donnant (*art.* 1. & 2.) $dv = -dy \times \frac{b^{\frac{2m+1}{m}}}{my^{\frac{2m+1}{m}}}$ pour l'élement de cet arc, dont l'intégrale est $= \frac{b^{\frac{m+1}{m}}}{m+1 \, y^{\frac{m+1}{m}}}$, laquelle devient $= \frac{m^{\frac{m+1}{2m+1}}}{m+1} \times b$

en $AG\,(y) = \frac{b}{\frac{m}{\overline{m \cdot 2m+1}}}$, ou BG se trouve nul ; l'on aura cet arc $BC = \frac{b^{\frac{2m+1}{m}}}{\overline{m+1} \times y^{\frac{m+1}{m}}} - \frac{\frac{m+1}{\overline{m \cdot 2m+1}}}{m+1} \times b$. Et par consequent (*art.* 4.) la longueur entiere de la ligne mixte BGH, sera $= \frac{b^{\frac{2m+1}{m}}}{\overline{m+1} \times y^{\frac{m+1}{m}}} - \frac{\frac{m+1}{\overline{m \cdot 2m+1}}}{m+1} \times b + \frac{b\sqrt{2m+1} - b}{\frac{m}{\overline{m^2 m+1}}}$,



VI. Pour construire cette Courbe GBC, après avoir fait CO & PQ perpendiculaires l'un à l'autre en A, soit entre les asymptotes AO, AQ, une Hyperbole QEO,

dont les coordonnées étant $AR = y$ & $RE = t$, le lieu soit $ty^{\frac{2m+1}{m}} = \frac{ab^{\frac{2m+1}{m}}}{m}$. Après avoir aussi pris $AP = a$ constante, soit du centre P, & du rayon $PL = RE$, l'arc LK qui rencontre AO en L, d'où parte LN parallele à AR, laquelle rencontre RE en N. Imaginant ensuite la Courbe GNO qui passe par tout ces points N, soit fait le rectangle $MFAP$ égal à l'espace RGN, lequel sera toûjours quarrable tant que la Courbe cherchée GBC sera Geometrique, ou qui se trouvera de moins par la methode ordinaire des extractions à l'infini. Soit enfin $RN = s$, & $AF = x$. Cela fait, je dis que tous les points B, dans lesquels NR & MF prolongées se rencontreront, seront à la Courbe cherchée GBC.

Car la generation de la Courbe GNO donnant AL ou $RN\ (s) = \sqrt{tt - aa}$ (à cause de $ty^{\frac{2m+1}{m}} = \frac{ab^{\frac{2m+1}{m}}}{m}$) $= \sqrt{\frac{aab^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - aa}$, c'est-à-dire, $s = a\sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - 1}$;

l'on aura $-ady\sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - 1} = -sdy = RrnN$.

Mais puisque (*hyp*) le rectangle $MFAP$ est égal à l'espace RGN, l'on aura aussi leurs differences $RrnN = -FfmM = adx$. Donc $adx = -ady\sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - 1}$;

Ce qui donne $dx = -dy\sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - 1}$ pour l'équation de la Courbe GBC ainsi décrite, laquelle équation étant (*art.* 1. & 2.) celle de la Courbe cherchée, cette Courbe GBC sera aussi elle-même celle qu'on cherche. *Ce qu'il falloit démontrer.*

VII. Il est à observer que l'équation $s = a\sqrt{\frac{b^{\frac{4m+2}{m}}}{mmy^{\frac{4m+2}{m}}} - 1}$; de la Courbe *ON*, donnant $s = o$ lorsque $y = \frac{b}{m^{\frac{m}{2m+1}}}$; Cette Courbe doit rencontrer l'axe *AQ* (ainsi qu'on le vient de supposer) au point *G* qui (*art.* 2.) donne *AG* (y) $= \frac{b}{m^{\frac{m}{2m+1}}}$. D'où il suit encore pour la Courbe cherchée *GBC*, qu'elle doit aussi rencontrer cet axe *AQ* en ce même point *G*. Mais lorsque $y = o$, alors s (*RN*) se trouvant infinie, la Courbe *GNO* ne doit jamais rencontrer *AO*, non plus que *GBC*: De sorte que *CO* sera l'asymptote de l'une & de l'autre Courbe.

Remarque.

VIII. Voilà pour ce qui concerne toutes les Courbes propres à décrire les Fusées des Montres, suivant quelque puissances des longueurs de corde qui s'entortillent dessus (prises pour ce qu'elles couvrent de leur surface) qu'on regle les forces differentes de leur ressort à mesure qu'il se debande. Mais ce qui fait voir que cette hypothêse n'est point celle de la Nature, c'est que la Courbe qu'on vient de voir (*art.* 1. & 2.) en resulter, n'a (*art.* 7.) qu'une asymptote, au lieu que l'état de la question en requiert deux.

Il est vrai que si au lieu de regler ainsi les forces du Ressort d'une Montre sur les puissances de ce que sa corde couvre de la surface de son fuseau, on les regloit sur de pareilles puissances des portions correspondantes de l'aire de la Courbe génératrice de ce fuseau; l'on auroit (par la methode de l'art. 1.) $xy^{\frac{m+1}{m}} = \frac{a^{\frac{1}{m}} b^{\frac{1}{m}}}{m+1}$ pour l'équation de cette Courbe, laquelle est effectivement du genre hyperbolique requis, & dont j'avois aussi démontré le cas de $m = 1$,

en 1678. à l'Academie, où je faisois $a = bb$: sçavoir qu'alors cette équation seroit $xyy = \frac{c}{a} b^4$, ne mesurant alors les forces du ressort que sur les simples longueurs de corde, roulées sur le fuseau, & prises pour les portions correspondantes de l'aire de la Courbe génératrice de ce fuseau.

Il est encore vrai que si l'on prenoit les forces du ressort ou les puissances m de ces longueurs de corde, comme de pareilles puissances de portions solides du fuseau, qui en sont couvertes, & $\frac{c}{a}$ pour le raport d'une circonference circulaire à son rayon ; on trouveroit de même $xy^{\frac{2m+1}{m}} = \frac{2a^{\frac{m+1}{m}} b^{\frac{1}{m}}}{2mc+c}$ pour l'équation de cette même Courbe, laqu'elle seroit aussi du genre hyperbolique requis.

Mais il n'est pas vrai que les portions ni de l'aire de la Courbe requise, ni du solide ou fuseau resultant de sa revolution autour de son axe, soient comme les longueurs de corde dont elles seroient couvertes. Il est au contraire bien plus près du vrai que les surfaces de ces portions de fuseau sont comme les longueurs de corde qui les couvrent, en regardant cette corde comme indéfiniment deliée & serrée jusqu'à les couvrir entierement, ainsi qu'on l'a supposé ci-dessus. Que dis-je ? Il est manifeste qu'une telle corde ainsi roulée auroit effectivement les longueurs employées, comme les portions de surface du fuseau, qui en seroient couvertes. Ainsi c'est à l'hypothêse *Des forces des ressorts prises comme les puissances des longueurs de corde roulées sur le fuseau des montres*, qu'il s'en faut prendre si nous ne sommes ici d'accord quavec la Geometrie, & non avec la Nature. En attendant que l'experience nous en découvre la veritable hypothêse par raport à ceci, voici en géneral dequoy satisfaire à tout en peu de mots ; n'y ayant de difficulté que dans les cas particuliers, dont en voici seulement deux qui suffiront pour exemples : l'un Geometrique, & l'autre Mechanique.

EN GENERAL.

IX. Soit une Courbe quelconque, ayant les mêmes abscisses (x) que la Courbe cherchée, & dont les ordonnées (z) expriment telle varieté qu'on voudra des forces du Ressort d'un Horloge, à mesure qu'il se deroule. Il est visible que quelle que soit la valeur de z, si on la substituë dans $\frac{ab}{y} = z$, cette égalité deviendra toûjours celle de la Courbe géneratrice de la Fusée propre à cet Horloge.

Exemple 1. Si l'on suppose les forces du ressort comme les ordonnées d'un Cercle : c'est à-dire, $z = \sqrt{2ax - xx}$; l'on aura $\frac{ab}{y} = \sqrt{2ax - xx}$, ou $aabb = 2axyy - xxyy$ pour le lieu de la Courbe géneratrice du fuseau requis dans cette hypothêse.

Exemple 2. Si l'on suppose que ces forces de ressort, soient comme les ordonnees d'une Cycloïde ordinaire, dont le cercle générateur ait les siennes $= \sqrt{2ax - xx}$; on trouvera de même $\frac{abdy}{yy} = \frac{2adx - xdx}{\sqrt{2ax - xx}} = dx\sqrt{\frac{2a - x}{x}}$ pour l'équation de la Courbe generatrice du Fuseau requis en ce cas.

On trouvera de même aussi (à la difficulté du calcul près) les autres Courbes generatrices de ces sortes de Fuseaux pour toutes les hypothêses imaginables de ressorts à l'infini. Entre ces Courbes celle du Problême précedent (*art.* 1.) se trouvera encore dans toute son etenduë, en faisant seulement $z = \frac{a}{b^{1-m}} \times \int y\, dv^m$. Les deux de l'art. 8. se trouveront de même en faisant seulement aussi $z = \int y\, dx^m$ pour la premiere, & $z = \int \frac{cyydx^m}{2a}$ pour la seconde, en prenant toûjours x & y pour les coordonnées de ces Courbes, & $\frac{c}{a}$ pour le raport d'une circonference circulaire à son rayon. Mais les deux exemples précedens suffisent pour l'intelligence

gence de l'usage qu'on doit faire de l'équation generale $\frac{ab}{y}=z$ dont il s'agit ici : De sorte qu'il ne reste plus qu'à s'assûrer par experience, de la proportion suivant laquelle les forces de chaque Ressort diminuent à mesure qu'il se déroule, pour avoir le veritable Fuseau qui lui convient.

SUR UNE CURE

EXTRAORDINAIRE.

PAR M. DU VERNEY le jeune.

UN homme âgé de 40 à 42 ans, de bon temperament, fut blessé la veille de S. Thomas 1701, d'un coup d'épée à la partie moyenne inferieure & interne du bras droit : le coup penetroit en montant obliquement de quatre à cinq travers de doigts, le sang sortit avec impetuosité, & le blessé tomba bien-tôt en foiblesse. En cet état il fut porté chez le premier Chirurgien qu'on rencontra, on s'assura de l'artere par une compresse & une forte ligature appliquée au dessus du coude. Le blessé revenu de sa foiblesse fut conduit chez lui ; on ouvrit l'entrée de la plaïe, on porta dans le fond du charpi baigné dans des liqueurs astringentes, on tempona bien, & on fit tenir l'appareil par un fort bandage. Le malade fut seigné, réduit à des boüillons tres legers, & à la tisanne. Il ne fut pansé que deux fois 24 heures après ; on découvrit jusqu'aux plumaceaux pour humecter seulement les linges & les bandes, on apporta pour le bandage la même précaution qu'au premier pansement, on continua à peu-près de même jusqu'à la veille de sainte Geneviéve : le sang donna abondamment, on fit encore une petite incision, & on pansa le blessé presque comme au premier appareil, quoiqu'il y eût déja quelques jours que le malade s'appercût que l'avant-bras changeoit de couleur, neanmoins

1702. 26. Aoust.

ſans douleur. La fiévre étoit continuë & ardente, l'inquietude & l'inſomnie tres grande. Enfin le jour de ſainte Geneviéve on trouva non ſeulement l'avant-bras gangrené, mais encore que la pourriture avoit gagné la partie interne du bras. Le malade & les aſſiſtans effrayez, on demanda du conſeil, & on choiſit trois Chirurgiens accoûtumez à voir de groſſes affaires. Ils examinerent le malade & la maladie; l'avant-bras étoit entierement cadavreux, de même que la partie interne du bras juſqu'à l'aiſſelle, & l'os du bras découvert par la pourriture juſqu'à trois ou quatre travers de doigts de l'aiſſelle. Le progrez de la pourriture, la fiévre avec oppreſſion, les toües livides, le poulx petit & chancelant firent conclure d'écouter la nature, & d'employer les remedes capables de l'aider tant interieurement qu'exterieurement.

Le même jour il ſe preſenta une femme nommée Geneviéve, qui promit de guerir le malade; les deux Chirurgiens qui le traitoient le lui abandonnerent. Geneviéve commença par frotter tout le bras & l'avant-bras, ſans égard à ce qui étoit cadavreux, d'un onguent, enſuite elle couvrit le tout avec des linges qu'elle arrêta avec des épingles juſqu'au ſoir qu'elle panſa le malade de la même maniere; elle ordonna des alimens ſucculens, & du meilleur vin: En 24 heures la ſuppuration commença à paroître; elle continua même panſement, & chaque fois la plaïe étoit plus belle, la pourriture ſe ſeparant ſans peine, reſtant attachée aux linges ou au papier broüillard dont elle ſe ſervoit tres ſouvent. On propoſa à Geneviéve de ſeparer l'avant-bras dans la jointure, tant à cauſe de la mauvaiſe odeur, qu'à cauſe qu'il étoit preſque ſeparé par pourriture; elle ne voulut point, diſant qu'il n'y falloit pas toucher, que ſon remede feroit tout ce qui ſeroit neceſſaire.

Enfin tout l'avant-bras ſe détacha entierement du bras dans la jointure ſix ſemaines aprés, à compter du jour que Geneviéve commença à traiter le malade: elle continua à mettre ſur l'os du bras découvert comme ſur tout le

reste son onguent, sans avoir égard à la bouë qui paroissoit suinter entre l'os & les chairs, ni à aucune autre circonstance. Les suites n'en furent pas moins heureuses, car un mois après la chûte de l'avant-bras, l'os du bras qui avoit été découvert tomba, & se separa entierement du reste de l'eau sain.

Avant cette separation on ne sçavoit ce que deviendroit cette grande portion d'os, ni le lambeau de peau de la partie posterieure du bras, on avoit aussi apprehendé l'émorragie, tout cela n'embarrassoit point Geneviéve ; elle continua ses pansemens, il coula des sucs nourrissiers de chaque fibre restante, chaque tuïau s'allongea. Enfin le bras a acquis sa longueur naturelle, l'extremité paroît figurée comme elle doit être naturellement, & le bout du lambeau de la peau s'est renversé sur la partie inferieure de l'os & le couvre à demi. Il reste seulement le long de la partie interne une cicatrice difforme en maniere de croûte un peu écalleuse ; ce qu'on auroit aisément évité, si on avoit empêché les bords de la peau de se renverser en dedans ; & cela est arrivé parce qu'elle ne pouvoit s'attacher à l'os, & qu'on n'a pas eu soin d'approcher les bords après la chûte de l'os.

Tout cela s'est passé pendant quatre mois, sans que le malade ait eu un accès de fiévre ni aucune incommodité ; il a été purgé deux fois, & joüit d'une parfaite santé.

Reflexions.

On a lieu de croire que la pourriture a été occasionnée par la maniere de panser le malade ; car outre qu'on avoit fort serré à l'endroit de la playe, on avoit encore mis une forte compresse le long de l'artere jusques sous l'aisselle, de maniere que la matiere de la nourriture a été dérobée à l'avant-bras, & aux endroits pressez par le bandage. On peut éviter ce désordre, ou en liant le vaisseau quand il est possible, ou en se servant du bandage ancvoismal qui est une espece de braye, ou en portant à l'orifice du vaisseau

ſeau de la meche d'Allemagne, ou de la veſſe de loup préparée ou non preparée, qui eſt une eſpece de champignon: mais quand on ſe ſert des deux derniers remedes, il faut faire tenir le champignon ou la meche juſqu'à ce qu'il ſoit attaché & collé au vaiſſeau, enſuite garnir de meche ou de poudres abſorbantes & balſamiques, & dans l'une & l'autre de ces occaſions entretenir la circulation dans la partie.

La grande hemorragie, quatre fortes ſaignées, & un regime tres-ſevere avoient épuiſé & appauvri le ſang du malade; ainſi dépoüillé de ſa partie onctueuſe & chileuſe, il n'a pû ſe réparer ni fournir des matieres capables d'animer la partie bleſſée, ce qui a occaſionné la fiévre, & augmenté la pourriture, n'étant pas adouci & corrigé par les moyens convenables. Dès que le malade eut pris de bons alimens il parut beaucoup mieux, le progrès de la pourriture ceſſa, & la vie commença de paroître par un ſuintement qui mit des bornes entre la partie ſaine & la partie morte. Il y a lieu de juger que les vaiſſeaux ont été cauteriſez ou bouchez par les ſucs corroſifs, de même qu'ils l'auroient pû être par les cauſtics ordinaires ou par la ligature, puiſque l'artere n'a pas donné dans le tems de la ſuppuration, quoiqu'elle ne fût aſſujettie en aucune maniere, qu'elle fût proche de ſon tronc, & que le malade prît de bons alimens & de bon vin, la maniere douce & inſenſible dont s'eſt fait la ſuppuration, & la ſéparation des parties mortes ou cauteriſées a donné le tems à l'artere de ſe réparer ce qui fait bien connoître qu'il ne faut jamais hâter la chûte de l'eſcare, ni la ligature des vaiſſeaux où on les a appliquez. Au contraire, il faut ſe ſervir de remedes capables d'abſorber les humiditez ſuperfluës des environs, afin que la ligature ou l'eſcare dure plus long-tems, & donne lieu aux chairs & aux vaiſſeaux de s'allonger, de s'unir & de s'oppoſer à l'impulſion du ſang.

On doit de même penſer que la plûpart des précautions que l'on prend ordinairement pour faire exfolier les

os, ou en tout, ou en partie, sont souvent inutiles, ou nuisibles, c'est l'ouvrage de la nature. Le plus grand secret est de conserver à la partie sa chaleur naturelle, ou l'augmenter quand elle est languissante ; & souvent cela se fait avec peu d'appareil, comme il paroît par l'observation précedente, & en peu de tems malgré le desordre où étoit le bras, & le peu de chairs qui y restoient. Dans cette occasion, par exemple, la rugine, le trepan & le caustic auroient été inutils ; on pouvoit scier l'os lorsque la pourriture a été détachée ; mais on n'auroit pas guéri plutôt le malade, l'exfoliation auroit sans doute été retardée, & le malade n'auroit pas un allongement de parties qui lui tient lieu de bras.

J'ay vû plusieurs Chirurgiens attendre l'exfoliation ou séparation d'une partie de quelque os sept à huit mois, même des années entieres inutilement, nonobstant le charpi sec, l'esprit de vin, les caustics & la rugine, tandis que d'autres les tiroient heureusement d'affaire en moins de tems.

J'avois crû d'abord que le remede dont Geneviéve s'est servi dans cette occasion, est le même que le suivant ; cependant j'ay reconnu depuis par experience qu'il y a de la difference. Ce remede me fut donné il y a douze ou treize ans comme un grand secret, sous le nom de Baume pour les rhumatismes, plaïes de feu, ulceres avec carie & autres.

Prenez poix resine, poix de Bourgogne de chacune demie livre, poix de Cordonnier deux onces, cire jaune quatre onces, Therebentine de Venise deux onces, saindoux nouveau sans sel, & beurre frais une livre de chacun, essence de romarin trois ou quatre cuillerées, mêler & faire onguent selon l'art.

Il faut avant de s'en servir laver la plaïe ou ulcere avec du gros vin chaud, faire chauffer une assiette, mettre le Baume dessus, & en mettre dans la plaïe ou ulcere aussi chaudement que le malade le pourra souffrir, & mettre un papier broüillard pardessus, ensuite envelopper le tout d'un linge.

Onguent de Geneviéve, ou Baume interne & externe.

Prenez huile d'Olive trois livres, eau rose demi septier, cire neuve demie livre, therebentine de Venise une livre, santal rouge en poudre deux onces.

Il faut faire boüillir le tout dans un pot de terre neuf avec trois demi septiers de vin rouge; ayant boüillis demie heure, vous ôterez le pot du feu, & le laisserez refroidir, après vous separerez le Baume d'avec le vin & les poudres qui restent au fonds du pot.

On se sert de ce remede non seulement pour toutes sortes de blessures, soit qu'elles penetrent ou qu'elles ne penetrent pas, aux ulceres gangrenez, rhumathismes & toutes sortes de douleurs, même aux douleurs interieures, comme à la pleuresie, colique, maux de tête, &c. en oignant chaudement, & en en prenant deux gros par la bouche. On s'en sert aussi à toutes fiévres malignes.

Ce remede sert encore contre la morsure des animaux venimeux.

Aux blessures qui penetrent dans les cavitez, il en faut seringuer dans la plaïe, & en faire prendre avec du boüillon de veau, de chapon, ou autre, ou même avec quelques eaux ou tisannes vulneraires.

OBSERVATION

Sur un Fœtus humain trouvé dans la trompe gauche de la matrice.

PAR M. LITTRE.

1702. 30. Aoüt. LE 12. Fevrier 1701. je fus appellé pour aller voir la femme d'un Peintre qui étoit malade à l'extremité.

Je la trouvai dans une ſueur froide, avec un viſage extrêmement pâle, le ventre gros & tendu, des envies continuelles de vomir, mais ſans aucun effet ; elle avoit une grande difficulté de reſpirer, & ne pouvoit proferer une ſeule parole entiere ; il lui prenoit ſouvent des foibleſſes, & elle avoit un poulx tres-petit & intermittant.

Cette femme quoique réduite dans un état ſi déplorable ne manquoit point de connoiſſance ; car elle me fit comprendre par des ſignes & des paroles entre-coupées, que de tous les maux qu'elle ſouffroit, il n'y en avoit point de plus inſupportable, qu'une eſpece de barre ſituée en travers au deſſous du diaphragme, qui l'empêchoit de reſpirer, & qu'une douleur aiguë qu'elle ſentoit dans le ventre au côté gauche de l'hypogaſtre.

La Garde me dit qu'il y avoit environ ſix ſemaines que la malade n'avoit pas eu ſes regles ; que depuis trois jours elle étoit tombée ſur ſes genoux ; que ſix heures après la chûte elle avoit commencé de ſentir dans le ventre des douleurs tres-vives ; que ces douleurs avoient duré vingt-huit heures ſans aucun relâche, auquel tems préciſement ſes regles étoient revenuës & avoient continué de couler ; que cet écoulement étoit toûjours allé en diminuant ; qu'il avoit entierement ceſſé depuis trois heures ; que la malade s'étoit trouvée un peu ſoulagée dans le fort de l'écoulement ; qu'on ne lui avoit donné que quelques lavemens pour tout remede ; que le Chirurgien & la Sage-femme avoient propoſé la ſaignée du pied, à laquelle le mary n'avoit pas voulu conſentir, ſans ſçavoir ſi je la jugerois à propos. Je ne fus pas d'avis qu'on ſaignât la malade, parce qu'étant d'une extréme foibleſſe, elle n'auroit pû la ſupporter. Je conſeillai ſeulement qu'on eſſayât de lui faire prendre une potion cordialle que j'allois lui ordonner. Qu'en attendant on lui fiſt adminiſtrer les Sacremens, parce que je croyois qu'elle avoit peu d'heures à vivre. En effet elle mourut trois heures aprés que je l'eus quittée, à ce qu'on me dit le lendemain matin, en me venant prier de la part du mary de vouloir

faire l'ouverture du cadavre de sa femme pour découvrir la veritable cause de sa mort.

En ouvrant le ventre de ce cadavre, à peine eus-je fait une petite ouverture au peritoine, qu'il rejaillit du sang de la cavité du ventre avec beaucoup d'impetuosité tant elle en étoit pleine; aussi y trouvai-je plus de quatre pintes de sang épanché, qui etoit noir & liquide, hormis une petite portion qui étoit caillée & adherante au ligament large gauche de la matrice.

Je compris d'abord que la grande quantité de sang épanché dans la cavité du ventre de cette femme avoit été la cause de sa mort, aussi-bien que de la grosseur & de la tension du ventre, de la difficulté de respirer, de la pâleur du visage, de la sueur froide, des foiblesses, de la petitesse & de l'intermittance du poulx.

Je vuiday tout le sang épanché pour connoître la partie d'où il s'étoit écoulé. Après un petit examen des parties contenuës dans la cavité du ventre, je reconnus que cette partie étoit la trompe gauche de la matrice, parce que j'y apperçûs une déchirure cinq lignes au dessous de son pavillon. Alors je conçûs aisément que la douleur que cette femme avoit sentie dans la partie gauche de l'hypogastre, avoit été causée par le déchirement de cette trompe, qui est placée en cet endroit.

Je remarquay dans cette trompe, à l'endroit de la déchirure, un corps rond & transparent en partie, d'un pouce & demi de diametre, que je trouvay dans la suite être un fœtus, qui nageoit en une liqueur fort claire, contenuë dans les membranes chorion & amnios. Le placenta de ce fœtus étoit attaché à la surface interieure de la trompe, & il étoit si grand, qu'il faisoit seul plus de la moitié de ce corps. C'est apparemment à cause de la grosseur excessive du placenta, que les femmes sont si malades quand elles se blessent, par la difficulté qu'il a à sortir de la matrice; difficulté qui est d'autant plus grande, que les femmes sont moins avancées dans leur grossesse; parce que plus le fœtus est jeune, plus le placenta est

grand

grand à proportion du corps du fœtus, comme je l'ay plusieurs fois remarqué dans des avortemens, & dans l'ouverture du cadavre de quelques femmes mortes pendant leur grossesse.

La cavité de cette trompe, au lieu où elle étoit déchirée, avoit un pouce & demi de diametre. Les parois y étoient plus épaisses que dans les autres parties principalement où le placenta étoit attaché. Dans le reste de ce conduit les parois étoient un peu plus épaisses que celles de la trompe droite dans toute sa longueur.

La partie de la trompe qui étoit au dessus de la déchirure, avoit plus de largeur que la même partie de la trompe droite ; mais la premiere depuis la déchirure jusqu'au dedans de la matrice, étoit plus étroite & plus dure que la derniere dans la même étenduë.

Le déchirement de la trompe arriva dans cette femme, à cause que par l'accroissement du fœtus, quelques parties de cette trompe étoient devenuës si minces en cet endroit, qu'elles ne purent resister à la violente secousse, ni à la forte pression qu'elles avoient souffertes dans le tems de la chûte. En effet la partie déchirée de la trompe étoit beaucoup plus mince à l'endroit de la déchirure, de la largeur d'une demie ligne, que dans tout le reste.

Je remarquay dans les ovaires de cette femme autant de cicatrices, que ses parens me dirent qu'elle avoit eu d'enfans. De ces cicatrices qui étoient au nombre de cinq, il y en avoit une dans l'ovaire gauche, au milieu de laquelle j'observay une ouverture ronde d'une demie ligne de largeur, qui répondoit à une cavité qui étoit ronde aussi, & qui avoit deux lignes de diametre. Il y a apparence que le fœtus, dont il s'agit icy, étoit sorti de l'ovaire par cette ouverture.

Je remarquay enfin que le corps de la matrice étoit plus gros qu'à l'ordinaire ; que ses parois étoient plus épaisses ; que sa capacité étoit pleine de sang d'un rouge clair quoique caillé, & que la surface interieure de la ma-

trice étoit percée d'un nombre infini de petits trous, où j'introduisois facilement une soie de porc : Ces trous étoient pleins d'un sang vermeil, que j'en exprimois en forme de petites gouttes lorsque je pressois entre mes doigts les parois de la matrice. C'est sans doute par ces trous qu'étoit sorti le sang que j'avois trouvé dans la capacité de la matrice ; aussi étoit-il semblable à celui que la malade avoit rendu par cette partie avant sa mort sous la forme de regles.

J'examinay ensuite la surface interieure du vagin, pour voir si j'y remarquerois les mêmes choses que dans la matrice : mais n'y ayant rien trouvé de semblable, je crois qu'on peut dire que le sang des regles coule des parois de la matrice, & non pas de celles du vagin.

De pareilles remarques que j'ai faites sur quelques filles & quelques femmes mortes pendant le tems de leurs regles, me confirment dans ce sentiment : mais les trois observations que j'ay faites sur une fille & sur deux femmes, mettent la chose hors de doute : Toutes les trois avoient une descente du propre corps de la matrice ; dans chacune l'orifice interieure se trouvoit de niveau avec les levres de la grande fente. J'ay remarqué dans toutes les trois, que tout le sang des regles sortoit par l'orifice interieur de la matrice, & qu'il n'en couloit aucune goutte de la propre cavité du vagin.

Description du Fœtus.

Le cordon ombilical de ce Fœtus avoit quatre lignes de longueur sur une & demie d'épaisseur. Son corps étoit d'un pouce de longueur depuis le dessus de la tête jusqu'à la plante des pieds. Le tronc qui étoit fort courbé en devant, avoit quatre lignes de diametre. La tête étoit longue de quatre lignes, & un peu plus grosse que le reste du tronc. Il paroissoit à la partie inferieure de chaque temple un trou de demi ligne de diametre, bordé d'une petite ligne blanche qui étoit fort peu élevée au dessus de

la superficie des parties voisines. Ce trou étoit sans doute l'entrée de l'oreille.

On observoit dans la face de ce Fœtus, 1°. Deux yeux de couleur bleuë, qui étoient bien formez, larges chacun d'une ligne, & couverts de deux paupieres grandes à proportion.

2°. Trois petites éminences à la place du nez, dont l'une étoit situé au dessus des deux autres : la superieure étoit solide, elle se terminoit en pointe, & sembloit n'être autre chose que la partie inferieure des deux os du nez. Les deux éminences inferieures étoient placées à côté l'une de l'autre, leur figure étoit ronde, elles étoient creuses dans leur milieu, & elles paroissoient être l'entrée des deux narrines.

3°. L'ouverture de la bouche avoit deux lignes de longueur sur un tiers de ligne de largeur, & elle s'étendoit de part & d'autre à une demie ligne près jusqu'aux trous des oreilles.

Enfin le menton étoit appuyé sur la partie superieure moyenne de la poitrine.

On remarquoit dans ce Fœtus les extremitez superieures & les inferieures : les superieures avoient deux lignes de longueur sur une & demie de largeur, & on y distinguoit le bras, l'avant-bras & la main, & dans la main les doigts qui étoient bien formez & fort distincts les uns des autres.

Les extremitez inferieures étoient un peu plus longues & plus grosses que les superieures, & on y remarquoit la cuisse, la jambe & le pied, & dans le pied les orteils qui étoient plus courts, plus menus, & moins écartez les uns des autres que les doigts.

J'observay au milieu du pubis un corps de figure un peu conique de deux lignes de longueur, & de deux tiers de ligne de largeur, qui étoit vrai-semblablement la verge de ce Fœtus, parce qu'il n'y avoit point aux environs aucune apparence de fente.

J'introduisis dans le rectum par l'anus un tuyau d'un tiers

de ligne de diametre, avec lequel je fis un peu enfler les inteſtins en y soufflant.

Le coccix étoit ſi recourbé en devant, qu'il touchoit preſque par ſon bout à la petite verge.

J'ouvris enſuite le ventre de ce Fœtus, dont la capacité avoit trois lignes de longueur ſur deux & demie de largeur, & autant de profondeur. J'y diſtinguay l'eſtomach, les inteſtins en gros, le meſentere, le foye, la rate, les reins, les glandes renales qui étoient beaucoup plus groſſes que les reins, & enfin la veſſie.

De l'ouverture du ventre je paſſay à celle de la poitrine, dont la capacité avoit deux lignes de longueur, & à peu près autant de largeur & de profondeur; j'y remarquay le mediaſtin qui n'étoit pas plus épais qu'une toile d'arraignée la plus fine; le thymus qui avoit un peu plus d'une ligne de longueur, & un peu moins de largeur & d'épaiſſeur; le cœur qui étoit long d'une ligne, & preſqu'auſſi large du côté de la baſe, & les poulmons qui avoient chacun deux lignes de longueur ſur une de largeur. La cavité de la poitrine étoit ſeparée de celle du ventre par le diaphragme qui paroiſſoit tout membraneux, & qui étoit tres-mince.

Enfin j'achevay l'examen de ce fœtus par le crane, dont les os n'avoient encore que la conſiſtance des membranes. Ayant ouvert le crane je trouvay la dure-mere adherante preſque partout à la ſurface interieure de la membrane qui tenoit lieu de ſes os, laquelle n'étoit pas plus épaiſſe qu'une feüille de papier fin. La premiere étoit ſi mince & ſi déliée qu'elle étoit preſque imperceptible. La ſubſtance du cerveau reſſembloit à de la boüillie claire, & toutes ſes parties étoient ſi confonduës, qu'il ne me fût pas poſſible d'en diſtinguer aucune.

SUITE D'OBSERVATIONS SUR L'HYDROPISIE.

PAR M. DU VERNEY, le jeune.

VErs la fin de l'année 1701. une femme âgée de 25 à 30 ans, nommée Madame l'Avocat, Boulangere dans S. Jean de Latran, devint ascitique par une suppression de vuidanges arrivée quelques jours après être accouchée, & causée par un grand chagrin. Elle appella du conseil, on fit tout ce que l'art demande en pareille occasion : mais la malade n'étant point soulagée, on lui proposa la ponction. Je fus appellé en consultation le 24 Decembre de la même année. Les jambes & les cuisses étoient fort grosses, le ventre ne l'étoit pas à proportion ; neanmoins la malade se trouvoit fort oppressée, ne respiroit qu'avec beaucoup de peine, & n'urinoit que tres-peu. Comme dans cet état elle n'esperoit du soulagement que par la ponction, Monsieur de Bremont Medecin ordinaire de Monsieur, ayant essayé inutilement de lui en procurer par les autres moyens nous convînmes de tenter ce secours. Je trouvay des matieres blanches & épaisses comme de la boüillie bien claire & bien legere, qui avoient une odeur de pus.

1702. 2. Septem.

Après en avoir vuidé environ une pinte & demie, il parut quelques glaires, & le jet cessa. Je fis tousser la malade, la canulle se déboucha, & il sortit en jet & en arc environ deux pintes d'une matiere semblable à du petit lait sans interruption. Le jet arrêté, je fis donner du vin à la malade, presser son ventre de differentes manieres ; puis la faisant tousser encore de tems en tems, il sortit environ un verre de matiere glaireuse & purulente ; la malade se trouva fort soulagée, prit de la nourriture & s'endormit. Le soulagement continua, & elle urina si

abondamment durant quelques jours, que les jambes, les cuisses & les reins en furent tout à fait desenflez, de même que le ventre : elle eût l'appetit & le sommeil bons ; ses forces se rétablirent, de maniere que trois semaines après elle alla à la campagne.

Au bout de quelque tems elle y fut attaquée d'une colique ; son ventre devint douloureux, & regrossit en cinq semaines presqu'autant qu'il l'étoit avant la ponction. Comme elle se déterminoit à venir à Paris pour se faire faire une seconde ponction, l'ombilic qui s'étoit dilaté & allongé de la grosseur & longueur du pouce s'ouvrit, il en sortit des matieres semblables à celles qui furent vuidées le 24 Decembre par la ponction. La malade pressa elle-même son ventre, & en fit sortir tout ce qu'elle pût, l'ombilic se referma. Cette femme m'a dit qu'elle se trouva fort foible après cette évacuation, & qu'au bout de huit jours l'ombilic se rouvrit, d'où il sortit de l'eau fort claire : elle fut tres soulagée de cette seconde évacuation, & l'ombilic se ferma de maniere qu'elle crût en être quitte. Cependant quelques jours après être arrivée chez elle ses douleurs & ses inquietudes dans le ventre se renouvellerent, elle s'apperçût que son ventre grossissoit, enfin ayant acquis un certain volume l'ombilic se rouvrit, & se referma encore deux fois en même tems, & avec les mêmes circonstances qu'à la campagne. Depuis ce tems-là jusqu'à present elle a toûjours joüi d'une parfaite santé.

Cette observation me paroît singuliere en plusieurs manieres.

La premiere, en ce qu'il est sorti par une seule & même ponction des matieres de differente nature ; ce que je n'ay encore vû qu'aux hydropisies enkistées, & même tres-rarement.

La seconde, en la maniere dont l'ombilic s'est allongé, dilaté, ouvert & fermé periodiquement de lui-même.

La troisiéme, c'est qu'il ne guerit presque point d'hydropique dont les eaux paroissent alterées & purulentes.

Enfin l'heureuse réussite de ces évacuations naturelles marquent non seulement l'utilité de la ponction, mais encore la necessité de la reïterer prudemment suivant l'occasion.

COMETE VEUE A L'EMBOUCHURE du Fleuve de Missisipi en Amerique en Fevrier & Mars 1702.

PAR M. CASSINI.

MOnsieur le Sueur envoyé par le Roy l'année passée à la Riviere de Missisipi, étant arrivé sur la fin du mois de Fevrier dernier à l'embouchure de cette Riviere, apperçût une Comete, qu'il montra aux Peres Jesuites qui étoient dans son bord. Mais comme ces Peres non plus que les autres personnes qui étoient dans le Vaisseau n'étoient point initiez dans les Mathemathiques, personne n'a observé cette Comete en ce païs-là que Monsieur le Sueur, encore ne l'a-til pas observée en Astronome, mais seulement suivant sa portée. Elle lui parut droit à l'Oüest Sud-Oüest. Elle paroissoit comme une grosse étoile, avec une queuë ou lumiere qui descendoit en biaisant à gauche vers l'horison. 1702. 6. Septem.

Il a commencé à la voir le 27 Fevrier de cette année sur les 6 heures du soir. Le lendemain elle lui parut à la même heure, & il la vit encore à la même heure le premier de Mars. Elle paroissoit tous les jours susdits jusqu'à 8 ou 9 heures, & il la vit même un de ces jours jusqu'à dix heures. Elle paroissoit quelquefois tres-éclatante, & d'autrefois elle étoit plus foible.

Reflexion sur cette Observation.

Il ne faut pas douter que ce Phenomène ne soit le mê-

me qui a été obſervé par M. Maraldi en Italie; dont nous avons fait le rapport dans la derniere aſſemblée publique.

Elle a paru aux mêmes jours, aux mêmes heures du jour dans la même region du Ciel. La queuë a paru de la même figure, dans la même direction. C'eſt un dommage que l'Obſervateur ne l'ait comparée aux étoiles fixes par leſquelles elle paſſoit.

Ce qu'il y a de particulier dans cette obſervation de l'Amerique, c'eſt qu'on en remarqua la tête en forme d'une groſſe étoile, qui n'a pas paru en Italie. Ainſi il eſt arrivé la même choſe qu'à celle qui fut obſervée du temps d'Ariſtote, dont la plûpart des Obſervateurs ne virent que la queuë; ce qui lui fait donner le nom de Poutre & de Sentier, & d'autres virent auſſi la tête.

DESCRIPTION DU LABIRINTHE DE CANDIE,

Avec quelques Obſervations ſur l'accroiſſement & ſur la generation des pierres.

PAR M. TOURNEFORT.

LE Labirinthe de Candie eſt un conduit ſoûterain en maniere de ruë, qui par mille tours & détours pris en tout ſens & ſans aucune regularité, parcourt tout l'interieur d'une colline ſituée au pied du Mont Ida, du côté du midi, à trois milles de l'ancienne Ville de Gortine. On entre dans ce Labirinthe par une ouverture de ſept ou huit pas de large, ou à peine un homme d'une mediocre taille pourroit paſſer ſans ſe courber. Le bas de l'entrée eſt fort inégal; mais le haut eſt aſſez plat & terminé naturellement par pluſieurs lits ou couches de pierres poſées horizontalement les unes ſur les autres. On trouve d'abord une eſpece de caverne fort ruſtique dont la pente eſt douce: mais

mais à mesure que l'on avance ce lieu paroît tout à fait surprenant. Parmi tous ces détours il y a une allée qui est bien moins embaraſſante que les autres, laquelle par un chemin d'environ 1200 pas qui se fourche à son extrêmité, conduit à une grande & belle sale qui est au fond du Labirinthe. Pour troûver cette allée, il faut se détourner à gauche environ à trente pas de l'entrée. Si l'on enfile quelque autre ruë, on s'engage après avoir fait bien du chemin dans une infinité de recoins & de culs de sacs, d'où l'on ne sçauroit se tirer sans danger.

Nous fîmes en demie heure de temps 1160 pas dans cette principale allée sans nous écarter à droit ni à gauche. Elle est haute de sept ou huit pieds, lambriſſée d'une couche de rochers horizontale, & toute plate comme le sont la plûpart des lits de pierre de ce quartier-là. Il y a pourtant quelques endroits où il faut un peu baiſſer la tête, & un entre les autres que l'on rencontre vers le milieu du chemin, où l'on est obligé de marcher, comme l'on dit, à quatre pates. Cette allée est ordinairement aſſez large pour laiſſer paſſer deux ou trois personnes de front. Le pavé en est uni. Il ne faut ni monter ni descendre considerablement. Les murailles sont taillées à plomb, ou faites de pierres, qui embarraſſoient les chemins, & que l'on a pris la peine de ranger fort proprement, comme l'on fait celles des murailles où l'on n'emploïe point de mortier : mais il se presente tant de chemins de tous côtez, que l'on s'y perdroit indubitablement sans les précautions neceſſaires. Comme nous avions grande envie d'en revenir, nous postâmes, 1. de nos guides à l'entrée de la caverne, avec ordre d'aller chercher du monde au village prochain pour venir nous délivrer, supposé que nous ne fuſſions pas de retour avant la nuit. 2. Chacun de nous portoit à la main un gros flambeau. 3. Nous attachions sur la droite des papiers numerotez dans tous les détours qui nous paroiſſoient difficiles à pouvoir être repris. 4. Un de nos Grecs laiſſoit à gauche de petits fagots d'épines dont il avoit fait provision, & un autre prenoit soin de semer sur le chemin

de la paille dont il portoit un sac sous le bras. Ainsi nous fîmes nôtre route fort heureusement : mais après avoir bien examiné ce lieu, nous convînmes tous qu'il n'y avoit aucune apparence que ce fût une ancienne carriere dont on eût tiré les pierres pour bâtir les Villes de Gortine & de Cnosse, ainsi que Bellon & quelques Auteurs modernes l'ont pensé. Quelle vrai-semblance qu'on eût été chercher des pierres dans le fonds d'une allée si étroite qui a plus de mille pas de profondeur, & qui est entre-coupée par une infinité d'autres ruës qui pénetrent toute une montagne, où l'on court risque de se perdre à tous momens ? On auroit plutôt ouvert une carriere à l'ordinaire, comme on l'a pratiqué de tout temps, ainsi qu'on le voit dans les fameuses carrieres de Paros & de Scio. Comment faire passer ces pierres dans l'endroit où il faut marcher à quatre pattes, qui a plus de 100 pas de long, & qui assûrément est tout naturel ? La montagne d'ailleurs est si rude & si escarpée qu'on a beaucoup de peine à y pouvoir monter à cheval. Nous cherchâmes inutilement les hornieres des charretes, que Bellon assûre y avoir observées. Ces ornieres feroient bien voir qu'on s'est servi de charretes pour vuider les allées du Labirinthe ; mais non pas qu'on eût creusé ce lieu pour en tirer des pierres à bâtir. Il est bon même de remarquer que la pierre du Labirinthe n'est ni belle ni dure. Elle est blanc-sale, & semblable à celle des montagnes au pied desquelles la Ville de Gortine est bâtie. Pour ce qui est de celle de Cnosse, elle étoit bien loin de-là, comme nous le ferons voir dans la Relation de nôtre voyage de Levant.

Il y a donc beaucoup plus d'apparence que le Labirinthe n'est qu'un conduit naturel, que d'habiles gens ont pris plaisir il y a plusieurs siecles de rendre praticable, en faisant aggrandir la plûpart des endroits qui étoient trop resserrez. Pour en exaucer le plancher, on ne fit que détacher quelques lits de pierre qui naturellement sont par couches horizontales dans toute l'épaisseur de la montagne. On tailla les murailles à plomb dans certains endroits,

& l'on prit soin de ranger la plûpart des pierres qui embarrassoient les chemins. Peut être que l'on ne toucha pas à l'endroit où il faut marcher à quatre pattes, pour faire connoître à la posterité comment le reste étoit fait naturellement ; car au delà de cet endroit l'allée est aussi belle qu'en deçà. Comme tout ce qui avoit apparence de grandeur frappoit les anciens Grecs, & surtout en matiere de bâtimens, il y a apparence qu'ils perfectionnerent ce que la nature n'avoit fait qu'ébaucher. Quelques Bergers peut-être ayant découvert ces conduits soûterrains, donnerent lieu aux grands hommes de ce temps-là de les aggrandir, & d'en faire ce merveilleux Labirinthe qui ne donne aujourd'hui retraite qu'à des chauve-souris, & qui peut avoir servi d'azile à plusieurs familles pendant les guerres civiles, ou sous les regnes des Tyrans ; car ce lieu est extrêmement sec, & l'on n'y voit ni égouts ni congelations comme dans les caves gouttieres. On peut ajoûter à cette conjecture, qu'il y a deux ou trois autres conduits naturels fort profonds dans les collines voisines du Labirinthe, dont on pourroit faire de semblables merveilles, si on les trouvoit à propos. Les cavernes sont fort frequentes par toute l'Isle de Candie. La plûpart des rochers, & surtout ceux du Mont Ida, sont percez à jour par des trous à y fourrer les deux poings ou la tête. On y voit plusieurs abîmes profonds & perdendiculaires ; pourquoi n'y auroit il pas des conduits soûterrains horizontaux dans des lieux où les bancs de pierres sont assis horizontalement les uns sur les autres ? Il y a apparence que ceux qui creuserent en France l'Amphiteatre de Douvay proche le Pont de Cé, y furent invitez par quelque caverne dont l'ouverture étoit semblable à celle de nos puys. La beauté ou peut-être la bizarrerie du lieu les engagea à l'aggrandir, & à lui donner la forme d'un Amphiteatre qui occupe encore le creux d'une montagne assez considerable, dont tous les dehors sont couverts de terre. Cet ouvrage n'est pas moins admirable que le Labirinthe de Candie. Quoiqu'il en soit, il est certain que celui qui se voit dans cette Isle n'est pas le fa-

Lips. de Amphit.

meux Labirinthe dont les anciens ont parlé. Celui-ci avoit été fait par Dedale ſur le modele du Labirinthe d'Egypte, qui étoit un des plus fameux édifices du monde, embelli à ſon entrée d'un tres-grand nombre de colonnes, & cent fois plus grand que celui de Candie, ainſi que le rapporte Pline, qui aſſure que de ſon temps il ne reſtoit plus aucun vestige de ce dernier. Je ne connois perſonne qui en ait fait mention que l'Auteur du grand Dictionnaire Etymologique Grec. *Λαβύρινθος ἐν τῇ Κρήτῃ τῇ νήσῳ ὄρος ἐν ᾧ ἐστι σπήλαιον ἀντρῶδες*, &c.

Lib. 36. cap. 13.

Je ne ſortirai pas du Labirinthe ſans vous entretenir, Meſſieurs, d'une obſervation qui me paroît fort remarquable, & que je cherchois depuis long-temps pour confirmer une hypothêſe que j'ai eu l'honneur de vous propoſer ſur la vegetation des pierres. Celles du Labirinthe croiſſent & s'augmentent ſenſiblement, ſans qu'on puiſſe ſoupçonner qu'aucune matiere étrangere leur ſoit appliquée par dehors. Ceux qui ont gravé leurs noms ſur les murailles de ce lieu, qui ſont toutes de roche vive & taillées à plomb, ne s'imaginoient pas ſans doute que les traits de leurs ciſeaux dûſſent ſe remplir inſenſiblement, & que dans la ſuite du temps ils puſſent devenir relevez d'une eſpece de broderie haute d'environ deux lignes dans quelques endroits, & de trois lignes dans quelques autres; de telle ſorte que ces caracteres de creux qu'ils étoient ſont preſentement de bas reliefs. La matiere en eſt blanchâtre, quoique la pierre d'où elle ſort ſoit griſâtre, & je regarde ce bas relief comme une eſpece de calus formé par le ſuc de la pierre, qui s'eſt inſenſiblement extravaſé dans les endroits que l'on avoit déchirez en écrivant, de même qu'il ſe forme des calus entre les fibres des os qui viennent d'être caſſez. On pourroit encore comparer cette eſpece de broderie qui eſt toute inégale & grainée, aux chairs naiſſantes qui s'élevent, comme tout le monde ſçait, en maniere de petits grains. Il ſe paſſe quelque choſe de ſemblable dans l'écorce des arbres ſur laquelle on a gravé des noms avec la pointe d'un coûteau. Le Poëte a eu raiſon de

dire, que les caracteres croissoient à mesure que les arbres grandissoient.

Crescent illæ, crescetis amores. Virgil. Ecloque X.

J'ai eu l'honneur de fair voir à l'Assemblée avant mon départ une pierre d'aigle dans laquelle il y avoit de semblables soudures. En cassant cette pierre pour en observer la structure interieure, je m'apperçûs qu'elle étoit revêtuë en quelques endroits de plusieurs calus qui en avoient réüni les parties, lesquelles avoient été cassées dans le temps qu'elles croissoient. Ce calus n'étoit que le suc nourricier de la même pierre, qui après en avoir collé les pieces, avoit rebavé de l'épaisseur de demi-ligne, & s'étoit durci en maniere de soudure. La même chose est arrivée à une de ces sortes de pierres qui viennent des Indes, & dans lesquelles on trouve tres-souvent des cristaux, & même de petits diamants. Celle-ci ayant été fenduë par accident en plusieurs morceaux, ils se sont réünis aussi par un calus naturel.

Ces trois observations font voir manifestement qu'il y a des pierres qui croissent dans les carrieres, qui se nourrissent par consequent, que le même suc qui les nourrit sert à réjoindre leurs parties lorsqu'elles sont cassées ; de même qu'il arrive aux os des animaux, ou aux branches des arbres que l'on prend soin d'arrêter avec un bandage. Cela étant, il semble que l'on ne puisse pas douter qu'il n'y ait des pierres organisées. Elles ne sçauroient tirer leur suc nourricier que de la terre. Ce suc doit être filtré dans leur superficie, que l'on peut regarder comme une espece d'écorce, & delà il doit être porté dans toutes les autres parties. Il y a beaucoup d'apparence que le suc qui a rempli le creux des caracteres que l'on a gravez dans le Labirinthe de Candie, a été porté sur la surface de cette roche du fond de ses racines ; & il n'y a pas plus de difficulté de le concevoir, qu'il y en a de comprendre comment la seve passe des racines de nos plus grands chênes & de nos sapins jusqu'à l'extremité de leurs plus hautes branches. Il faut avoüer que le cœur de ces arbres est d'une grande dureté:

ceux de Bresil que l'on appelle Bois de fer, le Guaïac & l'Ebene le sont encore davantage. Le Corail est aussi dur dans la mer qu'il est hors de l'eau. Tout ce qu'on appelle Champignons marins, dont la structure est si singuliere, & qui croissent du consentement de tout le monde, est veritablement pierre; & cette pierre est si semblable à l'ordinaire, qu'on l'emploïe en Amerique pour en faire de la chaux. Je ne crois pas que personne puisse s'aviser de nier que les coquilles ne croissent aussi par le secours d'un suc nourricier. Cependant ce suc nourricier, ainsi que celui qui nourrit tous les corps durs dont on vient de parler, est aussi bien porté dans les tuyaux de ces sortes de corps, quelques resserrez qu'ils soient, que dans ceux des plantes qui sont beaucoup moins dures.

L'on ne sçauroit donc douter que certaines pierres ne se nourrissent de même que les plantes. Peut-être qu'elles se multiplient aussi de même maniere. Au moins nous avons plusieurs pierres dont on ne sçauroit comprendre la generation, sans supposer qu'elles viennent d'une espece de semence, s'il m'est permis de me servir de ce terme; c'est-à-dire, d'un germe dans lequel les parties organiques de ces pierres sont renfermées en petit, ainsi que celles de plus grandes plantes le sont dans les germes de leurs graines.

Les pierres que l'on appelle corne d'ammon, la pierre judaïque, la crapaudine, les yeux de serpens, la pierre astroïte, celles de Bologne & de Florence : les differentes especes de pyrites; les champignons de mer, les cristaux de roche, & une infinité d'autres pierres supposent aussi-bien des germes particuliers que les champignons ordinaires, que les truffes, & que plusieurs especes de mousse dont on n'a sçû découvrir les semences jusqu'ici.

Comment comprendre que la corne d'ammon, qui constamment a la figure d'une volute, puisse se former sans un germe qui renferme en petit la même structure? Qui est-ce qui l'auroit moulée si proprement? Où se trouvent ces moules? Bien loin delà, ces sortes de pierres se

rencontrent dans la terre comme les autres cailloux. Quelque recherche que j'aye pû faire faire en Provence, en Poitou & en Normandie où ces pierres sont assez communes, on n'a jamais trouvé ni moules, ni rien d'approchant. La structure des cornes d'ammon metalliques est bien plus singuliere que celles des cornes d'ammon pierreuses. Les metalliques sont aussi spirales; mais il y en a des especes dont les pas sont formez par plusieurs pieces articulées les unes contre les autres, par des sutures semblables à celles du crane. On n'a qu'à les casser pour en être convaincu.

Les pierres judaïques ont la figure d'une olive, elles sont canelées en dehors, & relevées de petits grains. Lorsqu'on les casse elles se fendent toûjours obliquement, & reluisent comme du talc, au genre duquel il faut les rapporter, puisqu'étant calcinées elles deviennent du plâtre, comme cette espece de talc que l'on appelle *Lapis Selenites*. Les pierres judaïques ne sont assurément pas moulées, il faut donc recourir aux germes.

La crapaudine & les pierres qu'on appelle yeux de serpent, qui sont naturellement d'un poli admirable, se forment aussi par des germes particuliers attachez aux rochers, qui leur fournissent un suc propre à les faire gonfler. Les differentes especes de pierres d'aigle qui ont ordinairement la figure d'un œuf, & qui dans leur cavité renferment toûjours un noyau semblable à la petite bale que l'on met dans un grelot, la pierre d'aigle, dis-je, ne sçauroit être produite sans son germe. Il en faut juger de même, ce me semble de la pierre Belemite, que l'on appelle autrement *Lapis Lyncis*. C'est une espece de petite quille, dont les rayons partant du même centre, vont se rendre à la circonference, & dont la base est le plus souvent creusée en maniere de cône. Une telle structure suppose des germes ou des moules. Ces moules ne se trouvent point, & qui est-ce qui les casseroit pour en dégager ces pieces? Si l'on voit quelquefois de ces sortes de pierres dans les rochers, c'est que la roche en croissant les a enveloppées de même qu'il arrive à ce que l'on appelle Roches coquillie-

res, dont la generation peut être expliquée par l'exemple de ces pierres que l'on trouve quelquefois dans les troncs de grands arbres.

La pierre Astroïte que Gesner appelle *Lapis Asterias*, à cause que sa figure est toûjours à six rayons, & ces étoiles pierreuses qui sont rayées en arrêtes & comme burinées, sont ordinairement attachées plusieurs ensemble par couches horizontales. Les pierres qu'on nomme *Entrochi* sont aussi par couches ; mais leur contour est circulaire : il s'en trouve quelques unes qui sont articulées ensemble comme par tenons & par mortaises.

Les especes de Pyrites ovales, spheriques ou cylindriques dont les surfaces sont ou polies ou taillées en pointes de diamant, sont penetrées par des rayons qui vont se rendre à une espece d'axe, lequel passant par leur centre se termine d'un pole à l'autre. Ces Pyrites, dis-je, n'ont pas été certainement jettez dans un moule, non plus que la pierre de Bologne ni celle de Florence, qui represente presque toûjours les mêmes païsages ou les mêmes ruines des Villes. N'est-il pas bien vrai-semblable aussi que ces especes d'agates que l'on appelle *Dendroides*, à cause qu'on y voit des representations de petits arbrisseaux ou des païsages, naissent d'un germe particulier. Ces pierres se trouvent dans la terre separées les unes des autres.

Peut-être que les cristaux de roche se produisent aussi par des germes. Ces cristaux sont pareillement taillez à pans, & cette figure ne varie point dans la même espece ; c'est à dire, que toutes les quilles du même bloc de cristal sont à six faces à 3, à 4, à 5, à 7, &c. Cependant on ne peut pas soupçonner qu'elles ayent été moulées ou formées par quelque coagulation, comme les sels que l'on fait cristalliser en Chimie ; car outre qu'on voit tous ces morceaux de cristal sortir manifestement de la roche, attachez en tout sens contre les parois des cavernes, avec les pointes tournée en haut, en bas, ou sur les côtez ; on ne sçauroit avancer que le suc qui produit ces sortes de pieces ait été jetté dans les cavernes, comme les dissolutions de nitre,

par

par exemple, que l'on fait évaporer dans des terrines : celui des cristaux a passé au travers de la roche, & l'on ne sçauroit croire qu'il ait passé tout d'un coup, & qu'il s'y soit figé peu à peu ; surtout si l'on fait attention qu'il y a des morceaux de cristaux qui pesent plus de soixante livres, ainsi que M. Hottinger en a observé dans le païs de Valais. Ceux qu'on apporte de Madagascar sont tres-lourds. Le P. Kirker assure qu'on en trouve qui pesent plus de 100 livres, & Pline rapporte que Livia, la femme d'Auguste, en avoit fait porter au Capitole qui pesoient cinquante livres. Si cette grande quantité de liqueur se répandoit tout d'un coup hors des pores des rochers, il est visible qu'elle s'épancheroit de tout côtez, & formeroit une glace au lieu des corps cylindriques, taillez regulierement à pans. Il est donc certain que le suc qui contribuë à la formation des cristaux transpire peu à peu de la roche ; & cela étant, comment comprendre qu'il s'éleve en quilles hautes depuis un pouce jusqu'à un pied & davantage, sans supposer des germes qui se gonflent peu à peu, & qui développent par le suc nourricier qu'ils reçoivent de sa roche, la structure reguliere qu'ils renfermoient peut être sous la surface d'un point ? Il semble qu'il y ait beaucoup de rapport entre la generation des quilles de cristaux & celles des dents ; peut-être que chaque germe en se gonflant forme comme une espece de quaisse hexagone, dont l'interieur ne se durcit que peu à peu. On pourroit croire qu'on suppose dans ces pierres une structure imaginaire, si l'on n'étoit persuadé que les diamants mêmes se taillent plus facilement dans un sens que dans un autre ; que les marbres ont leurs veines, & que le cristal de roche a les pores assez ouverts pour recevoir les couleurs qu'on veut lui donner. Boot après avoir fait bien des recherches sur la figure affectée des cristaux, conclud qu'elle est aussi naturelle à ces pierres, que celle des feüilles & des fleurs des plantes. Il rapporte l'un & l'autre à un esprit Architecte, & à une faculté formatrice. Ne vaut il pas mieux supposer des especes d'œufs, puisque tout le monde convient que les se-

Dissert. de Cristall.

mences des plantes sont aussi-bien des œufs, que les parties des oiseaux ou des poissons, à qui de tout temps on a donné ce nom? Et qu'est-ce qu'un œuf, si ce n'est l'oiseau, le poisson, la plante, & peut-être la pierre en miniature? Ainsi l'on peut supposer que les cristaux vegetent tout comme plusieurs autres pierres; c'est à dire, qu'ils commencent par un germe, & que le même suc qui leur est communiqué par la roche d'où ils sortent, les fait éclorre & les fait croître autant que leur tissure solide se peut étendre. Que peut-on penser de ceux que l'on trouve auprès d'Alençon & de Medoc? Ceux d'Alençon sont exagones & pyramidaux par les deux bouts; ils ont un œil qui approche du diamant, & se trouvent dans des fontaines. Ceux de Medoc sont plus sombres; ils sont à peu près ovales, & se trouvent dans la terre. Les uns & les autres ne supposent-ils pas de veritables germes, ainsi que ceux qui naturellement sont taillez en lentille, ou qui dans leur forme lenticulaire ont une surface en d'os d'âne?

Il ne faut pas conclure que les cristaux de roche se forment aussi gros que nous les voyons, de ce qu'il s'en trouve quelques-uns qui renferment des brins de foin, des soye de cochon & semblables matieres. Car outre qu'il se peut faire que ce qu'on appelle brins de foin & soyes de cochon ne soient que des défauts de la matiere qui se sont trouvez dans les germes, il est fort possible aussi que ces germes venant à éclorre se soient attachez contre ces sortes de corps, & les ayent enveloppez peu à peu à mesure qu'ils se sont dilatez.

Les congelations commencent par une quaisse ronde qui s'allonge en tuyau, lesquelles sont suspenduës de haut en bas, & cette quaisse se gonfle par aubiers, comme le tuyau des jeunes arbres. Quand les congelations commencent de bas en haut, leurs aubiers croissent aussi; mais le tuyau se remplit à cause de la situation. Ainsi les congelations commencent par un germe, & peut-être que la plûpart des germes en se gonflant restent creux.

Tout ce qu'on appelle *Fluores lapidum* peut être ce me

semble rapporté à la même cause, surtout celles qui se forment dans ces cailloux ovales ou arrondis que l'on trouve en Levant, détachez les uns des autres : leur surface est polie, aussi dure souvent que la pierre à fusil ; mais le dedans est creux, revêtu de couches de cristaux, ou de matieres dont la figure & les couleurs sont d'une beauté tout à fait extraordinaire. N'est-il pas probable que leurs germes se se sont gonflez peu à peu, & que leurs parties se sont dévelopées les unes des autres par le secours du suc que la terre leur a fourni.

Cette effroïable quantité de cailloux ordinaires dont la Crau d'Arles est couverte suppose le même principe. Cette campagne qui a près de sept lieuës de circuit est si remplie de cailloux presque ronds, qu'on ne cesse d'en trouver quelque part où l'on creuse. L'illustre Monsieur de Peiresc qui a le premier, ce me semble, proposé la generation des pierres par le moyen des semences, quoiqu'il ait pris ce terme dans un sens bien different du nôtre ; Monsieur de Peiresc, dis-je, a crû trouver dans cette grande plaine d'Arles une preuve convaincante de son sentiment. En effet, comment comprendre que tous ces cailloux se soient formez ? On ne sçauroit dire qu'ils soient aussi anciens que le monde, à moins que de soûtenir que toutes les pierres qui sont sur la terre ayent été produites toutes à la fois. Cependant les observations sur la vegetation des pierres dont on vient de parler, semblent prouver qu'il s'en produit tous les jours de nouvelles ; & le même Monsieur de Peiresc étant encore fort jeune, fit une remarque fort considerable là dessus : Se baignant un jour dans le Rhône près d'Avignon, il s'apperçût que le fond de cette riviere étoit devenu tout raboteux & couvert de petits cailloux mollasses semblables à des œufs durcis que l'on a tiré de leurs coques. Mais il fut bien plus surpris lorsqu'il trouva quelques jours après que non seulement ceux qu'il avoit portés chez lui, mais que ceux qui étoient restez dans Rhône étoient devenus aussi durs & aussi solides que les autres cailloux qui étoient sur ces bords. Il crût que ces mêmes germes,

avoient été excitez par un tremblement de terre qui s'étoit fait sentir quelques jours auparavant, & qui les avoit fait sortir des entrailles de la terre.

On peut ajoûter à ces observations une remarque que nous fîmes dans une Isle de l'Archipel, que l'on appelle l'Isle d'Antiparos, à cause qu'elle est vis à vis de la fameuse Isle de Paros. Du bas d'une des plus belles grottes du monde, qui est toute revêtuë de congelations admirables, s'élevent sur une espece de crête des piliers de marbre cylindriques, dont le plus haut a plus de six pieds sur un pied de diametre ; il est arrondi à sa pointe, & presque d'égale épaisseur. On en voit quelques petits qui sont comme des cornes naissantes, & assez près delà il en reste la moitié d'un qui a été cassé en travers, & qui represente assez bien le tronc d'un arbre coupé. Le milieu qui est large d'un empan, est d'un marbre brun tirant sur le gris de fer, & c'est comme le corps ligneux de l'arbre. Cette matiere est entourée de l'aubier & de l'écorce, & même de vieux aubiers de differente couleur, qui se distinguent par six cercles concentriques épais d'environ deux ou trois *lignes*, dont les fibres vont du centre à la circonference. Il semble que ces troncs de marbre aïent vegeté, & peut-être qu'*ils* vegetent encore aujourd'hui ; car outre qu'il ne tombe pas des gouttes d'eau dans ce lieu, il n'est pas concevable que ces gouttes tombant de 25 ou 30 brasses de haut aïent pû former des pieces cylindriques dont la regularité n'est point interrompuë, & qui se sont terminées en calotte. Au fond de cette grotte sur la gauche il y a une pyramide bien plus surprenante, elle est haute de 24 pieds, isolée, semblable en quelque maniere à une thiare, relevée de plusieurs chapiteaux, canelez dans leur longueur, & soûtenus sur leurs pieds. Cette pyramide dont la base est large de 12 ou 15 pieds, est toute chargée d'ornemens dont les bouts sont plus gros que les pieds, & l'on s'apperçoit que leurs branches de même que celles des choux fleurs poussent de bas en haut, & se terminent par de gros bouqnets. Il n'est pas possible que cela se fasse par la chute des gouttes d'eau,

car les dernieres couvriroient l'ouvrage des premieres.

Ce que l'on vient de dire touchant la generation des pierres peut s'étendre sur les métaux. Il est assez vrai-semblable que ces sortes de corps se multiplient aussi par des germes particulieres. Vous ne trouverez peut-être pas, Messieurs, cette conjecture trop hardie, si vous voulez jetter les yeux sur cette vegetation naturelle d'or tres pur, qui a poussé en maniere de feüillages au travers d'une pierre fort dure & comme cristallisée. Voici de l'argent qui sortant de lui-même au travers d'une piece de cristal, s'est divisé en plusieurs filets, qui se sont racrochez contre d'autres pieces de la même cristallisation. On ne sçauroit soupçonner que cet argent ait passé au travers d'une filiere. Voici une piece qui me paroît plus surprenante, ce sont de petits germes d'argent qui ont été enveloppez dans une piece de marbre. Ces germes sont figurez en lames plates épaisses seulement d'un tiers de ligne, mais rayées en arrêtes de poisson. Ce petit morceau de cuivre s'est ramefié dans la terre tel que vous le voyez. Il n'est guerre possible d'expliquer toutes ces productions par des veines de métaux qui coulent dans les entrailles de la terre. On a beau dire que ces feüillages n'ont pas une figure déterminée, que ce ne sont que des vegetations imparfaites. Quelque nom qu'on leur donne, il s'agit d'expliquer leur generation. Supposé qu'il y ait des métaux fluides dans la terre, ils ne sçauroient passer au travers des pores des roches cristallisées, & se relever en feüillages.

On faisoit voir ces pieces, ainsi que celles dont il est parlé plus haut.

L'arbre de Diane dans toutes ses especes, ni les rainsseaux de glace que l'on remarque sur les vitres dans les gelées qui surviennent brusquement après un broüillard, ne sçauroient favoriser l'explication de ces Phenomenes. Tout le monde sçait qu'il est de la matiere des broüillards comme de celle des eaux distillées. Si l'on applique sur la chape d'un alembic de verre des linges moüillez dans l'eau froide, les parties spiritueuses des matieres que l'on distille ayant plus de mouvement que les autres, se reflechissent & s'échappent en differens sens au travers de celle-ci, & for-

ment des rainsseaux assez bien figurez : mais quelle application peut-on faire de ces observations aux cristaux de roche, par exemple, qui tapissent le haut d'une caverne tout comme les côtez, & qui sont toûjours taillez d'une certaine maniere ? Ces observations prouvent que tout ce qui est naturellement figuré dans le monde ne suppose pas des semences particulieres, & ce n'est pas aussi ce que nous prétendons ; mais je crois qu'elles ne servent de rien pour expliquer les faits dont il s'agit. Comment se servir de l'exemple des rainsseaux des vitres pour expliquer les vegetations métalliques ? Dira-t-on qu'elles se forment par des vapeurs qui s'élevent dans les cavernes ? Les vapeurs feroient un enduit ou une couche métallique au lieu de feüilles d'or ou d'argent qui ont des pouces entiers de saillie, & dont les racines pénetrent la roche. Pour ce qui est de l'arbre de Diane, tous les Physiciens conviennent que ce sont ou des cristallisations de parties de nitre ausquelles s'attachent des parties métalliques qui se précipitent à cause de la foiblesse de leur dissolvant, ou des effets du mercure qui par la chaleur qui l'agite entraîne les parties des métaux avec qui il étoit amalgamé. Il s'agit ici de tout autre chose : Les feüillages que je vous presente sont tres-solides ; c'est de l'or pur qui sort d'une roche tres dure, & où l'on ne peut rien soupçonner de ce qui se passe dans l'arbre de Diane.

Parmi les germes des pierres & des métaux, il y en a qui ne s'amollissent pas seulement par le suc de la terre, mais qui deviennent tout à fait liquides. S'ils pénetrent les pores de certains corps, ils y durcissent & se petrifient ; comme il est arrivé à ce morceau fougere que j'ay l'honneur de vous presenter, & à ces écrevisses qui ne sont devenus pierres que par cet accident. Si les germes pierreux se logent dans le creux de certains corps, ils s'y durcissent & en retiennent le relief ainsi tout ce que l'on nomme *pectinites*, *conchites*, *mytulites*, *ostracites*, *nautilites*, *echinites*, ne sont que des veritables pierres dont les germes liquides sont entrez dans les creux des coquilles, que l'on appelle

pecten, *concha*, *mytulus*, *ostrea*, *nautilus*, *echinus*, & dont ils ont pris le relief. Voilà des *cochlites* où l'on voit encore une partie du limaçon, & l'on en trouve une infinité autour de Paris où il semble que la coquille se soit insensiblement reduite en poussiere. Lorsque les germes de differentes pierres se mêlent ensemble, ils gardent toûjours leur caractere. Le germe du cristal produit du cristal, & ce qui étoit destiné à faire de la pierre produit de la pierre, ainsi qu'on le voit dans cette corne d'ammon, & dans ce *conchites*, dont les creux sont tous cristallisez.

Si au contraire ces germes liquides se répandent sur des cailloux, sur des coquilles ou sur du sable, ils enveloppent à la fin tous ces corps, & se figeant entr'eux ils forment une espece de mastic, qui ne laisse pas que de croître quoiqu'il soit dur, ainsi que les autres pierres vives. Il y a apparence que ces roches qui ne sont qu'un amas de cailloux mastiquez, ont été formées par plusieurs de ces germes liquides, ainsi que les carrieres qui sont pleines de coquillages : ou bien on peut croire que les roches en croissant ont enveloppé ces sortes de corps.

Les germes des veritables pierres se trouvent renfermez aussi dans le frai de certaines coquilles, de même que cette matiere dure & solide qui est destinée pour faire les logemens de ces poissons. Tous les poissons enfermez dans des coquilles fraïent où ils font des œufs ; mais il y en a peu de ce dernier genre, & je n'en connois que le *Buccinum*, qu'on appelle *Oviparum*. Quoiqu'il en soit, les germes des uns & des autres renferment aussi-bien la matiere de leur coque, quelque épaisse & dure qu'elle devienne dans la suite, que le germe de la semence d'un Elephant renferme ces ossemens si durs & si lourds. Il y a une espece de coquille appellée *pholas*, qui ne se trouve jamais que dans des creux de cailloux, & ces creux sont faits de la grandeur qu'il le faut pour les recevoir. Cependant il n'est pas concevable que ces poissons soient venus de dehors se creuser leur niche. Il y a bien plus d'apparence que les pierres dans lesquelles ils sont renfermez ont été mollasses dans

un certain temps, & que cette espece de gelée par où ils ont commencée se soit trouvée dans le frai, de même que la matiere qui devient ensuite la coque de l'œuf se trouve veritablement dans le germe; & certainement la coque des œufs d'Autruche est incomparablement plus dure que les rochers dont nous parlons.

Après toutes les observations dont on vient de parler, il me semble qu'on peut supposer que le germe des pierres & des métaux est une espece de poudre qui peut être se détache des pierres & des métaux dans le temps qu'ils sont encore en vie, c'est à dire qu'ils croissent, comme nous avons fait voir qu'il y en avoit qui croissoient veritablement. On peut comparer cette poussiere que nous appellons les germes des pierres aux semences de plusieurs plantet: Les semences des Fougeres, des Capillaires, des Mousses, des Trufles & de plantes semblables ne se peuvent découvrir qu'avec le microscope. Cependant ces semences produisent aussi bien que celles qui sont tres-sensibles. Peut-être que les cailloux sont parmi les pierres, ce que les Trufles sont parmi les plantes. Cette pensée n'est pas tout à fait nouvelle. Pline assure que Mutianus & Theophraste ont crû que les pierres produisoient d'autres pierres, & S. Gregoire de Nazianze assure qu'il y a eu des Auteurs qui ont pensé que les pierres faisoient l'amour.

Ἔςι καὶ ἀψύχοισι γάμος καὶ δεσμὸς ἔρωτος. *Greg. Nazian. Poëma de Virgin.*

Combien voit-on des œufs de poissons qui sont aussi menus que des grains de sable? Les Physiciens pourtant sont persuadez que les poissons entiers sont renfermez en miniature dans les germes de ces grains de sable, & que toutes les parties qui sont dessinées dans un espace qui échape à nôtre imagination, ne font que se développer & se rendre sensibles par un suc qui les dilate. Il ne s'agit donc ici que du plus au moins. Qui est-ce qui peut douter que l'Auteur de la nature qui a renfermé dans le germe d'un œuf d'un quart de ligne de volume le poisson Narwal, que l'on appelle Licorne de mer, & qui a plus de 20 pieds de long, n'ait pû renfermer un banc de pierre dans un germe de la grosseur d'un grain de sable? Rien ne manifeste plus

plus la grandeur du Seigneur que cette ſimplicité & cette uniformité qui ſe trouvent dans les productions de tous les corps. Quoi de plus admirable que de voir ſortir d'un ſi petit volume, hommes, poiſſons, oiſeaux, quadrupedes reptiles, plantes, pierres, métaux? Puiſqu'il y a des pierres qui croiſſent inconteſtablement par un principe interieur, qui ne dépend que d'une organiſation particuliere, qui reçoit & qui diſtribuë le ſuc que la terre qui eſt la mere commune de toutes les creatures leur fournit; pourquoi n'admettra-t-on pas ce même principe dans les autres foſſiles? Il ne faut pas s'imaginer que les plus grandes montagnes du monde ſoient d'une ſeule piece. Ces effroyables maſſes des rochers ſont composées d'une infinité de blocs ſeparez le plus ſouvent en d'autres pieces, qui ont été produites par autant de germes particuliers, ou peut être par pluſieurs germes qui ſe ſont confondus les uns avec les autres en ſe dilatant. Les bancs de pierre ſont ordinairement horizontaux, & ceux qui ſont verticaux ou obliques ne ſont peut-être devenus tels que par quelque renverſement particulier. Il y a apparence que c'eſt la preſſion de l'atmoſphere, qui comprimant également la ſurface de la terre, fait que les germes qui croiſſent s'applatiſſent toûjours horizontalement.

HISTOIRE

D'un Fœtus humain tiré du ventre de ſa mere par le fondement.

PAR M. LITTRE.

AU mois de Mars de l'année 1701. M. Caſſini donna avis à cette Compagnie, qu'une femme ſans avoir eu aucun ſigne apparent de groſſeſſe, avoit vuidé par le ſiege pluſieurs os, qui ſembloient être les os d'un fœtus. La 1702. 15. Nov.

chose parut fort extraordinaire, d'autant plus que quelques-uns se souvinrent qu'on avoit autrefois proposé des faits assez semblables, qui s'étoient trouvez faux par la recherche qu'on en avoit faite.

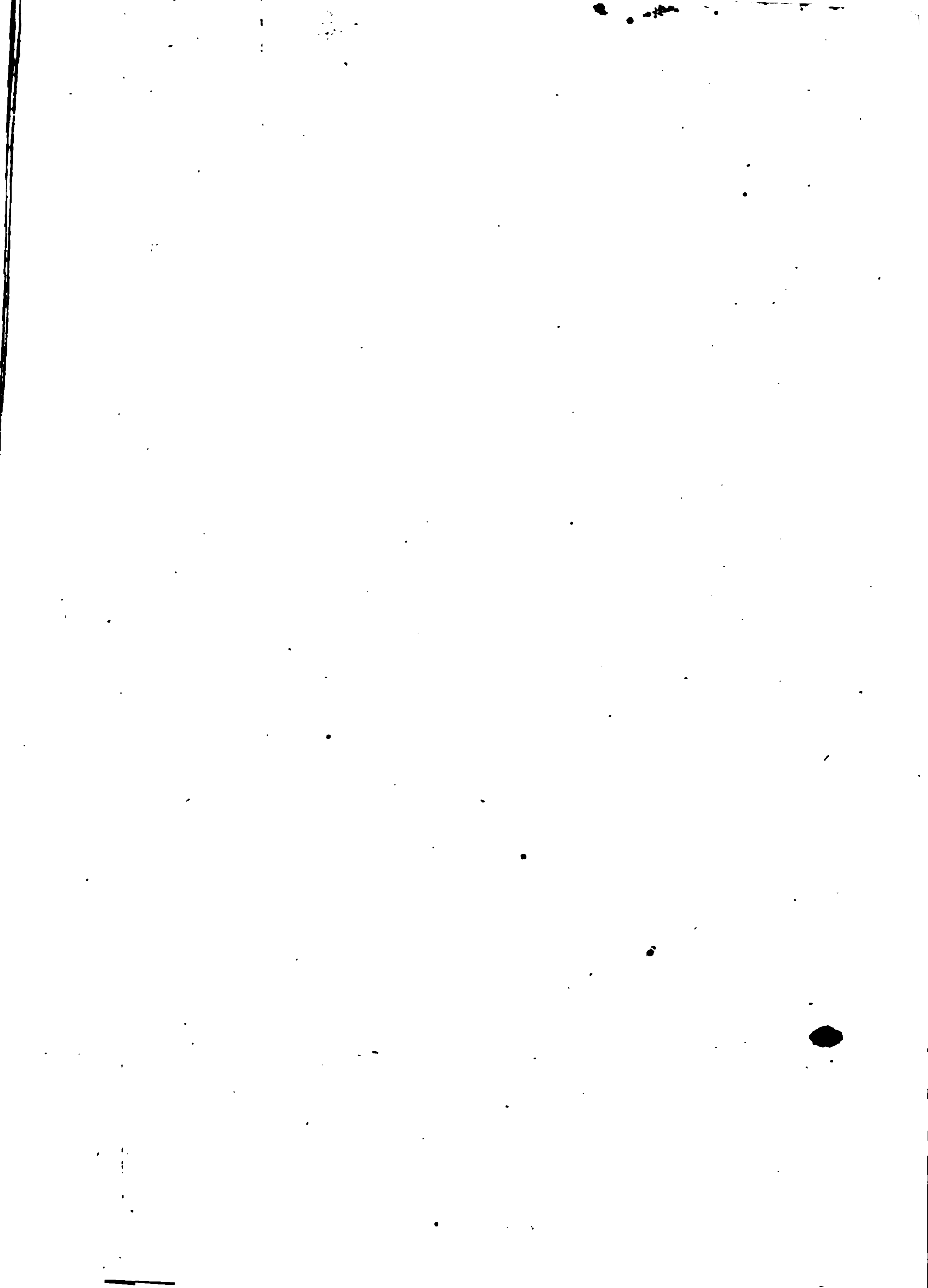
Plusieurs de la Compagnie s'offrirent d'aller voir la personne. Messieurs Cassini pere & fils m'y inviterent. J'acceptai l'offre, bien-aise d'avoir occasion d'examiner un fait si singulier. Je trouvai au lit une femme de 32 ans, autrefois fort grasse, alors horriblement décharnée & tres-foible.

J'appris qu'il y avoit 12 ans qu'elle étoit mariée; que pendant les six premieres années de son mariage elle avoit eu 3 enfans; que dans les 3 années suivantes elle avoit fait quatre fausses couches; que vers le 15 du mois d'Aoust de l'année derniere, elle avoit senti une douleur aiguë à la hanche droite; que cette douleur, qui étoit diminuée quelque temps après, avoit entierement cessé au bout de 5 semaines.

Qu'au commencement du mois de Novembre de la même année, la malade avoit senti sous le foye une autre douleur, accompagnée d'un grand étouffement, & qu'en appuyant sur la region douloureuse, on y avoit remarqué une tumeur ronde & grosse comme les 2 poings, qui ne paroissoit pas au dehors, & qu'on sentoit au toucher; qu'environ 2 mois après, ce qui faisoit cette tumeur, étoit tombé dans le côté droit du bassin de l'hypogastre, & que la douleur & l'étouffement avoient cessé sur le champ; que 8 jours ensuite la douleur de la hanche étoit revenuë & avec plus de violence que la premiere fois, & qu'elle avoit été suivie d'hemorrhoïdes interieures & exterieures, de difficulté d'uriner & d'aller à la selle, d'ardeur d'urine & d'impuissance de marcher, principalement du côté droit.

Que vers la fin du mois de Decembre dernier il lui prit une fiévre qui a duré 4 mois sans relâche, avec plusieurs redoublemens par jour, la plûpart précedez de frissons: Elle étoit encore accompagnée d'une grande aversion pour toutes sortes d'alimens, de défaillances, de hocquets, de

Fait par Simonneau le fils



vomissemens de sang, de cours de ventre purulent & sanglant, qui entraînoit avec le pus & le sang des os, des chairs pourries, des cheveux, &c. tout cela suivi d'épreintes, de colliques cruelles, de toux, crachement de sang, insomnies continuelles, delires, mouvemens convulsifs, douleurs insupportables dans toutes les parties du corps jusques dans la moëlle des os, & la racine des cheveux & des ongles, d'une foiblesse extrême, toute la peau, hormis au visage, étoit noire comme de la suïe, à cause d'une croûte qui etoit épaisse de plus d'une ligne, & si adherante, qu'elle sembloit en faire partie.

J'appris enfin que cette femme avoit commencé à vuider des os les premiers jours de Mars dernier, après avoir fait de grands efforts pour aller à la selle. Le premier qui parut fut l'os d'un bras de fœtus, depoüillé de ses chairs & separé de ses épiphyses, qu'on lui tira avec beaucoup de peine du gros boyau où il s'étoit engagé. Cet os fut suivi durant 4 jours de quelques autres, mais beaucoup plus petits, & de matieres épaisses purulentes, & d'une odeur cadavereuses. Voilà tout ce qui me fût dit d'abord.

Avant que d'examiner la malade, je demandai à voir les os qu'elle avoit rendus par le fondement. Je reconnus d'abord qu'ils étoient de veritables os d'un fœtus, & d'un fœtus d'environ six mois. Je lui demandai ensuite de combien elle croyoit être grosse ? Elle répondit, qu'elle n'en sçavoit rien, qu'elle n'avoit pas même eu aucun soupçon de l'être; parce que ses regles ne lui avoient pas manqué depuis sa derniere fausse couche ; que son ventre n'avoit point grossi sensiblement, & qu'elle n'y avoit point senti remuer d'enfant comme dans ses autres grossesses; que son sein n'étoit point plus gros que quand elle n'étoit point enceinte, & qu'il n'y avoit point paru de lait; enfin qu'elle ne se souvenoit pas d'avoir eu aucune des incommoditez qu'elle avoit eu dans ses grosses.

Cependant quelque temps après on la fit souvenir que le mois de May 1701, elle avoit eu une forte envie de manger d'un maquereau, qu'elle n'avoit pû satisfaire à cause

de la cherté. On la fit encore souvenir que dans le même temps elle avoit été dégoûtée des alimens ordinaires contre sa coûtume, & qu'elle avoit eu des maux de cœur. Or de fortes envies, des dégoûts, des maux de cœur étant des signes de grossesses, on peut dire que cette femme étoit devenuë grosse en ce temps là, d'autant plus que la grandeur des os du fœtus nous marque la même chose.

J'examinai le lendemain la matrice & le gros boyau de la malade. Ce qui appartenoit à la matrice étoit dans son état naturel, aussi n'en étoit-il rien sorti durant le cours de la grossesse, que dans le temps reglé pour les femmes saines qui ne sont pas grosses. Le fondement étoit bordé en dehors d'hemorroïdes noires & ulcerées, & son trou étoit si serré par les hemorrhoïdes & par une dureté considerable qui en occupoit toute la circonférence de la largeur de 8 lignes, que je n'ai jamais pû introduire deux doigts à la fois dans la cavité du rectum de cette femme, sans faire un grand effort, & sans la faire tomber en foiblesse.

Cet intestin par dedans étoit ulceré en plusieurs endroits, plein d'hemorrhoïdes, & percé d'un trou qui étoit large d'environ un pouce & demi, autant qu'il me fut permis d'en juger par le doigt, par les instrumens & par ce qui en sortoit. Ce trou étoit situé à sa partie posterieure du côté droit deux pouces & demi au dessus du fondement, & où à peine le bout de mon doigt indice pouvoit atteindre. Alors il n'y eût plus lieu de douter du chemin que les os & les autres matieres étrangeres, rendus par le siege de la malade, avoient tenu pour sortir hors de son corps par cette voye.

Examinant avec le doigt la playe ou le trou du gros boyau, je sentis la tête d'un fœtus qui étoit si fortement appliquée contre la playe de ce boyau, que je ne pûs jamais la ranger ni la repousser; & le visage que ce fœtus presentoit, bouchoit si exactement cette playe, que la malade depuis 5 jours ne rendoit par le siege aucune des matieres extraordinaires qu'elle rendoit auparavant par cet endroit.

Voilà tout ce que j'observai dans la matrice & dans le gros boyau de cette femme, & que M. Portail fameux accou-

cheur, qui avoit examiné avant moi ces parties, y avoit aussi observé.

Instruit de toutes les circonstances qui avoient précedé & accompagné la maladie de cette femme, & voyant l'extrême foiblesse où elle étoit, & les difficultez de cette espece extraordinaire d'accouchement, il me fût aisé de prévoir que le traitement des maux & de la personne dans un état si déploré, m'assujettiroit à de grandes assiduitez, & à des ménagemens infinis pour prendre les momens favorables. Mais la confiance qu'elle avoit prise en moi, m'engagea à m'en charger seul. Voici en gros les moyens que j'ai mis en usage pour réüssir.

J'ai soûtenu durant tout le traitement les forces de la malade avec de forts consommez, de bonne gelée, des œufs frais, du jus de viande, du vin d'Alicant, &c. Sa boisson ordinaire étoit une prisane adoucissante, aperitive & fortifiante. Je l'ai purgée doucement de temps en temps, quelquefois avec un peu d'ypecacuana. Elle a usé long-temps d'un opiat absorbant, stomachique & febrifuge. Elle a pris quantité de somniferes. On lui a donné de deux jours l'un la moitié d'un lavement fait avec une décoction déterſive & adoucissante. On lui a long-temps injecté trois fois le jour dans le gros boyau de l'huile de lin & d'amandes douces, avec une seringue qui avoit une canule dont le bout étoit aveugle, plus gros que de coûtume, & percé de quantité de petits trous tout autour de la longueur d'un pouce & trois lignes. Enfin cette femme a toûjours eu au fondement des linges imbibez des huiles dont je viens de parler.

Dès que j'eus pourvû aux plus pressans besoins, je ne pensai qu'à tirer ce qui restoit du corps du fœtus dans la capacité de l'hypogastre de la mere. Pour y parvenir plus sûrement, je ne travaillois à cette extraction que de deux ou trois jours l'un, afin de ménager les forces de la malade, qui étoient presque épuisées. J'insinuois dans le gros boyau le doigt indice de la main gauche, avec laquelle je poussois en haut le fondement pour mieux atteindre à la plaïe de cet intestin, pendant que j'appuïois la main droite sur le

bas du ventre pour faire descendre le fœtus & le boyau de la mere, & les faire approcher davantage l'un & l'autre du fondement, afin de tirer le fœtus avec plus de facilité.

Je commençai l'operation par le visage, parce qu'il se presentoit, comme j'ay dit, à la playe du gros boyau de la mere. Je déchirai d'abord peu à peu avec l'ongle du doigt indice gauche les parties molles qui en couvroient les os, puis je separai ces os les uns des autres; ensuite je les tirai à mesure avec le même doigt, de la capacité de l'hypogastre de la mere, dans la cavité de son gros boyau, & delà hors du corps par le fondement, & ils furent tous tirez dans l'espace de 12 jours.

L'extraction des os du crane m'occupa pendant un mois; parce qu'outre que la peau du crane est incomparablement plus dure & plus épaisse que celle du visage, & que les os du crane dans les fœtus tiennent entr'eux par une substance beaucoup plus épaisse que ceux de la face, les deux os parietaux, la grande piece de l'occipital & les deux pieces du coronal avoient beaucoup plus de largeur que la playe du gros boyau de la mere, & que l'ouverture de son anus. Aussi après avoir tiré les petits os du crane, les grands se presentant toûjours au passage, je me vis dans la fâcheuse necessité d'abandonner la malade à sa mauvaise destinée, par l'impossibilité que je croyois qu'il y avoit d'en faire l'extraction. Car quelle apparence que dans l'extrême foiblesse où elle étoit, elle eût pû resister aux douleurs insupportables que ces grands os causoient par leurs pointes aux parties enflammées & ulcerées de son ventre au moindre mouvement qu'il s'y faisoit?

Il sembloit cependant qu'il y avoit deux moyens à tenter pour tirer ces quatre grands os du crane du fœtus. Le premier étoit de faire une incision au côté droit de l'hypogastre de la mere, assez grande pour les pouvoir tirer avec des pincettes par cette ouverture.

Le second moyen étoit d'aller couper ces os dans le ventre avec un instrument en l'y portant par le fondement & par la playe du gros boyau, & puis de les tirer en pieces par

la même voye avec un autre instrument : mais ces deux moyens me paroissent tres difficiles & tres-dangereux.

Quant au premier moyen il n'y avoit aucune apparence de le pouvoir pratiquer avec succès, la malade etoit trop foible pour supporter l'operation, les parties contenuës dans la cavité de l'hypogastre trop affectées pour la permettre, & son sang trop corrompu pour avoir lieu d'esperer qu'il pût faire la réünion d'une si grande playe.

Quant au second moyen il me sembloit tres difficile & tres-dangereux de le mettre en usage; tres difficile, 1°. parce que le siege de la malade étoit si serré par la fluxion & l'inflammation qui s'y étoient faites, & si fermé par quantité d'hemorrhoïdes qui le bordoient dedans & dehors, que je ne croyois pas de le pouvoir jamais assez dilater pour introduire le doigt avec un instrument dans le gros boyau, puisque je n'avois jamais pû y insinuer deux doigts à la fois sans faire tomber la malade en foiblesse.

2°. A cause que la playe de ce boyau étoit si éloignée du siege, que mon doigt ne pouvoit atteindre qu'à sa partie inferieure; par consequent mon doigt ne pouvoit presque être d'aucun secours pour l'operation.

Le second moyen étoit tres-dangereux, 1°. parce que je ne croyois pas qu'il fût possible de porter bien avant un instrument tranchant dans le gros boyau, dont l'entrée étoit bouchée par les causes marquées, & delà le faire entrer par la playe de ce boyau dans l'hypogastre sans le blesser, ou quelques-unes des parties de la mere contenuës dans la capacité de l'hypogastre.

2°. A cause qu'il me sembloit absolument impossible de couper en plusieurs pieces les os du fœtus dans la capacité de l'hypogastre, sans couper en même temps, quelques-unes des parties de la mere mêlées & confonduës avec les os du fœtus; parce que mon doigt ne pouvoit ni ranger les parties de la mere pour les mettre à couvert de l'action de l'instrument, ni mes yeux diriger en aucune maniere son tranchant pendant l'operation.

Cependant animé par ce qui m'avoit déja réüssi, tou-

ché des larmes de la malade, des prieres de son mary & de ses parens, & convaincu qu'elle mourroit infailliblement, si elle n'étoit délivrée principalement des grands os du crane du fœtus qui étoient encore dans la cavité de son ventre, je me déterminai à tenter le dernier moyen quelque difficile & dangereux qu'il me parût. Pour cela je cherchai parmi les instrumens connus jusqu'ici en Chirurgie, s'il n'y en auroit point de propre à executer mon dessein; mais n'en trouvant aucun, j'imaginai une pincette de fer à anneaux, longue de dix pouces, de figure courbe & conique, & mousse par le bout. Chaque branche depuis les anneaux jusqu'au clou est ronde, unie & épaisse de quatre lignes, & depuis le clou jusqu'au bout arrondie & unie en dehors, mais plate en dedans & unie aussi, hormis vers le bout, où elles sont l'une & l'autre un peu hachées de la longueur de 2 lignes, mais cette hachure ne va que jusqu'à une ligne près de l'extremité.

La branche de la pincette, située du côté concave, est plus longue que l'autre d'une ligne & demie. Sur la partie plate de cette même branche, il y a une languette d'acier fait en maniere de lame de ciseaux courbes; elle est longue de deux pouces, elle a une ligne & demie de saillie à l'endroit de sa plus grande largeur, va toûjours en diminuant, & finit à 3 lignes de l'extrêmité de la branche. La branche placée du côté convexe est percée de part en part vis à vis de la languette, d'une ouverture qui est un peu plus longue & plus large que la languette pour la recevoir facilement, lorsqu'on ferme cet instrument.

Ayant mis la malade dans la situation la plus commode, j'introduisis dans son gros boyau le doigt indice de la main gauche, & l'avançai jusqu'à sa playe; puis avec la main droite je fis glisser la pincette le long de ce doigt, qui la conduisit seulement jusqu'à la playe de l'intestin. Je retirai ensuite le doigt, & je poussai doucement avec la main droite l'instrument dans la capacité de l'hypogastre, où ayant écarté les branches l'une de l'autre d'environ un tiers de ligne, je cherchai parmi les parties de la mere contenuës dans

dans cette capacité les os du fœtus qu'il falloit couper, & qui n'ayant qu'environ un tiers de ligne d'épaisseur, s'engageoient d'eux-même entre les branches de la pincette en la poussant & retirant alternativement, pendant que les parties de la mere, qui étoient beaucoup plus épaisses, n'y pouvoient entrer. Alors je serrois doucement cet instrument pour retenir le corps qui s'étoit glissé entre ses branches entr'ouvertes, puis j'examinois s'il n'étoit pas une des parties de la mere. Je connoissois que ce corps n'étoit pas une de ses parties, 1°. lorsqu'en le serrant la mere ne sentoit point de douleur, 2°. si en le remuant & secoüant à plusieurs reprises, il ne me paroissoit pas avoir aucune connexion avec les parties de la mere. Enfin je conjecturois que le corps chargé, c'est à dire, engagé entre les branches de la pincette, étoit un des os du crane du fœtus, lorsque les branches de cet instrument n'étoient gueres écartées l'une de l'autre.

Assuré par ces trois moyens que je tenois un os du fœtus & non pas une partie de la mere, j'avois soin de le faire contenir dans cette situation avec une main qui appuyoit un peu ferme sur le ventre de la malade; puis j'ouvrois l'instrument de maniere que l'os chargé pouvoit s'engager davantage entre ses branches, mais non pas m'échaper, ni les parties de la mere s'y insinuer; alors je le poussois plus avant dans la capacité de l'hypogastre pour faire glisser l'os sur le tranchant de la lame : mais avant que de serrer assez l'instrument pour couper l'os chargé, je faisois faire de nouveau à la malade toute l'attention possible, pendant que de mon côté je n'en faisois pas moins pour reconnoître si quelqu'une de ses parties s'étoit glissée avec l'os entre les branches de l'instrument. Etant sûr qu'il n'y en avoit pas, je coupois doucement ce qu'il y avoit d'os sur le tranchant de la lame. Avant que de retirer la pincette, j'examinois si l'os chargé étoit entierement coupé; s'il ne l'étoit pas, ce que je connoissois par l'impossibilité qu'il y avoit de la fermer tout à fait, je poussois l'instrument plus avant sans quitter prise pour achever de le couper. Je connoissois qu'il

l'étoit entierement lorſque la pincette étoit tout à fait fermée.

Les quatre grands os du crane étant ainſi coupez, je ſongeai à en tirer les pieces; mais ne voyant aucune apparence d'en venir à bout avec le doigt, que je ne pouvois porter dans l'hypogaſtre, où elles flottoient pêle-mêle avec les parties de la mere, je fis faire un autre inſtrument propre pour les y aller charger. Cet inſtrument ne differe du premier, qu'en ce qu'il eſt plus long & plus courbe, & qu'il n'a point de languette. On peut voir dans les Figures ſuivantes la forme & la diſpoſition de ces deux inſtrumens.

Avec le dernier inſtrument je chargeai à differentes repriſes les pieces des quatre grands os du crane du fœtus, obſervant à peu prés les mêmes précautions que j'avois obſervées pour les couper; enſuite je les tirai les unes après les autres le plus doucement qu'il me fût poſſible, pour ne donner aucune atteinte fâcheuſe aux parties de la mere; après quoi je m'attachai à tirer avec le même inſtrument tous les autres os du fœtus qui reſtoient encore dans l'hypogaſtre de la mere; ce que j'eus fait dans quinze jours, aux plus petits près, qui ſortirent dans la ſuite avec du pus & quantité de ſes parties molles pourries.

Les os du fœtus etant tirez, je compris qu'il me reſtoit encore ſix indications à remplir pour guerir entierement la malade.

La premiere étoit de fondre & diſſoudre les glaires, le pus, le ſang caillé, les chairs, la cervelle, &c. qui etoient encore dans la capacité de l'hypogaſtre, pour les diſpoſer à paſſer plus facilement dans la cavité du gros boyau par ſa playe, & delà hors du corps par le ſiege.

La ſeconde indication etoit de vivifier, de ramollir, de mondifier & cicatriſer les parties de la malade contenuës dans ſon hypogaſtre, qui ayant trempé cinq mois dans la pourriture, etoient pleines d'ulceres & de duretez; ce que j'ai ſenti avec le bout du doigt, parce que ces parties avançoient un peu quelquefois dans la cavité du gros boyau par

ſa playe, lorſque j'eus tiré la plus grande partie des os du fœtus.

La troiſiéme indication étoit de rétablir le gros boyau, qui avoit été ſi maltraité par l'introduction forcée du doigt ou des inſtrumens, par leurs mouvemens differens, ſi ſouvent reïterez, par l'extraction des corps durs & inégaux, & par le continuel paſſage des matieres âcres & rongeantes.

La quatriéme indication étoit de fondre & réſoudre les hemorrhoïdes tuméfiées, la grande dureté qui étoit autour du fondement & celles qui étoient dans le gros boyau.

La cinquiéme indication étoit de déterger & cicatriſer les hemorrhoïdes ulcerées, & les ulceres du gros boyau.

La ſixiéme étoit d'achever de guerir ce qui reſtoit des autres accidens de la maladie.

J'ai ſatisfait aux trois premieres indications en trois manieres. 1°. En faiſant pendant deux mois, ſuivant les indications, diverſes ſortes d'injections dans la poche du fœtus & dans la capacité de l'hypogaſtre de la mere avec la ſeringue & la canule, dont j'ai deja parlé, afin que la liqueur ſe pût répandre de tous côtez ſur les parties affectées. 2°. En mettant la malade dans les ſituations les plus propres, ſoit pour porter plus facilement l'injection dans la cavité de la poche du fœtus & dans celle de l'hypogaſtre de la mere, & lui donner lieu d'y ſéjourner quelque temps, ſoit pour en procurer la ſortie après qu'elle y avoit communiqué ſa vertu, ou pour avoir la facilité d'y en injecter de nouvelles. 3°. En faiſant remuer de temps en temps le corps de la malade, afin que la liqueur ſe répandant & ſe diſtribuant partout le baſſin de l'hypogaſtre, lavât & détergeât les parties malades, & les rétablît dans leur état naturel.

J'ai ſatisfait à la quatriéme & à la cinquiéme indication avec des huiles, des pommades & des fomentations émollientes & réſolutives.

Enfin j'ai entierement rempli la ſixiéme & derniere indication, & en même temps une partie des precedentes,

par un regime de vivre convenable, & par plusieurs sortes de remedes faits en temps & lieu ; de sorte que par tous les moyens, dont je viens de parler, la malade a eté délivrée de toutes ses indispositions à la fin du mois de Juin dernier ; la playe même du gros boyau, qu'on avoit lieu de croire incurable, m'a paru fermée, & ce boyau fait toutes ses fonctions comme il faisoit avant la maladie.

Au commencement du mois d'Aoust suivant cette femme s'est trouvée en état de vaquer à ses affaires. Le 15 du même mois ses regles, qui ne l'avoient quittée qu'au commencement du fort de sa maladie, ont reparu pour la premiere fois, & elles lui ont repris les mois suivans au même temps & à la maniere accoûtumée. Enfin vers la fin de Septembre dernier elle a été aussi forte & dans un aussi embonpoint qu'auparavant, & elle joüit d'une santé parfaite.

Si l'on confere ce que j'ai exposé dans cette histoire avec ce qu'on trouve dans les Auteurs, on conviendra facilement que je n'ai point eu de guide dans ce que j'ai fait pour guerir cette femme ; & si l'on fait toute l'attention qu'on doit à la grandeur de sa maladie, on conviendra encore qu'on ne peut assez admirer comment dans un corps humain il peut se trouver autant de ressources qu'il en faut pour soûtenir durant dix mois, sans intermission, un si horrible concours de tant d'accidens, & supporter tous les remedes & toutes les operations necessaires pour en sortir. Il est vrai que dans ce traitement j'ai pris toutes les précautions imaginables pour conserver les forces de la malade, & pour ne lui point faire de violence, ni par les remedes, ni dans les operations ; sans cela je ne doute point qu'elle ne fût morte mille fois, si elle avoit eu mille vies à perdre.

Voyons à present dans quel endroit ou dans quelle partie du ventre de la malade le fœtus dont il s'agit, a été contenu pendant qu'il y a vêcu. On peut d'abord soupçonner quatre endroits differens, sçavoir la simple capacité du ventre, la matrice, les trompes & les ovaires, qui sont renfermez dans cette capacité.

Ce fœtus n'étoit pas contenu dans la ſimple capacité du ventre ; parce qu'en preſſant de haut en bas la partie inferieure du ventre de la mere, j'ai touché pluſieurs fois une eſpece de poche, d'une grandeur à contenir un petit fœtus d'environ ſix mois, ronde, peu ſtable dans ſon aſſiette, & percée d'un grand trou, ſitué à ſa partie laterale gauche par où le fœtus en étoit vrai-ſemblablement ſorti ; les bords de ce trou étoient inégaux, & avoient trois lignes d'épaiſſeur.

Cette poche n'étoit certainement pas les membranes qui envelopent le fœtus, mais bien une des parties de la mere ; puiſque j'avois tiré ces membranes avec ſes autres parties hors du corps de la mere : Que cette poche avoit une liaiſon étroite avec les parties de la mere, auſquelles les membranes du fœtus ne tiennent que foiblement : Que ces membranes n'ont pas demi-ligne d'épaiſſeur, & que les parois de la poche en avoient trois : Enfin qu'en preſſant un peu fortement cette poche la mere y ſentoit de la douleur.

Ce fœtus n'étoit pas non plus contenu dans la cavité de la matrice. 1°. Parce que la mere a eu reglément ſes ordinaires pendant cette groſſeſſe, qu'elle n'avoit jamais eus dans les précedentes.

2°. Que le trou de la poche étoit ſitué à ſa partie laterale gauche, & la plaïe du gros boyau à la partie laterale droite de ce boyau. D'où il ſuit, que ſi cette poche avoit été la matrice, je n'aurois jamais pû directement porter du trou du boyau dans celui de la matrice le bout du doigt, ni la canule de la ſeringue pour y pouſſer de l'injection, comme j'ai fait un grand nombre de fois ; puiſque la matrice eſt toûjours placée au devant du gros boyau & jamais à ſes côtez.

3°. Que trois mois après la ſortie du fœtus la poche étoit encore fort groſſe ; au lieu que la matrice ſe réduit à ſa grandeur naturelle douze ou quinze jours après l'accouchement.

4°. Qu'on n'a obſervé pendant le traittement aucune alteration dans les parties naturelles de cette femme, ni

aucun écoulement de matiere étrangere par l'orifice interieure de la matrice, pendant qu'il est toûjours sorti par le siege quantité de fort mauvaises matieres, dont une partie venoit de la capacité de l'hypogastre ou de la poche du fœtus.

5°. Que la matrice pleine d'un fœtus âgé seulement de six mois, & petit par rapport à son âge, ne s'étend jamais jusqu'aux fausses côtes; cependant la partie qui contenoit ce fœtus, étoit parvenu jusqu'à cet endroit, & s'y étoit tenuë environ deux mois.

Enfin si ce fœtus eût été contenu dans la matrice, il auroit fallu pour en sortir à travers son corps, qu'il en eût rongé ou déchiré les parois. On ne peut pas dire que ce fœtus par sa pourriture ait rongé les parois de la matrice, parce qu'il ne s'est jamais écoulé par son orifice ni pus ni sanie, &c. & que je la pressois & repoussois dans le ventre sans que la malade y sentit de la douleur.

On ne peut pas non plus dire que ce fœtus par son accroissement ait déchiré les parois de la matrice de sa mere. 1°. Parce que sa matrice avoit souffert de plus grandes dilatations dans les autres grossesses, dans lesquelles elle avoit porté sans se rompre plusieurs enfans à terme qui étoient incomparablement plus gros que celui-ci.

2°. Parce que dans les matrices déchirées par des fœtus, ces fœtus sont fort robustes, & pour l'ordinaire à terme; les meres ont des douleurs pour accoucher, leur matrice fait de grands efforts pour se délivrer du fœtus contenu dans sa cavité: elles sentent des douleurs tres-vives, surtout dans le temps du déchirement. Enfin il coule toûjours du sang par les parties naturelles de ces femmes, tant de l'endroit où les parois sont déchirées dans toute leur épaisseur, que de celui dont le placenta a été détaché avec violence. Or dans cette grossesse extraordinaire il ne s'est rencontré aucune de toutes les circonstances que je viens de rapporter pour prouver que ce fœtus n'a point été contenu dans la cavité de la matrice.

Ce fœtus n'ayant donc point été contenu dans la simple

capacité de l'hypogastre, ni dans la cavité de la matrice, il reste à conclure qu'il a été contenu dans les trompes ou dans les ovaires, puisque nous n'avons point d'observation qu'on en ait trouvé dans d'autres endroits ; qu'ainsi les membranes de la trompe ou de l'ovaire droits formoient la poche dont il s'agit.

Je ne déterminerai pas si c'est plutôt la trompe que l'ovaire qui a servi de matrice à ce fœtus ; parce que je n'ai jamais pû porter mon doigt dans la capacité de l'hypogastre pour m'en bien eclaircir. Les conjectures que j'ai là dessus sont trop legeres & trop équivoques pour pouvoir y établir rien de solide ; d'autant plus que la trompe & l'ovaire droits sont également placez à l'endroit où etoit située la poche de ce fœtus. D'ailleurs nous avons des observations sur des fœtus trouvez dans des trompes & dans des ovaires, & moi même j'en ai trouvé dans ces deux parties.

Je passe maintenant aux causes de la rupture de la poche, de la chûte du fœtus dans la capacité de l'hypogastre de la mere, & de la mort du fœtus dans cette capacité.

La rupture de la poche du fœtus peut être arrivée, 1°. Parce que les membranes de la trompe ou de l'ovaire qui le contenoient étant infiniment moins spongieuses que la matrice, n'ont pû sans se rompre être assez etenduës pour contenir un fœtus de six mois.

2°. Que les trompes & les ovaires n'ayant pas à proportion des vaisseaux aussi gros & en aussi grand nombre que la matrice, le fœtus à l'âge de six mois a pû manquer d'air ou de suc nourricier, & ainsi tomber dans des mouvemens convulsifs qui ont pû donner lieu à la rupture de la poche.

3°. Les grands & frequens efforts que la mere a faits pour vomir & aller à la selle, & les violens remedes qu'on a mis en usage pour la guerir de sa douleur de hanche, ont pû contribuer encore à la même rupture.

4° Peut être aussi que l'inegalité de la tissure & de l'épaisseur des parois de la poche, & la pression & la dilatation inegales de cette poche par le fœtus & par la mere, ont donné occasion à son déchirement.

Cette poche aïant été déchirée par une ou plusieurs des causes que je viens de rapporter, le fœtus a dû tomber dans la capacité de l'hypogastre de sa mere, soit par son propre poids & son mouvement, soit par la contraction de la poche ou la pression du diaphragme & des parties interieures & exterieures du ventre de la mere.

Enfin ce fœtus a dû necessairement mourir dans la capacité de l'hypogastre de sa mere peu de temps après y être tombé; parce qu'alors son placenta étant tout à fait separé de la poche qui lui tenoit lieu de matrice, il ne recevoit plus de sa mere ni air ni suc nourricier pour la conservation de sa vie.

Je finirai cette histoire en expliquant les principaux accidens que le fœtus a causez à sa mere devant & après sa mort.

Le premier accident que le fœtus, pendant qu'il a vêcu, a causé à sa mere, a été une douleur à la hanche droite. Cette douleur étoit vrai-semblablement un effet de la compression que le fœtus contenu dans la trompe ou dans l'ovaire faisoit sur les veines & les vaisseaux lymphatiques de l'hypogastre du même côté. Car cette compression empêchant le retour du sang & de la lymphe par ces vaisseaux, donnoit lieu à une partie de la serosité de se séparer des autres principes de ces liqueurs, puis de s'échaper par les pores de leurs tuniques dans les interstices des fibres, ensuite de les picoter par les sels qu'elle entraîne toûjours avec elle, & enfin d'y exciter de la douleur.

La douleur de la hanche de la malade cessa après avoir duré cinq semaines, non pas tant peut-être par les remedes qu'on lui fit pour l'en guérir, que parce qu'alors le fœtus par son accroissement ayant gagné la region lombaire droite, ne comprima plus les veines & les vaisseaux lymphatiques qu'il comprimoit auparavant. Ainsi leurs liqueurs aïant leur cours libre, il ne s'écoula plus de serosité de ces vaisseaux, ni par consequent des sels pour picoter les parties nerveuses de la hanche, & ce qui s'en étoit déja écoulé rentra dans les vaisseaux, ou se dissipa par la transpiration

transpiration au moyen du mouvement & de la chaleur de la partie malade & des parties voisines.

Le second accident que le fœtus encore vivant a causé à sa mere, a été une tumeur dans la capacité du ventre au dessous des fausses côtes droites, accompagnée de douleur, & principalement de difficulté de respirer. Cette tumeur étoit formée par le fœtus, qui à force de croître étoit monté jusqu'à cet endroit du ventre, d'où la trompe & l'ovaire, dans l'un desquels il étoit contenu, sont peu eloignez. Le fœtus dans cette situation s'opposant à la descente du diaphragme rendoit l'inspiration de sa mere difficile; & pesant sur le rein droit & sur une partie du colon & de quelques autres intestins, empêchoit les matieres de couler librement par leur canal, & les liqueurs par leurs vaisseaux; d'où il devoit necessairement s'en ensuivre de la douleur dans ces parties.

Le troisiéme accident que le fœtus pendant sa vie a causé à sa mere, a été un poids tres-incommode dans le bassin de l'hypogastre, principalement du côté droit après être tombé du haut de la region lombaire dans ce bassin. Ce poids fut bien-tôt après suivi de difficulté d'aller à la selle & d'uriner, de cuissons en urinant, d'hemorrhoïdes interieures & exterieures, d'une impuissance de marcher surtout de la jambe droite, & d'une douleur dans la hanche du même côté beaucoup plus aiguë que la premiere qu'elle y avoit senti. Tous ces accidens suivent si naturellement de la compression faite par le fœtus, alors beaucoup plus grand sur le cou de la vessie, sur le gros boyau, & sur le nerf sciatique droit, par lequel les esprits se distribuënt aux muscles de la progression, que ce seroit perdre le temps d'en faire l'explication.

Le fœtus quelque temps après sa mort s'étant corrompu dans la capacité de l'hypogastre, a donné lieu à tous les autres accidens qui sont survenus à la mere durant le cours de sa maladie. La fievre, par exemple, a été causée par des sels, qui s'étant separez des autres principes par la corruption du fœtus, se sont peu à peu insinuez dans les vaif-

ſeaux de la mere, & ont excité dans ſon ſang une fermentation contre nature, dans laquelle conſiſte la fievre. Cette fievre a duré ſans interruption environ ſix mois; parce que la corruption du fœtus ou les effets qui en etoient la cauſe, ont duré ſans interruption pendant tout ce temps là; auſſi n'a-t-elle tout à fait ceſſé qu'après l'extraction entiere du corps du fœtus, la purification du ſang de la mere, & le rétabliſſement des parties contenuës principalement dans la capacité de ſon hypogaſtre.

Enfin la fievre & les ſels continuellement élevez de la pourriture de l'hypogaſtre, ont cauſé ſeparement ou conjointement les accidens preſqu'innombrables de la maladie de cette femme; la fievre en diſſipant les eſprits & détruiſant les parties intégrantes du ſang, & les ſels en irritant ou rongeant les parties ſolides, en coagulant les liquides ou leur donnant trop de ſubtilité, en embarraſſant ou bouchant les conduits par le moyen des humeurs qu'ils coaguloient.

La plaïe du gros boyau de cette femme a été faite par l'os d'un des bras du fœtus; parce que quelques jours avant que de le rendre par le ſiege, elle avoit ſenti dans le ventre des douleurs beaucoup plus vives qu'auparavant, qui l'avoient obligée de redoubler ſes efforts pour en chaſſer la cauſe. Peut-être qu'alors un des bouts de l'os appuyoit fortement ſur le gros boyau de la mere dans un endroit rongé en partie par la liqueur âcre dans laquelle il baignoit depuis long-temps. Ainſi ce boyau n'oppoſant qu'une foible reſiſtance aux fortes impulſions de l'os du fœtus, il le perça & s'engagea dans ſa cavité.

La malade, qui dans les autres groſſeſſes n'avoit jamais eu ſes regles, les a eu regulierement tous les mois dans celle-ci, mais en moindre quantité. En voici deux raiſons: La premiere, parce que la cavité de la matrice n'étant occupée ni de fœtus, ni de mole, de faux germe, de ſang retenu, ni d'autre corps étranger, rien n'empêchoit que le ſang ne s'y portât tous les mois, & qu'il n'en ſortît à meſure par ſon orifice, qui étoit libre comme je l'ai déja remarqué.

La seconde raison est, que le fœtus étant contenu dans une partie dont les vaisseaux sont à proportion beaucoup plus petits & en plus petit nombre, & dont la tissure est plus serré que dans la matrice, devoit recevoir moins de nourriture & croître plus lentement, que s'il avoit été contenu dans la matrice. Ainsi ce fœtus consumant moins des parties du sang dans le même espace de temps qu'il ne s'en consume dans les grossesses ordinaires, celui qui restoit pouvoit suffire à toutes les fonctions de la mere, & en même temps à l'évacuation particuliere à son sexe, mais en moindre quantité; puisqu'une partie de la masse du sang qui devoit tous les mois s'écouler par cette voie pour faire cette évacuation, fournissoit au fœtus la matiere de sa nourriture & de son accroissement. D'où on peut inferer deux choses.

La premiere, que les regles des femmes dépendent de la quantité superfluë du sang comme de leur cause principale. La seconde, que le fœtus dont il s'agit, & qui paroissoit n'avoir que six mois à en juger par la grandeur de ses os, pouvoit en avoir davantage.

Cette femme dans sa derniere grossesse n'a point eu de lait aux mammelles, & elles n'ont point sensiblement grossi comme dans les autres, & comme il arrive dans les grossesses ordinaires, où le fœtus est contenu dans la matrice, en voici la raison.

La partie laiteuse se separe du sang dans les mammelles des femmes grosses, lorsque leur matrice par l'accroissement du fœtus s'est élevée au dessus du bassin de l'hypogastre, & que par son propre poids & celui du fœtus, qui sont alors considerables, elle comprime fortement la partie inferieure de l'aorte descendante, ou sur tout ses branches appellées iliaques. Car le sang ne pouvant alors couler que fort difficilement aux parties inferieures du corps de ces femmes, se porte en beaucoup plus grande quantité aux superieures, & principalement aux mammelles; parce qu'étant spongieuses, & la peau qui les couvre mince, elles cedent facilement à l'impulsion du sang, qui en dilate peu

à peu les parties. D'où il suit que les mammelles doivent grossir, & la cavité des conduits laiteux se dilater & recevoir consequemment la partie laiteuse du sang à laquelle elle refusoit auparavant l'entree.

Cela supposé, il est aisé de comprendre que dans la derniere grossesse de cette femme, son sein ne devoit ni grossir ni avoir du lait; puisque son fœtus étant contenu dans la trompe ou dans l'ovaire droite, ne pouvoit pas comprimer l'aorte descendante qui est placée au côte gauche, non plus que ses branches du même côté. Quant aux branches droites de cette artere, qui sont l'iliaque & l'émulgente, il ne pouvoit pas comprimer la premiere du moins pendant les deux derniers mois de la grossesse, qui est le temps que le sein commence à grossir & à avoir du lait; parce qu'il étoit alors situé à la partie superieure de la region lombaire droite, par consequent trop éloigné de cette branche pour la pouvoir comprimer. Le fœtus ne pouvoit non plus que legerement comprimer la seconde branche; parce qu'il étoit petit par rapport à son âge, & les parois de sa poche beaucoup plus minces que celles de la matrice d'une femme grosse de six mois, & que cette branche est naturellement couverte de beaucoup de graisse & de l'intestin colon, qui devoient la garantir d'une partie de la compression du fœtus & de sa poche.

Enfin la malade dans cette grossesse a eu tres-peu des accidens qui ont accoûtumé d'incommoder les femmes grosses, & ceux même qu'elle a eus ont été peu considerables.

Les incommoditez des femmes grosses viennent principalement de la suppression de leurs regles, & de la compression que la matrice pleine d'un ou de plusieurs fœtus fait sur la vessie, le rectum & quelques autres intestins, & sur quantité de gros vaisseaux du ventre Car le sang des regles étant retenu dans ses vaisseaux, s'y épaissit, s'y coagule en partie, s'y aigrit, y excite des fermentations contre nature, &c. Le fœtus en comprimant les parties dont je viens de parler, y rend le cours des liqueurs difficile, dimi-

nuë les filtrations, retarde l'évacuation des excremens, &c. Or la femme, dont il s'agit, ayant toûjours été reglée pendant sa derniere grossesse, & son fœtus à cause de sa petitesse, du peu d'epaisseur de sa poche & de sa situation, n'ayant fait qu'une legére compression sur ces parties, on ne doit pas s'étonner si elle a eu si peu des accidens qui accompagnent les grossesses ordinaires, & si elle a été si legerement incommodée du peu qu'elle en a eu.

EXAMEN

De la force necessaire pour faire mouvoir les bateaux tant dans l'eau dormante que courante, soit avec une corde qui y est attachée & que l'on tire, soit avec des rames, ou par le moyen de quelque machine.

PAR M. DE LA HIRE.

LA force necessaire pour tirer un bateau dans une eau dormante, par le moyen d'une corde qui y est attachée, & quand on est sur le bord de l'eau, est la même que celle qu'il faudroit employer pour soûtenir seulement ce bateau dans une eau courante, qui iroit de la même vîtesse que celle avec laquelle on tire le bateau dans une eau dormante. 1702. 22. Nov.

Cette proposition est évidente d'elle même, puisque le choq ou la resistance de l'eau contre le bateau sera la même dans l'un & dans l'autre cas.

Mais ce sera encore la même chose, si l'on tire un bateau dans une eau dormante, ou si on le soûtient dans une eau courante, quand la puissance qui agit est placée dans le bateau, & qu'elle le tire, ou qu'elle le soûtient par le moyen d'une corde qui est attachée à un point fixe, si l'on suppose

qu'il y ait une egale vîtesse de l'eau qui choque le bateau dans ces deux cas.

Pour determiner la force necessaire pour cet effet, il faut co e est la surface du bateau qui se presente à la mouvement du bateau, & avec quelle vîtesse s l'eau calme, ou bien quelle est la vîtesse de choque.

Je s ie des principes ce qui est connu de la nature u mouvement, & dont M. Mariotte rapporte toutes les experiences.

1°. Que les corps pesans étant tombés depuis le repos jusqu'à quelque hauteur que ce soit, ont acquis en ce point une vîtesse propre pour leur faire parcourir d'un mouvement uniforme, un espace double de celui qu'ils ont parcouru en descendant d'un mouvement acceleré depuis le repos, & dans un tems égal à celui qu'ils ont employé à descendre jusqu'à ce point.

2°. Que les vîtesses de ces corps sont entr'elles dans la raison soudoublée, ou dans la raison des racines des espaces qu'ils ont parcourus en descendant.

3°. Que les corps liquides suivent les mêmes loix que les corps solides, en ce qui regarde le mouvement qui depend de leur pesanteur.

4°. Qu'un corps pesant parcourt en descendant d'un mouvement acceleré l'espace de 14 piés en une seconde de tems.

Il s'ensuit donc delà que l'eau qui sera tombé de la hauteur de 14 pies, aura acquis une vîtesse capable de parcourir un espace de 28 pies en une seconde de tems, & par consequent l'eau qui sort par l'ouverture d'un tuyau à 14 piés au dessous du niveau de l'eau du reservoir, doit avoir une vîtesse propre à parcourir un espace de 28 pies en une seconde de tems d'un mouvement uniforme. Cette proprieté de l'eau est confirmée par toutes les experiences.

M. Mariotte avoit trouvé par une experience qu'il fit au milieu de la Riviere de Seine, à l'endroit où elle étoit la plus rapide, qu'elle parcouroit 3 piés & $\frac{1}{3}$ en une seconde

de tems ; & dans le même endroit & au même temps, il fit une autre experience pour connoître quelle étoit la force de l'eau avec cette vitesse ; & il trouva qu'elle faisoit équilibre avec un poids de 3 livres & $\frac{1}{2}$, quand elle choquoit ou poussoit une petite planche fort min
ces en superficie. Il se servit pour cette exp
tourniquet dont j'ai donné la figure dans le
Mouvement des eaux, que j'ai fait imprimer
& dont il m'avoit laissé tous les Memoires.
plusieurs autres experiences sur le même su
firmerent celle-ci.

Voici les consequences que je pourrois tirer des principes que j'ai avancés ci-devant, & des experiences de M. Mariotte.

Puisqu'un corps pesant étant tombé de la hauteur de 14 piés en une seconde de tems, a acquis une vitesse pour parcourir 28 piés en une seconde d'un mouvement uniforme : Soit *AD* la hauteur d'un reservoir de 14 piés ; l'eau sortira

A

B 3 $\frac{1}{2}$

D

telle
piés
d'un
pour
Ma-
st la
, en-
t sur
d'un
& je
esan-
o li.
AB
de 2
ès.
AB

étant posées avec la vitesse en *D* telle que je l'ai déterminée, je dis,

1. *Regle pour connoître la vîtesse de l'eau par son effort ou hauteur de reservoir.*

Que la racine de *AD* est
A la racine de *AB*
Comme la vîtesse en *D* est
A la vîtesse en *B*. Ou bien ce qui est la même chose,
AD est
A *AB*,
Comme le quarré de la vîtesse en *D* est
Au quarré de la vîtesse en *B*.

Et dans nôtre exemple on aura 14 piés ou 2016 lignes nombre fixe, ou bien 18
A 31 lignes,
Comme 784 qui est le quarré de 28 piés que l'eau en *D* doit parcourir en une seconde, & qui sera un nombre fixe, ou bien 7
A 12 & un peu plus, qui sera aussi le quarré de l'espace que l'eau doit parcourir en une seconde, étant tombée de *A* jusqu'en *B*.

Mais la racine quarrée de 12 est un peu moins de $3\frac{1}{2}$, qui sera le chemin en piés que l'eau doit parcourir en une seconde, d'un mouvement uniforme à la hauteur de *AB* au dessous du niveau de l'eau en *A* dans le reservoir.

M. Mariotte met dans son experience la vîtesse de l'eau de 3 piés $\frac{1}{4}$, qui est un peu moins que celle que je trouve ici; mais il n'étoit pas possible de faire cette experience à un ou deux pouces près, qui est toute la difference qu'il y a entre son experience & ce que je conclus des principes, en posant le poids que soûtenoit l'eau tel qu'il l'avoit trouvé où il pourroit aussi y avoir quelque petite erreur.

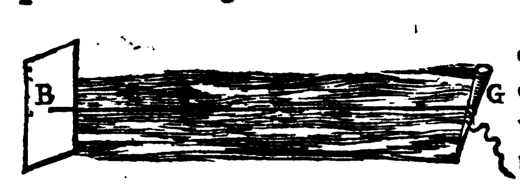
Cette consequence n'étant tirée que des principes des corps liquides en mouvement, on peut dire que l'eau coulante dans l'eau même, a la même vîtesse, que si elle sortoit par une ouverture audessous de la superficie d'un reservoir, dont la hauteur est déterminée par celle de l'effort de l'eau

coulante

coulante contre un corps; ce qui est une connoissance fort considerable & fort utile pour le mouvement & pour l'effort des eaux coulantes, qui ne sont point retenuës par aucun empêchement.

On pourra donc par ce moyen connoître les differens efforts de l'eau contre un bateau, & par consequent la force qui sera necessaire pour le retenir dans une eau courante, ou pour le faire marcher dans une eau calme ou courante, lorsque la vîtesse de l'eau qui choque le bateau dans ces differens cas, sera donnée; puisqu'on peut rapporter cet effort à celui qui doit soûtenir une charge d'eau contre une superficie donnée audessous d'un reservoir à une certaine hauteur, laquelle est déterminée par la vîtesse proposée.

Mais dans l'examen que je fais ici de l'effort de l'eau contre les bateaux, je suppose seulement au lieu des bateaux, une superficie plane & perpendiculaire au courant de l'eau, ce qui revient à tres-peu à la surface irreguliere que le bateau presente au mouvement.



Je suppose donc qu'il y ait une surface *B* qui soit plongée verticalement dans une eau courante, & que le courant de l'eau choque directement cette surface; mais qu'au milieu de cette surface il y ait une corde qui y soit attachée, laquelle est retenuë par son autre extremité en un point fixe *G*.

Premierement, il est évident que l'effort que l'eau fait pour pousser la surface *B*, sera aussi le même avec lequel le point fixe sera tiré, puisque toute la resistance que la surface *B* fera au courant de l'eau, elle la doit tirer ou emprunter du point fixe *G*, sans quoi elle ne pourroit faire aucune resistance.

Mais si l'on veut connoître quel est cet effort, la surface *B* étant donnée avec la vîtesse de l'eau, ou le chemin

qu'elle fait en une ſeconde de tems, il faut ſe ſervir de la regle ſuivante, laquelle ſe déduit de ce que j'ai dit ci-devant.

2. *Regle pour connoître l'effort de l'eau par ſa vîteſſe.*

Prenez le quarré du nombre des piés du chemin que fait l'eau en une ſeconde, & diviſez ce quarré par 56 qui eſt un nombre fixe, & qui ſert dans tous les cas propoſés, le Quotient de la diviſion ſera la hauteur des piés d'eau qu'il faut poſer audeſſus de la ſurface donnée pour avoir l'effort ou la charge que fait l'eau : C'eſt pourquoi ſi l'on multiplie cette hauteur par la ſurface donnée, on aura le ſolide d'eau qu'il faut ſoûtenir, & qui eſt l'effort que l'on cherche.

On devroit prendre 70 livres pour chaque pié cubique, & 5 gros $\frac{320}{1728}$ pour chaque pouce cubique ; mais pour les calculs ordinaires on pourra prendre 5 gros $\frac{1}{3}$, ce qui revient à tres peu près à 72 livres pour le pié : C'eſt pourquoi dans la ſuite je me ſervirai de 72 livres pour un pié.

Si l'on prend la vîteſſe donnée en pouces, & qu'on en diviſe le quarré par 56, on aura les lignes de hauteur de l'eau qu'il faut poſer audeſſus de la ſuperficie propoſée.

Pour la démonſtration de cette regle, on ſçait que la vîteſſe de l'eau eſt telle qu'elle fait 28 piés en une ſeconde de tems, quand elle ſort par une ouverture à 14 piés audeſſous de la ſuperficie d'un reſervoir ; & par conſequent le quarré de 28 piés de vîteſſe, eſt au quarré du nombre de piés en une ſeconde de la vîteſſe propoſée, comme la hauteur de 14 piés de reſervoir, à la hauteur requiſe ; ou bien le quarré de 28 piés de vîteſſe eſt à 14 piés de hauteur, qui eſt une raiſon fixe pour tout, laquelle eſt auſſi de 56 à 1, comme le quarré des piés de vîteſſe propoſée à la hauteur de l'eau requiſe en piés.

Mais ſi au lieu des piés de vîteſſe propoſée on prend des pouces, alors ſuivant la regle on devroit diviſer le nombre par 56 multiplié par 12 pour avoir des pouces : mais ſi l'on

divisé seulement par 56, on aura des douziémes de pouces, qui sont des lignes.

Exemple.

Soit une vîtesse d'eau proposée telle qu'elle fasse 6 piés en une seconde de tems; le quarré de 6 est 36, qui étant divisé par 56 donne au Quotient $\frac{36}{56}$ ou $\frac{9}{14}$ de pié, ce qui revient à 92 lignes $\frac{1}{2}$ à tres-peu près, ou à 7 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$ de hauteur d'eau audessus de la surface proposée. On trouve aussi la même chose en posant 72 pouces de vîtesse au lieu de 6 piés.

Maintenant si la surface proposée est de 36 pouces en quarré, on les doit multiplier par la hauteur trouvée; ce qui donnera en solidité 277 pouces $\frac{1}{2}$, & 1480 gros en pesanteur d'eau, ou 11 livres 9 onces qui sera la mesure de l'effort de l'eau contre la superficie proposée.

Consequence.

Il s'ensuit delà que si un bateau presentoit au courant de l'eau une superficie d'une toise ou de 36 piés, qui est 144 fois plus grande que celle que nous venons de poser dans l'exemple précedent, & que la vîtesse de l'eau fût la même, c'est à dire telle qu'elle pût faire 6 piés en une seconde, il faudroit aussi une force 144 fois plus grande que celle que nous avons trouvée de 11 livres 9 onces, laquelle seroit de 1665 livres: Il faudroit donc un effort de 1665 livres pour retenir un bateau tel que je viens de le supposer dans une eau courante avec la vîtesse de 6 piés en une seconde.

Mais si l'eau ne faisoit que 4 piés en une seconde qui peut être à peu près la vîtesse du Rhône, car il n'y a point de riviere ordinaire qui puisse faire 6 piés en une seconde; & supposant que le bateau remonte contre le courant de l'eau de deux piés en une seconde, il s'ensuivra de même que l'eau qui choquera le bateau aura une vîtesse de six

piés par feconde ; c'eſt pourquoi il faudroit dans ce cas un effort de 1665 livres.

Examen de la force des chevaux pour tirer un bateau ou un corps plongé dans une eau courante ou calme.

Un grand bateau Foncet ſur la Seine preſente au courant de l'eau une ſurface de 3 toiſes ou de 108 piés, & poſant que l'eau dans ſon courant entre le milieu & les bords fait 2 piés $\frac{1}{2}$ en une ſeconde de tems. On attache à ce bateau 12 chevaux pour le tirer & le faire remonter ſeulement de 1 pié $\frac{1}{2}$ en une ſeconde ; ce qui ſera en une heure 900 toiſes, & 9000 toiſes en dix heures, qui eſt le tems que les chevaux peuvent travailler chaque jour, & ce ſera 4 lieuës de 2250 toiſes chacune, ſuppoſé qu'ils marchent d'un mouvement égal, & qu'ils ne ſoient point retardés par pluſieurs empêchemens qui ſurviennent dans la navigation.

Maintenant puiſque nous ſuppoſons que l'eau en une ſeconde de tems deſcend de 2 piés $\frac{1}{2}$, & que le bateau remonte de 1 pié $\frac{1}{2}$ dans le même tems, la vîteſſe de l'eau qui choquera le bateau en remontant ſera de 4 piés en une ſeconde ; & par la regle précedente le quarré de 4 piés ou de 48 pouces ſera 2304, qui étant diviſés par 56 donnent au Quotient 41 $\frac{1}{7}$ qui ſont des lignes de hauteur d'eau, ou bien 3 pouces 5 lignes $\frac{1}{7}$. C'eſt pourquoi cette hauteur étant multipliée par 108 piés de la ſuperficie du bateau, on aura 26 piés $\frac{1}{3}$ cubiques d'eau à tres-peu près ; & comme nous poſons la peſanteur de chaque pié cubique de 72 livres, on aura donc 1896 livres, qui meſurent l'effort qu'il faut pour tirer ce bateau dans les conditions propoſées ; & chaque cheval ſoutiendroit 158 livres en faiſant 1 $\frac{1}{2}$ pié par ſeconde.

Ce que je viens de démontrer de l'eau courante de la Seine, ſe doit entendre de même d'une eau calme, ſi l'on fait que la vîteſſe avec laquelle le bateau ſeroit tiré, ſoit de 4 piés par ſeconde : car il y auroit alors la même vîteſſe

d'eau de 4 piés par seconde, laquelle choqueroit le bateau.

Ce seroit aussi la même chose, si l'on supposoit que dans une eau calme ou dans une eau courante il y eût un point fixe, & qu'un bateau y étant attaché avec une corde, on le fît mouvoir vers le point fixe en tirant la corde, la puissance qui tireroit étant placée dans le bateau : car il ne s'agit que de vaincre la resistance de l'eau qui court contre le bateau avec une certaine vîtesse, ce qui détermine l'effort de la puissance.

Or il est certain que de toutes les manieres qu'on puisse appliquer une puissance à une machine pour tirer un corps attaché à une corde, on ne peut rien gagner : car si la puissance est foible, elle tirera toûjours plus lentement, & si elle est forte, elle tirera plus vîte le corps qui est attaché à la corde, & si l'on se sert de la même puissance le mouvement sera toûjours proportionné au tems, & tout cela sans compter les frotemens & les autres incommodités qui peuvent arriver de la part des machines qu'on emploïe pour augmenter la force.

Il me faut maintenant examiner le mouvement des bateaux qu'on fait marcher avec des rames. Mais avant que d'entrer dans cet examen, on doit consider que tout effort est emprunté de quelque resistance, comme on le peut voir dans les leviers ; car si l'on appuïe sur l'extremité d'un levier qui est retenu par son autre extremité, l'effort qu'on fait sur les parties du milieu de ce levier, est emprunté de la resistance où le levier est arrêté ; puisqu'il est certain que si l'extremité du levier n'étoit point arrêtée, on ne pourroit faire aucun effort sur les parties du milieu de ce levier, quelque puissance qu'on appliquât à son autre extremité. De même, si l'on tire une corde pour fai[...] mouvoir un poids qui lui soit attaché, on ne le tirera p[...] quelque force qu'on y emploïe, à moins qu'on n'em[...] te l'effort d'un point fixe où l'on sera posé, & l'on [...] tant d'effort à pousser ce point fixe, qu'à tirer le [...] est attaché à la corde. C'est encore la même [...] les corps qu'on pousse.

Supposons maintenant que dans une eau calme il y ait deux bateaux ; & qu'à l'un de ces bateaux on ait attaché une corde par l'une de ses extremités, & que l'autre extremité de cette corde soit tirée par une puissance qui est placée dans l'autre bateau. Or la puissance qui tire la corde fait autant d'effort pour pousser le bateau où elle est, que pour tirer celui où la corde est attachée, supposant que la direction de la puissance soit la même que celle de la corde : c'est pourquoi par cet effort de la puissance les deux bateaux doivent s'approcher l'un de l'autre. Et si l'effort de la puissance est donnée avec la surface des bateaux qui est plongée dans l'eau, & qui se presente au mouvement, on déterminera la vîtesse avec laquelle ils marcheront.

Mais puisqu'il se fait un même effort sur chacun des deux bateaux, tant pour en tirer l'un que pour pousser l'autre, la quantité de l'eau qui détermineroit ou qui mesureroit cet effort, seroit la même pour le mouvement de chacun des deux bateaux ; & par consequent les hauteurs de l'eau, comme dans des reservoirs, qui feroient cet effort, seroient entr'elles dans la raison reciproque des surfaces des bateaux, lesquelles se presentent au mouvement. Mais les racines de ces hauteurs donnent les vîtesses : Donc les vîtesses des bateaux seront entr'elles dans la raison reciproque des racines des surfaces des bateaux.

De même aussi si les vîtesses des bateaux étoient données avec leurs surfaces, on auroit l'effort de la puissance qui les feroit mouvoir. Quelques exemples éclairciront cette proposition.

Qu'il y ait dans une eau calme deux bateaux dont la surface de l'un soit de 16 piés, & celle de l'autre de 64 piés. Je parle seulement des surfaces qui se presentent au mouvement, ou qui sont directement opposées l'une à l'autre. Il doit donc arriver que le bateau de 16 piés de surface étant poussé ou tiré avec un effort égal à celui qui pousse ou qui tire le bateau de 64 piés, on doit considerer les efforts qui poussent ces surfaces comme deux solides

parallelepipedes d'eau égaux entr'eux; & par consequent leurs hauteurs seront reciproques des surfaces, quelle que puisse être la quantité de ces solides. Mais nous avons démontré que les vîtesses de ces bateaux sont toûjours comme les racines des hauteurs des solides d'eau : Donc la vîtesse de celui qui a 16 piés de surface sera 8, qui est la racine de 64; & la vîtesse de celui qui a 64 piés de surface sera 4, qui est la racine de 16.

Ainsi quelque effort qu'on emploïe pour faire mouvoir ces bateaux, celui qui a 64 piés de surface marchera avec une vîtesse exprimée par 8, & l'autre avec une vîtesse exprimée par 4, ce qui est la raison de 2 à 1.

Il est donc évident delà que si le bateau qui a 64 piés de surface se meut d'une vîtesse propre à faire 2 piés en une seconde, celui qui a 16 piés de surface se mouvera d'une vîtesse propre à faire 4 piés aussi en une seconde.

Mais ces vîtesses étant données, nous pouvons déterminer l'effort necessaire pour faire mouvoir ces bateaux vers un point fixe placé entre les bateaux dans la ligne de leur mouvement, en se servant de la regle que nous avons donnée ci-devant. Supposons donc pour le bateau de 16 piés une vîtesse de 2 piés par seconde, ou de 24 pouces, son quarré sera 576, lequel étant divisé par 56 donnera $10\frac{2}{7}$, qui sont des lignes de hauteur d'eau sur la surface du bateau, lesquelles déterminent l'effort; car posant 72 livres pour le pié d'eau, on aura 82 livres à tres peu près pour l'effort necessaire à faire mouvoir ce bateau de 2 piés en une seconde, comme on l'a supposé.

Mais puisque la vîtesse de ce bateau de 16 piés de superficie doit être à la vîtesse de l'autre bateau comme 2 à 1 suivant ce qu'on a trouvé, il faut faire le même calcul pour l'autre bateau, en divisant le quarré de 1 pié ou de 12 pouces par 56, & le Quotient qui sont des lignes de hauteur d'eau, étant multiplié par la surface du bateau, donnera le même effort de 82 livres pour faire mouvoir ce bateau par l'espace de 1 pié en une seconde. Ces deux bateaux feront donc mieus avec le même effort de 82 livre

par une ſeule puiſſance, & ils s'approcheront l'un de l'autre de 3 piés en une ſeconde, puiſque l'un ſe meut par l'eſpace de 2 piés, & l'autre par l'eſpace de 1 pié vers un même point fixe placé entre les deux bateaux.

On auroit pû auſſi ſuppoſer que le bateau de 16 piés auroit fait tel autre chemin qu'on auroit voulu, & que dans le même tems l'autre bateau de 64 piés auroit fait un chemin de la moitié; ce qui ne change rien à ce que je viens de trouver.

Mais comme il n'y a dans cet exemple qu'une puiſſance de 82 livres, qui étant dans un bateau tire la corde qui eſt attachée à l'autre bateau, il s'enſuit que cette puiſſance devidera ou tirera 3 piés de corde en une ſeconde; au lieu qu'avec la même force ſi l'un des bateaux étoit *immobile*, on ne devideroit que la quantité de corde qui conviendroit au mouvement de l'autre bateau. Puiſque ce n'eſt pas la quantité de corde qu'on devide qui determine l'effort pour le mouvement, comme il eſt facile à voir que s'il n'y avoit rien d'attaché à la corde, on en devideroit tant qu'on voudroit ſans faire aucun effort, en ſuppoſant la corde ſans peſanteur comme on fait ici.

S'il reſtoit encore quelque doute ſur ce que je dis, que le plus ou le moins de corde qu'on devide ne diminuë ni n'augmente pas l'effort qu'on fait, on poura conſiderer ce qui arrive aux poids *ABF*, dont *A* & *B* ſont attachez aux extremités d'une corde, laquelle paſſe pardeſſus deux poulies *CD*, & ſoûtient en ſe ployant la poulie *E*, qui porte par ſa chappe le poids *F*. Car ſoit qu'on abaiſſe ou qu'on éleve le poids *A*, le poids *F* fera toûjours le même effort ſur le poids *B* qu'il faiſoit auparavant, quoique ce poids *F* monte ou deſcende.

On peut auſſi ſe former une idée plus claire de ce que j'ai dit de l'effort de la puiſſance qui tire les bateaux, en les rapportant à une machine. Car ſi l'on imagine deux

ſurfaces

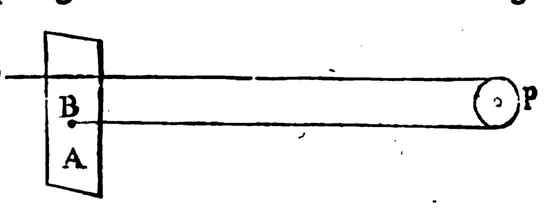
ſurfaces *A*, *B* plongées perpendiculairement dans une eau calme, leſquelles ſoient paralleles entr'elles, & qu'au milieu de la ſurface *B* il y ait une petite poulie *D* qui y ſoit attachée, & qui ait ſon plan perpendiculaire au plan de la ſurface *B*, & que l'axe de cette poulie ſoit couché horizontalement ſur la même ſurface *B*. Si l'on attache donc une corde au milieu de la ſurface *A*, & que cette corde étant horizontale paſſe pardeſſus la poulie *D*, & qu'enſuite elle ſoûtienne un poids *E*; il eſt évident que ce poids *E* fera deux efforts tout enſemble égaux chacun à l'effort du poids, l'un pour tirer la ſurface *A*, & l'autre pour pouſſer la ſurface *B*, & ſoit qu'une ſeule des ſurfaces ſoit mobile, ou toutes deux, le poids fera toûjours le même effort pour les tirer, avec cette difference ſeulement que s'il n'y a qu'une des ſurfaces mobile, le poids deſcendra par un eſpace égal au mouvement de la ſurface mobile; & ſi elles ſont toutes deux mobiles, ſon chemin ſera égal au mouvement des deux ſurfaces enſemble: car on n'a pas d'égard au peu d'acceleration que le poids feroit dans le commencement de ſa deſcente, puiſqu'il ne peut deſcendre qu'autant que les ſurfaces qu'il fait mouvoir, peuvent faire de chemin au travers de l'eau; & enfin dans cette comparaiſon du poids à la puiſſance il ne s'agit pas de l'acceleration des poids en deſcendant, puiſque la puiſſance à laquelle le poids eſt comparé n'a aucune acceleration; je n'ai pas d'égard non plus au frottement de la poulie ſur ſon axe, ni à la difficulté de la corde à ſe ployer.

On connoît donc par-là que quelque vîteſſe que le poids puiſſe avoir en deſcendant, ſon action qui dépend de ſa peſanteur ſera toûjours la même pour tirer & pour pouſſer les deux ſurfaces enſemble, puiſqu'il ne peut agir ſur l'une de ces ſurfaces pour la tirer, ſans agir en même tems de la même maniere ſur l'autre pour la pouſſer.

Ce seroit encore la même chose, si l'on imagine qu'une puissance étant soûtenuë sur quelque appui, éleve perpendiculairement un poids soûtenu à une corde; car soit qu'il soûtienne seulement le poids, ou qu'il l'éleve lentement ou promtement, l'appui sera toûjours chargé de même de ce poids outre la pesanteur de la puissance, pourvû que le milieu dans lequel on éleve le poids ne fasse aucune resistance.

Cette espece de mécanique est tout à fait differente de celle des corps qui sont attachés au bras d'un levier, où la pesanteur du corps & l'espace qu'il est en état de parcourir étant multipliés l'un par l'autre, donnent une quantité de mouvement, qu'on considere ordinairement pour avoir l'effort reciproque de ces corps, & pour en conclure l'équilibre. Mais ici nous examinons des corps dans un mouvement continu & uniforme, & sans aucun effort de percussion.

On peut encore considerer differentes manieres de mouvement des corps plongés dans l'eau; comme si l'on imagine qu'il y a une surface *A* plongée perpendiculairement dans l'eau, & qu'à son milieu *B* il y ait une corde qui y soit attachée, laquelle passant pardessus la poulie *P* qui est placée en un point fixe, retourne en *D* vers la surface où la puissance qui tire la corde est appliquée; les deux parties de la corde doivent être paralleles entr'elles.



Or il est évident que la puissance appliquée en *D* & qui pousse la surface *A* pour tirer la corde, fait contre cette surface le même effort pour la pousser vers *P*, que celui qu'elle fait à même tems pour tirer cette même surface par le moyen de la corde attachée en *A*; ainsi la surface *A* sera poussée vers *P* avec un effort double de celui de la puissance.

On pourroit aussi dans cette disposition de machine, appliquer un poids comme on a fait ci-devant au lieu de la puissance, en attachant une petite poulie à la surface *A*, & la corde où le poids seroit suspendu passeroit sur cette poulie.

On voit par-là que l'on doit tirer un tres-grand avantage de cette maniere d'appliquer une puissance, puisque la même puissance étant dans le bateau fait un effort double de celui que cette même puissance feroit, si elle tiroit le bateau en marchant sur le terrein, ou bien étant dans le bateau, & tirant le bout d'une corde qui seroit attachée à un point fixe pour faire marcher le bateau. Ainsi par cette maniere d'appliquer une puissance à un bateau, on voit qu'il ne faut que la moitié de la force pour faire le même effet que si le bateau étoit tiré par une puissance qui marcheroit à terre : mais aussi cette puissance moindre que la moitié de l'autre, doit faire le double du chemin de celle qui seroit à terre dans un même tems ; mais le plus grand chemin de la puissance ne doit pas être consideré pour une augmentation de force, comme je l'ai expliqué ci-devant.

On voit aussi que dans cette maniere d'appliquer la puissance par la poulie de renvoi, c'est la même chose que des deux bateaux qu'on fait mouvoir ou marcher l'un vers l'autre ; car dans ce cas-là la puissance est appliquée à deux superficies, & dans celui-ci elle est appliquée sur la même : c'est pourquoi on doit trouver une puissance moindre, si la seule surface est moindre que les deux autres ensemble, supposant la même vîtesse, ou bien, on aura une plus grande vîtesse avec une même puissance.

Voici quelques experiences que j'ai faites, qui confirmeront ce que j'avance pour l'augmentation de la force par le moyen de la poulie de renvoi, dont je viens de parler. Je m'assis sur une espece de Traîneau dans un lieu pavé de pierres fort unies, & ayant attaché une corde à 5 ou 6 toises loin de moi, contre un mur & à la même hauteur où j'étois, ensorte que la corde étoit horizontale, je tirai le bout de cette corde pour me faire avancer vers le

point fixe : mais quoique j'employasse toute ma force, je ne pouvois qu'à peine avancer. Alors j'attachai au même endroit du point fixe une poulie, & ayant fait passer la corde dont je me servois pardessus cette poulie, j'en attachai un des bouts au Traîneau sur lequel j'étois, & je commençai à tirer l'autre bout que je tenois, & je n'eus aucune peine à me faire avancer vers le point fixe ; car suivant ce que j'ai dit ci-devant, il ne me falloit plus alors que la moitié de la force que j'employois auparavant pour me tirer moi-même.

Le grand frottement que le Traîneau faisoit en coulant sur le pavé, quoiqu'il fût fort uni, m'engagea de faire encore une autre experience plus simple pour le même *sujet.* J'attachai une corde à un lieu fort élevé, & je tachai de monter au long de cette corde en m'y soûtenant avec les bras ; mais ma force n'étoit pas assez grande pour pouvoir relever tout mon corps sur un seul bras, en me tenant d'une main, & prendre la corde plus haut avec l'autre main. C'est pourquoi j'attachai une poulie à la place où la corde étoit attachée auparavant, & ayant fait passer la corde par dessus la poulie, je fis une espece d'anneau à l'un des bouts dans lequel je mis le pied comme dans un étrier, & tirant ensuite l'autre bout de la corde, je me levois en haut avec beaucoup de facilité.

Cette experience est facile à faire, & si l'on considere ce qui en doit arriver, on voit que lorsqu'en se soûtenant en l'air par le moyen de cette corde, les bras ne font que la moitié de l'effort qu'ils feroient, s'ils soûtenoient tout le corps étant appliqués à une corde simple : car la chappe de la poulie est dans ce cas l'appui d'une balance, aux extremités des bras de laquelle est soûtenu tout le poids du corps, qui se distribuë également des deux côtés, & dans cet état d'équilibre l'effort des bras ne doit être que de la moitié de la pesanteur du corps : C'est pourquoi pour peu qu'ils fassent d'effort au delà de cette moitié, comme d'une livre, ils déchargeront l'autre moitié d'autant ; & alors les bras l'emporteront de deux livres sur la pesanteur du corps,

& si l'on devide la corde avec ce même effort, on s'élevera facilement vers la poulie. Je n'ai point ici d'égard au frottement de la poulie sur son pivot, ni aux autres difficultés qui peuvent arriver de la part de la corde.

Pour ce qui est de la vîtesse avec laquelle on s'éleve, elle dépend de la vîtesse avec laquelle on remuë les bras pour devider plus de corde, sans qu'il soit besoin d'augmenter la force, puisque le milieu n'augmente pas sa resistance. Il faut prendre garde que si l'on fait ces experiences sur l'eau, & qu'étant dans un bateau on tire la corde qui passe pardessus la poulie, & qui est attachée à un autre bateau par son extremité, si ces deux bateaux sont égaux, il faudra une force double de celle qu'on employeroit si la corde étoit attachée au même bateau, où l'on est, à cause du double de resistance de l'eau contre les deux bateaux; ce qui n'arrive pas à l'air qui fait trop peu de resistance dans un mouvement lent pour y avoir égard; & de plus cette même cause de resistance de l'eau demande une proportion de vîtesse dans le mouvement, ou un effet proportionné à la vîtesse à laquelle on n'a pas d'égard non plus quand le mouvement se fait dans l'air.

Je ne manquerai pas à la premiere occasion de faire l'experience sur une eau calme dans un bateau; car dans une eau courante il y a plusieurs choses à considerer, comme je l'ai expliqué, lesquelles ne se rencontrent pas dans l'eau calme.

On peut encore considerer ces sortes de mouvemens d'une autre maniere. Supposons que dans une eau calme il y ait un bateau qui soit tiré par le même endroit par deux puissances opposées & appliquées à deux cordes, qui ne fassent qu'une même ligne droite. Premierement, il est évident que si ces puissances qui sont appliquées à ces cordes sont égales entr'elles, le bateau demeurera immobile. Mais si l'une est plus forte que l'autre, celle qui sera la plus forte tirera le bateau vers l'endroit où elle est, & les deux puissances étant données, on déterminera le chemin que la plus grande fera faire au bateau. Car si l'on cherche

par la regle les deux differentes vîtesses separément pour tirer ce bateau lesquelles conviennent à ces deux forces ; leur difference sera celle dont la plus grande force fera marcher le bateau ; & par consequent elle donnera la quantité de corde que celle qui est la plus grande doit devider, & au contraire celle que la plus foible filera ou lâchera ; car l'une en doit tirer autant que l'autre en devide, puisque nous supposons que les deux puissances sont placées dans des pointes fixes.

Tout ce que j'ai dit ci-devant des bateaux qui sont tirés par des cordes, doit s'entendre de même des bateaux qui sont poussés directement vers le même endroit avec des puissances égales ou inégales & opposées.

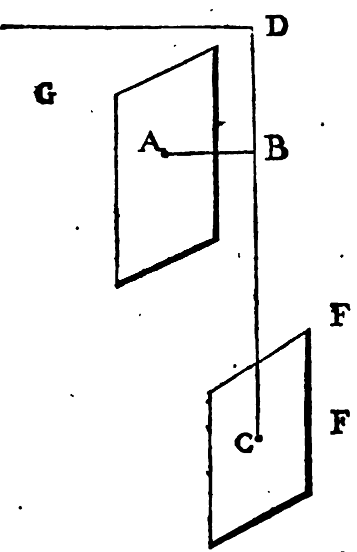
Voici maintenant de quelle maniere il faut appliquer ce que je viens de dire, au mouvement des bateaux par le moyen des rames.

Il est difficile de construire une machine simple qui montre la surface qu'un bateau presente au mouvement de l'eau, & placer des rames dont le point d'appui soit au milieu de cette surface ; mais il est encore plus difficile d'appliquer la puissance motrice à l'extremité de ces rames, & de faire aussi que cette puissance, où les rameurs s'appuïent directement contre le milieu de la surface qui represente le bateau, lorsqu'ils tirent ou qu'ils poussent les rames. Mais à cause que le bateau a une grande longueur par rapport à sa surface qui se presente au mouvement, il n'y aura pas une grande difference pour le mouvement, si l'on appuïe ces rames sur le bord du bateau, au lieu du vrai point d'appui qui devroit être au milieu de la surface, & si la puissance qui tire l'extremité des rames en s'appuïant contre le bateau, n'a pas ses directions perpendiculaires à la rame & à cette surface tout ensemble. Car pour ce qui est des directions de la puissance, il n'en peut resulter qu'un peu moins de force, dont la puissance agira contre l'un & contre l'autre, puisqu'aussi bien ces directions changent continuellement dans le travail.

Nous supposons donc ici que ces choses sont en effet

comme on les voit representées dans la Figure suivante pour faire un calcul plus simple, sans entrer dans une plus grande discussion, qu'on pourra toûjours entreprendre, quand on voudra avoir égard à tout ce qui peut y apporter du changement.

Soit donc la surface *A* celle du bateau qui se presente au mouvement, duquel on ne considere point la longueur, puisqu'aussi bien cette longueur ne fait aucun effort contre le mouvement de l'eau. Au milieu de cette surface *A* il y a un appui *AB* qui lui est attaché ferme, & qui lui est élevé perpendiculairement. Son extremité sert d'appui à la rame *DC*, & le point *C* est le milieu de la pale de la rame, laquelle est representée par la surface *C*. Enfin on suppose que la puissance est appliquée perpendiculairement en *D* pour tirer l'extremité *D* du bras de la rame, & qu'elle s'appuïe aussi perpendiculairement contre le point *A* de la surface *A*.



Or il est évident que si la puissance tire l'extremité *D* de la rame vers *G* en s'appuïant contre la surface en *A* à l'opposite de l'appui *AB*, elle fera avancer la pale *C* vers *F*. Mais la puissance absoluë doit être réduite à une puissance relative par rapport aux longueurs des bras *BD*, *BC* de la rame considerée comme un levier; car *BC* sera toûjours à *BD*, comme la puissance absoluë à la puissance relative appliquée en *C* pour pousser vers *F*. Mais aussi l'appui *B* où la surface *A* est poussée par un effort mesuré par la puissance absoluë jointe à la puissance relative pour la faire avancer vers *G* selon les loix de la Mécanique. Au contraire la même surface *A* étant poussée par la puissance absoluë pour la faire avan-

cer vers *B* ou *F*, les efforts égaux & opposés se détruisant l'un l'autre, il ne reste à l'effort avec lequel la surface *A* est poussée ou s'avance vers *G*, que celui de la puissance relative, qui est le même que celui avec lequel la surface *C* est poussée ou s'avance vers *F*. Ces deux efforts seront donc toûjours égaux dans tous les cas.

Maintenant pour déterminer la vîtesse du mouvement de ces surfaces, les puissances étant données, ou bien les vîtesses ou le chemin étant données déterminer la puissance, on en fera le calcul par les regles précedentes, comme on verra dans les exemples suivans.

Exemple.

Si la surface *A* est de 80 piés & la puissance de 1000 livres, c'est-à-dire, que cette puissance puisse soûtenir un poids de 1000 livres, en divisant 1000 par 80, on aura au Quotient 12 $\frac{1}{2}$, qui sont 12 livres $\frac{1}{2}$ sur chaque pié de superficie. Mais posant 72 livres pour un pié de hauteur d'eau sur un pié de superficie, c'est-à-dire un pié cubique d'eau, on fera,

Comme 72 livres

A 12 livres $\frac{1}{2}$,

Ainsi un pié ou 144 lignes de hauteur d'eau sur un pié de superficie

A 25 lignes de hauteur d'eau aussi sur un pié de superficie.

Je dis maintenant par la premiere regle,

Comme 2016 lignes nombre fixe, ou bien 18

A 25 lignes de hauteur d'eau

Ainsi 784 nombre fixe, ou bien 7

A 9 $\frac{1}{4}$ dont la racine est un peu plus de 3 piés, qui sera la vîtesse ou le chemin en une seconde de tems que le bateau doit parcourir par rapport à un point fixe, comme si la puissance s'appuyoit contre ce point fixe.

Mais maintenant si la surface *C* est triple de la surface *A*, ou bien de 240 piés, on trouvera comme on vient de faire.

faire en posant la même puissance de 1000 livres qui doit aussi agir contre cette surface, une charge d'eau de 4 livres $\frac{1}{6}$ pour pié ; mais on fera,

Comme 72 livres

A 4 livres $\frac{1}{6}$,

Ainsi 144 lignes de hauteur d'eau sur un pié de superficie

A 8 lignes & un peu plus de hauteur d'eau, ce qui est le tiers de la hauteur qu'on avoit trouvée sur l'autre surface. Car avec la même puissance les hauteurs d'eau qu'on trouve doivent être reciproques des superficies, & cette superficie est posée triple de l'autre.

Je dis maintenant par la regle,

Comme 2016 lignes nombre fixe, ou bien 18

A 8 lignes $\frac{1}{3}$,

Ainsi 784 nombre fixe, ou bien 7

A 3 $\frac{1}{3}$ à tres peu près, dont la racine quarrée est 1 pié $\frac{3}{4}$ à peu près, qui est la vîtesse ou le chemin que la rame *C* doit faire en une seconde de tems, en s'éloignant d'un point fixe par l'effort de la puissance.

Mais nous avons trouvé que la même puissance, qui est toûjours la puissance relative par rapport à la puissance absoluë, pousse le bateau & la rame, & les écarte chacun d'un point fixe qui seroit placé entre deux ; sçavoir le bateau de 3 piés en une seconde de tems, & la rame aussi dans le même tems de 1 pié $\frac{3}{4}$. Il faut donc que le bateau & la rame s'écartent l'un de l'autre de 4 piés $\frac{3}{4}$ en une seconde ; ce qui est la somme des chemins tant du bateau que de la rame.

Mais si l'on donne la vîtesse ou le chemin du bateau dans un tems déterminé par rapport à un point fixe, on trouvera la puissance qu'il a fallu y employer par la seconde regle. Comme si l'on proposoit le chemin de 30 toises en une minute, & que le bateau presentât au mouvement de l'eau 4 piés de superficie.

Le bateau fera donc 3 piés par seconde ; c'est pourquoi par la seconde regle, le quarré de 3 piés ou de 36 pouces

qui est 1296 étant divisé par 56 nombre fixe, donne 23 $\frac{1}{7}$, qui sont des lignes de hauteur d'eau qu'il faut supposer au dessus de la superficie de 4 piés. Mais un pouce de hauteur d'eau sur la superficie d'un pié pese 6 livres, en supposant comme on a fait ici 72 livres pour un pié cubique; on aura donc pour les 23 lignes $\frac{1}{7}$, 11 livres 15 onces à tres peu près, lesquelles étant multipliées par 4 qui sont les piés de superficie du bateau, donnent 47 livres $\frac{1}{4}$ pour la mesure de l'effort de la puissance qui feroit marcher le bateau, comme si elle soûtenoit ce poids.

Mais il faut remarquer que cet effort n'est que l'effort de la puissance relative, & que la puissance absoluë peut être plus grande ou moindre suivant les differentes longueurs des bras de la rame; il faudra donc reduire cette puissance relative à la puissance absoluë, en faisant

Comme la longueur du bras de la rame depuis le point d'apui jusqu'à la main, est

A la longueur de l'autre bras depuis le même point d'apui jusqu'au milieu de la partie de la pale qui entre dans l'eau,

Ainsi la puissance trouvée par le calcul, est

A la puissance absoluë.

Application aux bateaux qui traversent la Seine.

Je n'ai point d'égard ici au mouvement de l'eau en descendant, & je ne considere que le chemin du bateau dans sa traverse, lequel est cependant entraîné par le courant de l'eau; & je suppose enfin que les Bateliers ne se soûtiennent point contre le courant de l'eau.

Un Batelier fait 20 toises environ ou 120 piés en ramant dans ces bateaux en une minute de tems avec un effort qui paroît mediocre, & que nous déterminerons dans la suite. Ceci est une observation. La surface du bateau qui se presente au mouvement de l'eau est de 3 piés environ, & la surface des deux rames plongées dans l'eau peut-être ensemble de 4 piés. Enfin la distance du point d'appui à la

main du rameur, est à peu près la même que celle du milieu de la rame plongée dans l'eau au même appui : c'est pourquoi dans ce cas la puissance relative est égale à la puissance absoluë.

Par ce qu'on donne ici de la vîtesse du bateau, nous avons 2 piés ou 24 pouces par chaque seconde de tems ; & par la regle le quarré de ces 24 pouces est 576, qui étant divisé par 56 nombre fixe, donne 10 $\frac{2}{7}$ de ligne à peu près pour une hauteur d'eau au dessus de la surface proposée. Mais comme cette surface est de 3 piés, on trouvera 15 livres & $\frac{1}{5}$ à peu près pour l'effort de la puissance qui doit vaincre la resistance de l'eau contre la surface proposée. Cet effort n'est pas considerable, puisqu'un homme peut tres-facilement élever en tirant par le moyen d'une poulie simple un poids de 15 ou 16 livres par l'espace de deux piés en une seconde de tems. Pour ce qui est du mouvement de la main, il doit être double avec la même force, c'est à dire de 4 piés en une seconde ; car la pale de la rame s'écarte autant que le bateau du même point fixe & en sens contraires dans cet exemple.

Je n'ai point d'égard au mouvement interrompu du rameur ; car quoiqu'il ne travaille que la moitié du tems, il peut facilement faire un effort double dans cette moitié & se reposer dans l'autre, & surtout dans la situation où il est : car il ne fait avec les bras en demeurant dans la même place, que la moitié de l'effort de celui qui tireroit un bateau sur le bord de l'eau, lequel est encore obligé de marcher & de porter la charge de son corps.

Autre application au mouvement des Galeres.

La surface de la Galere qui se presente au mouvement de l'eau est de 80 piés ; & il y a 26 rames de chaque côté, ou 52 rames en tout. Je mets trois rameurs à chaque rame. Chaque rame a 36 piés de longueur, & la pale 9 pouces de largeur ; il y en a dans l'eau ordinairement 4 piés $\frac{1}{2}$, & la distance depuis l'appui de la rame jusqu'à la main,

n'est que le tiers de l'autre partie depuis l'appui jusqu'au milieu de la partie de la pale qui trempe dans l'eau. On trouve donc que la surface de la partie de la rame qui est plongée dans l'eau, est de 3 piés $\frac{1}{8}$, & cette surface de toutes les rames ensemble sera de 175 piés $\frac{1}{2}$.

Maintenant nous sçavons qu'une Galere avec trois rameurs par rame fait ordinairement 2800 toises en une heure, & par consequent 46 toises 4 piés, ou bien 280 piés en une minute; & enfin 4 piés 8 pouces ou 56 pouces en une seconde. Je cherche donc l'effort que doivent faire les rameurs.

Par la seconde regle je prends le quarré des 56 pouces, & j'ai 3136 que je divise par 56 nombre fixe ou constant, ce qui me donne 56 lignes de hauteur d'eau au dessus des 80 piés de la surface proposée; & par consequent en multipliant 56 par 80, on a 4480 lignes de hauteur d'eau sur un pié de superficie, lesquelles étant divisées par 144 lignes pour un pié de hauteur, on aura pour toute la charge 31 piés 1 pouce 4 lignes; ce qui étant reduit au poids à 72 livres pour pié cubique, vaut 2240 livres pour la mesure de l'effort de la puissance relative des rameurs, laquelle agit également sur la pale des rames & sur le corps de la Galere.

Mais divisant ce poids à 156 rameurs, chacun n'en doit soûtenir que 14 livres $\frac{1}{3}$ à peu près pour son effort relatif.

Il faut maintenant reduire la puissance relative de chaque rameur à sa puissance absoluë, en faisant comme 1 est à 2, qui est la raison de la partie de la pale de la rame depuis l'appui jusqu'à la main, à la partie depuis le même appui jusqu'au milieu de la partie de la pale plongée dans l'eau; ainsi la puissance relative que l'on vient de trouver de 14 livres $\frac{2}{3}$ sera à la puissance absoluë 28 livres $\frac{2}{3}$.

Mais aussi chaque rameur qui fait cet effort de 28 livres $\frac{2}{3}$ en une seconde, ne devroit pousser l'extremité de la rame avec la main, que par un espace de 2 piés 4 pouces, si la pale de la rame étoit appuyée contre un point fixe: car le chemin de la pale est au chemin de la main, comme les lon-

gueurs depuis l'appui 2 à 1. Mais à cause que la rame doit s'écarter aussi du même point fixe qui seroit entre la Galere & la rame, & par rapport auquel on vient de trouver le chemin de la main de 2 piés 4 pouces, il faut encore déterminer quel chemin doit faire la pale de la rame en une seconde.

Nous venons de trouver que la puissance qui agit contre la surface de la Galere qui est de 80 piés, est de 2240 livres ; & comme ce doit être la même puissance qui agit contre toutes les rames ensemble qui ont 175 piés $\frac{1}{2}$ de surface, la hauteur d'eau sur ces rames sera reciproque de celle qui est sur la surface de la Galere que nous avons trouvée de 56 lignes : & par consequent on fera comme 175 piés $\frac{1}{2}$ est à 80 piés, ainsi 56 lignes à 25 lignes $\frac{1}{2}$ à peu près, qu'il doit y avoir de hauteur d'eau sur toute la surface des rames, ou sur chaque pié. Je fais donc par la premiere regle,

Comme 2016 lignes nombre fixe
A 25 lignes $\frac{1}{2}$ de hauteur d'eau,
Ainsi 784 nombre fixe
A 10 à peu près, dont la racine quarré est 3 piés $\frac{1}{4}$ ou 38 pouces environ, que les rames doivent faire en une seconde dans le même tems que le corps de la Galere fait 56 pouces.

Mais à cause des differentes longueurs des bras de la rame qui sont comme 2 à 1, la main ne doit faire que 19 pouces de chemin ou 1 pié 7 pouces en une seconde par rapport au mouvement de la rame ; & par consequent la main des rameurs qui fait aussi 2 piés 4 pouces en une seconde par rapport au mouvement de la Galere, fera en tout à chaque seconde 3 piés 11 pouces, avec le même effort mesuré par 28 livres $\frac{2}{3}$.

Cet effort & ce mouvement ne sont que mediocres ; & comme dans l'usage des rames ordinaires le travail est interrompu, les rameurs peuvent facilement récompenser le tems perdu où ils ne font aucun effort, & où ils se reposent en quelque façon, en travaillant avec plus de vigueur à chaque coup de rame.

Il ne sera pas maintenant difficile de déterminer quel effort on doit employer pour remonter une riviere par le moyen des rames, & quelle sera la vîtesse. Car si la force ou la puissance est donnée, avec le tems donné, il n'y aura qu'à trouver, comme on a fait ci-devant, quel doit être le chemin dans une eau calme, & ôter de ce chemin le mouvement ou le chemin de la riviere en descendant, le reste sera le mouvement du bateau en remontant pour le tems proposé, pourvû que le mouvement du bateau consideré comme dans une eau calme, soit plus grand que celui de l'eau; car s'il est moindre, il est évident que le bateau ne laissera pas encore de descendre malgré le travail des rameurs.

Mais si l'on donne le chemin qu'on veut faire dans un tems donné en remontant la riviere, dont on connoît aussi le mouvement ou le chemin ou la vîtesse en descendant, il faudra joindre ces deux mouvemens ensemble, & chercher par les regles précedentes quelle est la puissance qui peut les soûtenir contre la surface du bateau qui se presente au mouvement de l'eau, & cette même puissance agissant aussi contre les rames, il en faudra tenir compte dans le mouvement du bras ou de la main des rameurs, comme on a fait ci-devant pour les Galeres.

Par exemple, si une riviere descend de 4 piés en une seconde de tems, & qu'on veüille remonter 3 piés aussi par seconde contre le courant de l'eau, on aura une vîtesse donnée de 7 piés en une seconde, qu'il faut considerer pour faire le calcul comme dans une eau calme.

Pour ce qui regarde toutes les machines qu'on pourroit employer pour cet effet, on sçait en general qu'elles n'ont d'autre utilité que de mettre à profit les puissances naturelles, comme le mouvement de l'eau & le vent en se servant des voiles, & qu'on peut aussi par leur moyen récompenser le tems en employant une plus grande puissance, & profiter d'une petite puissance pour faire un grand effort. Mais dans le mouvement des bateaux ou des Galeres par le moyen des rames, il est facile à voir qu'on ne

peut jamais tirer qu'un petit mouvement d'une foible puissance : car si la machine augmente l'effort, il faudra toûjours beaucoup plus de tems, en supposant que le tems & le chemin sont toûjours en même raison : mais il n'en est pas de même dans l'effort des animaux qui tirent ou qui poussent en marchant ou en se mouvant ; car c'est une supposition de quelques Mécaniciens, par laquelle on prouveroit qu'un homme qui peut élever un poids de 100 livres à 10 piés de hauteur en une minute, pourroit élever dans le même tems un poids d'une livre à 1000 piés de hauteur, ce qui est absolument impossible ; car un homme ne peut faire qu'un certain mouvement tout au plus dans un certain tems, quand même il ne tireroit aucun poids.

Il ne sera donc pas difficile par ce que j'ai démontré dans ce Memoire, de connoître quel succès on doit attendre des promesses que font la plûpart des Machinistes, qui se persuadent de pouvoir faire remonter des bateaux sur des rivieres assez rapides, en y appliquant quelques machines dont ils ne connoissent pas toûjours les effets, & en s'imaginant que la force de leur genie, sans aucune étude, est plus que suffisante pour leur faire déterminer quel est l'effort necessaire pour vaincre la resistance des corps liquides ou en repos ou mis en mouvement, par le moyen d'une machine, qui est une mécanique d'un genre plus relevé, & d'une bien plus grande discussion que celle des simples corps solides, où l'on ne considere ordinairement que l'équilibre.

SECTION INDEFINIE DES ARCS CIRCULAIRES

En telle raison qu'on voudra, avec la maniere d'en déduire les Sinus, &c.

Par M. BERNOULLI, Professeur à Bâle.

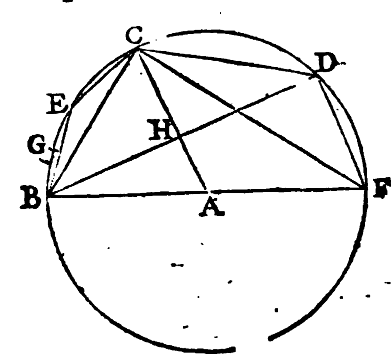
Extraite d'une de ses Lettres écrite de Bâle le 13. Juin 1702.

1702. 6. Dec.

DAns ce que mon Frere donna des Segmens & des Secteurs cycloïdaux quarrables, au mois de Juillet des Actes de Leipsik de 1699. Il dit qu'il avoit aussi l'art d'en trouver une infinité de Zones quarrables, dont il donnoit seulement quelques exemples, en supprimant sa méthode. J'y pensay, & le mois de Septembre suivant j'en donnay une tres-simple dans les mêmes Actes, laquelle fournit aussi une infinité de pareilles Zones quarrables, que je déterminay ensuite (au mois de Decembre 1700. de ces Actes) par le moyen d'une Courbe, laquelle (quoique mécanique) a cela de singulier, qu'outre la cycloïde en question, elle n'exige pour sa construction que des lignes droites & circulaires; ce qui me parut résoudre le Problême tout aussi simplement que le seroit un Problême solide par la seule regle & le compas outre la Section conique qu'on y voudroit supposer.

Cependant, les mêmes verités se pouvant trouver par des voyes souvent tres-différentes, cette méthode n'étoit point celle de mon Frere : Il a marqué ensuite, au mois d'Avril des Actes de Leipsik de 1701. que la sienne consistoit dans une progression telle que sont celles qu'il y donne. Mais prévoyant assés comment une telle progression se pouvoit aussi trouver par la méthode qui m'a donné

né autrefois celles de M. Leibnitz pour la détermination des Sinus, &c. par le moyen des arcs donnés, j'en suis demeuré là jusqu'à ce qu'enfin M. Herman étant parvenu depuis par une route tres-différente & tres-belle à une progression qui peut servir de même à couper telle Courbe qu'on voudra en raison donnée, il me prît envie d'essayer jusqu'où ma méthode me pouvoit conduire de ce côté-là : & non seulement j'apperçûs aussi-tôt que la Section indefinie de l'arc circulaire, & l'invention de son Sinus, &c. tirée de cet art luy même, ne faisoient proprement qu'un même Problême ; mais encore arrivay-je enfin à celle de M. Herman : Voici pour ce qui regarde la question presente.



LEMME. *Si l'on appelle* f *la corde* CD *d'un arc quelconque d'un cercle dont le rayon soit pris pour l'unité, l'on aura* $\sqrt{4ff-f^4}$ *pour la valeur de la corde* BD *d'un arc double de celuy-là.*

DEMONST. En effet, si outre le diametre BF & le rayon AC, l'on fait les droites BC & CF, l'on aura deux triangles isoscelles que leurs angles égaux CDB & AFC rendront semblables ; & qui par conséquent donneront $AF.\ CF\ (\sqrt{\overline{BF}^2-\overline{BC}^2})::CD.\ BD.$ c'est à dire, $1.\ \sqrt{4-ff}::f.\ BD=\sqrt{4ff-f^4}$. ou $\overline{BD}^2=4ff-f^4$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Il suit delà que si dans le demi-cercle $BCDF$, on prend plusieurs arcs BG, BE, BC, BD, &c. en progression double ; c'est à dire, dont le second BE soit double du premier, BG pris à discretion, le troisiéme BC double du second, le quatriéme BD double du troisiéme ; &c. Et dont les cordes étant aussi BG, BE, BC, BD ; celle du premier BG soit appellée x ; celle du dernier BD, a ; & celle

de son complement DF au demi cercle, $b = \sqrt{4 - aa}$: Il suit, dis-je, du Lemme précedent que $\overline{BE}^2$ (quarré de la corde de l'arc double de BG) est $= 4xx - x^4$; ce qui étant pris pour ff, l'on aura de même $\overline{BC}^2$ (quarré de la corde de l'arc double de BE, ou quadruple de BG) $= 16xx - 20x^4 + 8x^6 - x^8$; Et en prenant encore cela pour ff, l'on aura encore de même $\overline{BD}^2$ (quarré de la corde de l'arc double de BC ou octuple de BG) $= 64xx - 336x^4$, &c. Et toûjours de même comme dans la Table suivante.

Arcs multiples de BG.	*Quarrés des cordes de ces arcs.*
1	xx
2	$4xx - x^4$
4	$16xx - 20x^4 + 8x^6 - x^8$
8	$64xx - 336x^4 + 672x^6 - 660x^8 +$ [$+ 352x^{10} - 104x^{12} + 16x^{14} - x^{16}$

Presentement pour trouver une expression générale de la corde d'un arc indéfiniment multiple d'un autre, il ne s'agit plus que d'observer suivant quelle loy se fait la progression des coëfficiens de tous ces termes. Or je remarque que tous ces coëfficiens résultent de l'addition de nombres figurés entr'eux : Par exemple, les coëfficiens de la premiere rangée perpendiculaire, qui sont les quarrés 1, 4, 16, 64, naissent de l'addition d'une double rangée de nombres triangulaires, c'est à dire, de nombres figurés du premier ordre ; les coëfficiens de la seconde rangée perpendiculaire, qui sont 1, 20, 336, résultent aussi de l'addition d'une double rangée de nombres triangulo-pyramidaux, c'est à dire, de nombres figurés du troisiéme ordre ; les coëfficiens de la troisiéme rangée perpendiculai-

re, qui font 8, 672, se forment encore de même de l'addition d'une double rangée triang triang-pyramidaux, c'est à dire, de nombres figurés du cinquiéme ordre; Et ainsi à l'infini comme on le voit dans la Table suivante.

	1. Ord. Fig.	*3. Ord. Fig.*	*5. Ord. Fig.*
1	1 + 0 = 1.	0 + 0 = 0	0 + 0 = 0
2	3 + 1 = 4.	1 + 0 = 1.	0 + 0 = 0
3	6 + 3 = 9	5 + 1 = 6	1 + 0 = 1
4	10 + 6 = 16.	15 + 5 = 20.	7 + 1 = 8
5	15 + 10 = 25	35 + 15 = 50	28 + 7 = 35
6	21 + 15 = 36	70 + 35 = 105	84 + 28 = 112
7	28 + 21 = 49	126 + 70 = 196	210 + 84 = 294
8	36 + 28 = 64.	210 + 126 = 336.	462 + 210 = 672.

C'est pourquoy la maniere de trouver tous les derniers termes de chaque rangée de nombres figurés par le moyen du nombre de ceux qui les précede, étant connuë, il est visible, que l'on aura aussi celle de trouver tous les termes de la progression dont il s'agit ici : Par exemple, si n est le nombre des termes, on trouvera nn pour le dernier de la premiere rangée; $\frac{nn.\ nn-1}{3.\ 4}$ pour le dernier de la seconde; $\frac{nn.\ nn-1.\ nn-4}{3.\ 4.\ 5.\ 6}$ pour le dernier de la troisiéme; $\frac{nn.\ nn-1.\ nn-4.\ nn-9}{3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7.\ 8}$ pour le dernier de la quatriéme, &c. D'où l'on voit qu'en supposant l'arc BD indéfiniment multiple de BG, c'est à dire, comme valant l'arc BG pris autant de fois qu'il y a d'unités dans n; l'on aura $\overline{BD}^2$ (quarré de la corde BD) ou $aa = nnxx - \frac{nn.\ nn-1}{3.\ 4}x^4$ $+ \frac{nn.\ nn-1.\ nn-4}{3.\ 4.\ 5.\ 6}x^6 - \frac{nn.\ nn-1.\ nn-4.\ nn-9}{3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7.\ 8}x^8 + \&c.$

Et $\overline{DF}^2$ ou $bb = 4 - aa = 4 - nnxx + \frac{nn.\ nn-1}{3.\ 4}x^4 - \frac{nn.\ nn-1.\ nn-4}{3.\ 4.\ 5.\ 6}x^6 + \frac{nn.\ nn-1.\ nn-4.\ nn-9}{3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7.\ 8}x^8 - \&c.$ Lesquelles valeurs donneront celles de a & de b par le moyen des interpolations de M. Wallis, ou en la maniere que voici.

Soient deux Progressions feintes $a = nx - px^3 + qx^5 - rx^7 + sx^9\ tx^{11} + \&c.$ Et $b = 2 - pxx + qx^4 - rx^6 - + sx^8 - tx^{10} + \&c.$ qu'il faut ensuite quarrer pour avoir

$$\begin{array}{lllll} aa = nnxx & - 2npx^4 & + 2nqx^6 & - 2nrx^8 & + 2nsx^{10} - \&c. \\ & + pp & - 2pq & + 2pr & \\ & & & + qq & \end{array}$$

$$\begin{array}{llllll} \text{Et } bb = 4 & - 4pxx & + 4qx^4 & - 4rx^6 & + 4sx^8 & - 4tx^{10} + \&c. \\ & & + pp & - 2pq & + 2pr & - 2ps \\ & & & & + qq & - 2qr \end{array}$$

Lesquels quarrés comparés terme à terme avec les correspondans des progressions qu'on vient de trouver, détermineront les valeurs des coëfficiens p, q, r, s, &c. Et de cette maniere l'on aura $a = nx - \frac{n.\ nn-1}{4.\ 6}x^3 + \frac{n.\ nn-1.\ nn-9}{4.\ 6.\ 8.\ 10}x^5 - \frac{n.\ nn-1.\ nn-9.\ nn-25}{4.\ 6.\ 8.\ 10.\ 12.\ 14}x^7 + \&c.$ Et $b = 2 - \frac{nn}{4}xx + \frac{nn.\ nn-4}{4.\ 6.\ 8}x^4 - \frac{nn.\ nn-4\ nn-16}{4.\ 6.\ 8.\ 10.\ 12}x^6 + \frac{nn.\ nn-4.\ nn-16.\ nn-36}{4.\ 6.\ 8.\ 10.\ 12.\ 14.\ 16}x^8 - \&c.$ où la loy de la progression est tres-facile à reconnoître. Mais parce que dans la premiere 1, 9, 25, &c. expriment les quarrés de tous les nombres impairs, & que dans la seconde 4, 16, 36, &c. expriment aussi les quarrés de tous les nombres pairs, on voit que quelque nombre entier rationel que soit n, il y aura toûjours quelque terme qui s'évanoüira avec ceux qui le suivent dans l'une ou dans l'autre de ces progressions : De maniere qu'alors cette progression se changera en une équation Algebraïque finie, laquelle disposée comme l'on dispose d'ordinaire celles dont le premier terme n'est point affecté, se changera en celle-ci $x^n - nx^{n-1}$

$+\frac{n.n-3}{2}x^{n-4}-\frac{n.n-4.n-5}{2.\ 3}x^{n-6}+\frac{n.n-5.n-6.n-7}{2.\ 3.\ 4}x^{n-7};..$

$\ldots\ldots\left\{\begin{matrix}\text{Si } n \text{ eſt impair } \pm nx \mp a \\ \text{Si } n \text{ eſt pair } \pm\frac{nnxx}{4}\pm 2\mp b\end{matrix}\right\}=o$, laquelle donne tout d'un coup celle de telle Section déterminée qu'on voudra, en prenant n pour le nombre des parties requiſes : Par exemple, ſi l'on veut diviſer un arc de cercle ou un angle en 3, 5, 7, ou en 6 parties égales, il faut prendre $n=3$, 5, 7, ou 6 dans la précedente équation générale ; & elle ſe changera en celles-ci pour les Sections requiſes, leſquelles ſont preciſément les mêmes qui ſe trouvent par la voye ordinaire.

$x^3-3x+a=o$

$x^5-5x^3+5x-a=o$

$x^7-7x^5+14x^3-7x+a=o$

$x^6-6x^4+9xx-2+b=o$

Voilà pour ce qui regarde la Section des arcs circulaires ou des angles en tel nombre de parties égales qu'on voudra ; preſentement ces arcs étant donnés, voici la maniere d'en trouver les cordes ou les ſinus : le paſſage de l'un à l'autre eſt facile. Pour cela concevons que la corde BG (que nous avons appellée x) eſt infiniment petite, de maniere qu'elle ſe confonde avec l'arc BG, & que le nombre n (qui marque combien de fois cet arc BG eſt ſurpaſſé par l'arc BD) ſoit infini : Alors on aura l'arc BD (que j'appelle preſentement f) $=nx$. Cela poſé, les nombres 1, 9, 25, &c. de même que 4, 16, 36, &c. ſe trouvant nuls par rapport à nn, les équations $a=nx$ &c. Et $b=2-\frac{nnxx}{4}$ &c. qu'on vient de trouver, ſe changeront en celles-ci: $a=nx-\frac{n^3x^3}{4.\ 6}+\frac{n^5x^5}{4.\ 6.\ 8.\ 10}-\frac{n^7x^7}{4.\ 6.\ 8.\ 10.\ 12.\ 14}+$&c. Et $b=2-\frac{nnxx}{4}+\frac{n^4x^4}{4.\ 6.\ 8}-\frac{n^6x^6}{4.\ 6.\ 8.\ 10.\ 12}+\frac{n^8x^8}{4.\ 6\ 8.\ 10.\ 12.\ 14.\ 16}-$&c. leſquelles (à cauſe de $nx=f$) ſe changent encore en $BD=a=f-\frac{f^3}{4.\ 6}+\frac{f^5}{4.\ 6.\ 8.\ 10}-\frac{f^7}{4.\ 6.\ 8.\ 10.\ 12.\ 14}+$&c. Et en $DF=b=2-\frac{ff}{4}+\frac{f^4}{4.\ 6.\ 8}-\frac{f^6}{4.\ 6.\ 8.\ 10.\ 12}+$ $+\frac{f^8}{4.\ 6.\ 8.\ 10.\ 12.\ 14.\ 16}-$&c. C'eſt ainſi que l'arc BD étant

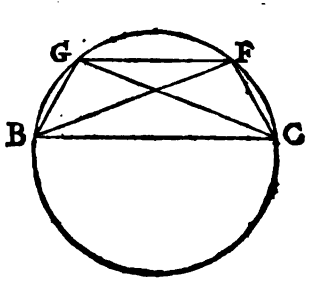
donné, j'en ay autrefois déterminé la corde BD, & celle de ſon complement BF.

Si preſentement on veut le Sinus d'un arc propoſé, ſoit cet arc $BC \left(\frac{arc.\ BD}{2} = \frac{1}{2}f\right) = g$, ſon Sinus $BH \left(\frac{1}{2} BD = \frac{a}{2}\right) = s$; $AH \left(\frac{1}{2} DF = \frac{1}{2} b\right) = c$, $HC = v$: à ce compte l'on aura $a = 2s$, $b = 2c$, & $f = 2g$; leſquelles valeurs de a, b, f, étant ſubſtituées en leurs places dans les deux dernieres égalités précedentes, l'on aura s (Sin. droit de l'arc BC) $= g - \frac{g^3}{2.3} + \frac{g^5}{2.3.4.5} - \frac{g^7}{2.3.4.5.6.7} +$ &c. c (Sin. compl.) $= 1 - \frac{gg}{2} + \frac{g^4}{2.3.4} - \frac{g^6}{2.3.4.5.6} +$ &c. Donc v (Sin. verſ.) $1 - c = \frac{gg}{2} - \frac{g^4}{2.3.4} + \frac{g^6}{2.3.4.5.6} - \frac{g^8}{2.3.4.5.6.7.8} +$ &c. leſquelles progreſſions ſont préciſément les mêmes que celles que M. Leibnitz a données dans les Actes de Leipſik au mois d'Avril de 1691. pag. 179. Et de cette maniere l'on voit que nous avons donné la ſolution de deux Problêmes à la fois : ſçavoir, la diviſion d'un angle ou d'un arc de cercle en raiſon donnée, & réciproquement le Sinus d'un arc circulaire ou d'un angle donné quelconque. Au reſte il eſt à remarquer que M. Newton en réſolvant le premier de ces Problêmes, eſt tombé dans la même progreſſion que nous, comme on le voit pag. 384. de l'Algebre de M. Wallis imprimée à Oxfort en 1693.

P. S.

Un des principes ſur leſquelles M. Herman s'eſt fondé dans la recherche de la multiſection de l'angle, eſt la proprieté du quadrilatére inſcrit dans le cercle, dont le produit des diagonales eſt égal à la ſomme des produits des côtés oppoſés. Surquoy j'ay trouvé que l'on peut auſſi déduire nôtre formule de cette même proprieté, en cherchant ſans interruption les cordes & les quarrés des cordes de l'arc double, triple, quadruple, quin-

tuple, &c. Et non par sauts, comme j'ay faits celles de l'arc double, quadruple, octuple, &c. par l'autre méthode : en voici la démonstration.



Dans le quadrilatére inscrit au cercle $BGFC$, soit $BG = FC = x$, $GF = s$, BF ou $GC = t$, & $BC = v$. l'on aura pour ladite proprieté $tt = xx + sv$, & par consequent $v = \frac{tt - xx}{s}$, & $vv = \frac{t^4 - 2ttxx + x^4}{ss}$. Or si GF ou s est posée égale à BG ou x, BF ou t sera la corde de l'arc double, & BC ou v la corde de l'arc triple de BG; & si s est la corde de l'arc double, t sera celle du triple, & v celle du quadruple de l'arc BG; & si s est celle du triple, t sera celle du quadruple, & v celle du quintuple; & ainsi de suite. Donc la corde de l'arc simple étant x, & celle du double $\sqrt{4xx - x^4}$, l'on connoîtra par cette équation celle du triple; & de même par la corde de l'arc double & par celle du triple, on trouvera celle du quadruple; & par celles des arcs triple & quadruple, l'on sçaura celle du quintuple, ainsi de suite, comme l'on voit ici.

QUARRÉ'S DES CORDES.

1	xx
2	$4xx - x$
3	$9xx - 6x^4 + x^6$
4	$16xx - 20x^4 + 8x^6 - x^8$
5	$25xx - 50x^4 + 35x^6 - 10x^8 + x^{10}$
6	$36xx - 105x^4 + 112x^6 - 54x^8 + 12x^{10} - x^{12}$

CORDES ELLES-MÊMES.

1	x
2	$x\sqrt{4-xx}$
3	$3x-x^3$
4	$\overline{2x-x^3}\sqrt{4-xx}$
5	$5x-5x^3+x^5$
6	$\overline{3x-4x^3+x^5}\sqrt{4-xx}$

Où l'on remarque avec plaisir que toutes les cordes dont l'exposant du multiple est un nombre impair, deviennent rationelles pendant que les autres sont sourdes, mais toutes commensurables entr'elles, & divisibles par $\sqrt{4-xx}$.

SOLUTION D'UN PROBLÊME

Concernant le calcul intégral, avec quelques abregés par raport à ce calcul.

Par M. BERNOULLI, Professeur à Groningue.

Le tout extrait d'une de ses Lettres écrite de Groningue le 5. Aoust 1702.

PROBLÊME.

1702. 13. Dec. *Soit la differentielle* $\frac{pdx}{q}$, *dont* p *&* q *expriment des quantités rationelles composées comme l'on voudra d'une seule variable* x *& de constantes; on demande l'intégrale ou la somme Algebraïque, ou du moins qu'on la réduise à la quadrature*

drature de l'hyperbole ou du cercle, l'un ou l'autre étant toûjours possible.

SOLUT. Soit divisée p par q jusqu'à ce qu'enfin la plus grande dimension de x dans le reste soit moindre que dans q, à moins que la plus grande dimension de x dans p ne fût déja moindre que dans q, auquel cas il n'y auroit point de division à faire. Prenez ensuite l'intégrale du quotient de cette division ; ce qui est toûjours possible, puisque ce quotient (quant aux x) sera toûjours entier & rationel. Mais pour l'intégrale du reste (ce qui est proprement le point de la difficulté), voici comme on la trouve. Soit ce reste appellé r, & supposons que $\frac{rdx}{p} = \frac{adx}{x+f} + \frac{bdx}{x+g} + \frac{cdx}{x+h} +$ &c. c'est à dire $\frac{rdx}{q}$ égale à autant de differentielles logarithmiques que la plus grande dimension de x dans q a d'unités. Et là il est à remarquer que a, b, c, &c. de même que f, g, h, &c. sont des quantités constantes indéterminées ; & pour en avoir les valeurs il faut réduire cette somme $\frac{adx}{x+f} + \frac{bdx}{x+g} + \frac{cdx}{x+h} +$ &c. à un dénominateur commun le plus petit qu'il soit possible ; ce qui la rendra semblable à la proposée $\frac{rdx}{q}$, en ce que x se trouvera au même degré dans le dénominateur de l'une & de l'autre. Quant au degré de x dans r, s'il arrivoit qu'il y fût moindre que dans l'autre numerateur, il faudroit y supposer ceux qui y manqueroient en les affectant de o. Cela fait, il faut égaler entr'eux les termes correspondans tant des numerateurs que des dénominateurs de ces deux sommes ; ce qui donnera autant d'équations qu'il y aura de coëfficiens indéterminés dans la seconde, lesquels se détermineront enfin par le moyen de ceux de la proposée, dont les valeurs données dans r & dans q, donneront celles de ces coëfficiens cherchés, à moins qu'il ne s'y trouvât de la contradiction ; ce qui marqueroit qu'il y auroit encore quelque chose d'absolument intégrable dans la fraction restante. L'en ayant

donc ſeparé par la diviſion, cette comparaiſon de terme à terme réüſſira toûjours dans le reſte. Par le mot de *Coëfficient* je n'entends pas ſeulement un nombre, mais auſſi toute grandeur conſtante qui affecte quelque dimenſion que ce ſoit de x.

Autrement. Soit $\frac{rdx}{q} = \frac{sdx}{t} + \frac{adx}{x+f}$, en prenant t pour une grandeur compoſée de x qui deſcendent par degrés juſqu'à une grandeur purement conſtante, & dont la plus grande dimenſion ſoit ſeulement d'une unité moindre que dans q, pendant que les autres ſont affectées de grandeurs conſtantes : De même par s j'entends une ſuite de dimenſions de x affectées de conſtantes, & qui deſcendent tellement par degrés que leur plus grande ſoit d'une unité moindre que la plus grande de celles qui ſont dans t. De cette maniere $\frac{sdx}{t} + \frac{adx}{x+f}$ donnera $\frac{sx+sf+at}{tx+tf} \times dx = \frac{rdx}{q}$, ou les x des dénominateurs monteront à un même degré. Ainſi en faiſant le reſte comme cy-deſſus, on trouvera les valeurs des grandeurs conſtantes indéterminées qu'on y aura ſuppoſées : De ſorte que $\frac{rdx}{q}$ ſe trouvera réſoluë en $\frac{sdx}{t} + \frac{adx}{x+f}$, où les x de t ſeront déja d'un degré plus bas que dans q. On réſoudra de même $\frac{sdx}{t}$ en $\frac{vdx}{w} + \frac{bdx}{x+g}$, & ainſi de ſuite juſqu'à ce qu'enfin on ſoit arrivé à de ſimples racines de x dans les dénominateurs des fractions ſuppoſées ; ce qui étant, la reſtante $\frac{rdx}{q}$ de la propoſée, ſe trouvera réſoluë en ces ſimples-ci : $\frac{adx}{x+f} + \frac{bdx}{x+g} + \frac{cdx}{x+h} +$ &c. Il ne reſte donc plus qu'à faire voir comment les intégrales de ces dernieres fractions (qu'on voit dépendre de la deſcription de la logarithmique ou de la quadrature de l'hyperbole, ſoit réelle ſoit imaginaire) ſe peuvent exprimer en grandeurs exponentielles ou parcourantes : le voici.

On sçait que $\frac{dx}{x+f}$, $\frac{dx}{x+g}$, $\frac{dx}{x+h}$, &c. sont les differentielles des Logarithmes de $x+f$, $x+g$, $x+h$, & Et qu'ainsi $\int\frac{dx}{x+f}$, $\int\frac{dx}{x+g}$, $\int\frac{dx}{x+h}$, &c. seront ces Logarithmes eux-mêmes : De sorte que l'on aura $\int\frac{dx}{x+f} = l\,\overline{x+f}$, & ainsi des autres, où l signifiera *logarithme*, comme d signifie *differentielle*. Donc $\int\frac{adx}{x+f}+\int\frac{bdx}{x+g}+\int\frac{cdx}{x+h}+$ &c. $= a\,l\,\overline{x+f}+b\,l\,\overline{x+g}+c\,l\,\overline{x+h}+$ &c. (par la nature des Logarithmes) $=$ Log. $\overline{x+f}^a.\overline{x+g}^b.\overline{x+h}^c.$ &c. *Ce qu'il falloit faire.*

COROLLAIRE.

On voit delà comment les équations differentielles rationelles, ou qui par les manieres de Diophante ou par d'autres peuvent devenir rationelles, & dont les variables avec leurs differences se trouvent separées de toutes autres tant variables que differentielles, peuvent toûjours se réduire à des équations Algebraïques ou à d'Exponentielles ; ce qui doit être d'un grand usage dans la methode inverse de Tangentes. En effet, si l'on suppose l'équation $\frac{sdx}{t}=\frac{\varsigma dy}{\theta}$ dont x & y soient les variables (s & t ne sont composées que de constantes & de telles dimensions de x qu'on voudra ; de même ς & θ ne sont faites que de constantes & de telles dimensions de y qu'on voudra aussi : le tout délivré des signes radicaux), & que l'on prenne X & Y pour ce que les quotiens qui résultent des divisions de s par t, & de ς par θ, ont d'absolument intégrale, c'est à dire, pour les intégrales de ce que ces quotiens ont d'absolu & sans fraction ; l'on aura $X+$ Log $\overline{x+f}^a.\overline{x+g}^b.\overline{x+h}^c.$ &c. $= Y+$ Log. $\overline{y+\varphi}^{\alpha}.\overline{y+\gamma}^{\beta}.\overline{y+\lambda}^{\varkappa}.$ &c. Et si l'on prend presentement l'unité, par laquelle on conçoit que X & Y

ſont multipliées) pour un Logarithme conſtant dont n ſoit le nombre, la reduction des Logarithmes aux puiſſances donnera cette équation exponentielle $n^X . \overline{x+f}^a . \overline{x+g}^b . \overline{x+h}^c$. &c. $= n^Y . \overline{x+\varphi}^\alpha . \overline{y+\gamma}^\beta . \overline{y+\lambda}^\kappa$. &c. laquelle dégenere quelquefois en purement Algebraïque, comme lorſque X & Y ſont nuls, & que a, b, c, de même que α, β, κ, ſont commenſurables.

Pour faire preſentement ſentir la beauté & l'univerſalité de cette méthode, voici un bel exemple : C'eſt le premier des deux Problêmes qui ſe trouvent propoſés dans les Actes de Leipſik au mois de May de 1698. pag. 232. & deſquels je trouvay auſſi-tôt la ſolution que je donnay au mois d'Octobre de la même année de ces Actes pag. 473. Où il eſt pourtant à remarquer qu'au lieu de $\int \frac{a^3dz + 4azzdz}{aaz + 6z^3}$ il faut $\int \frac{-a^3dz - 4azzdz}{3aaz + 2z^3}$, & non pas $\int \frac{a^3dz + 4azzdz}{aaz - 2z^3}$. Ce premier Problême, dis-je, (lequel conſiſte à trouver une Courbe qui coupe à angles droits toutes les Paraboles décrites ſur un même axe, dont chacune ait ſon parametre égal à la diſtance de ſon ſommet à un même point fixe de cet axe) ne ſe borne pas aux ſeules Paraboles ordinaires, il s'étend à toutes de quelque degré qu'elles ſoient, & de maniere que la Courbe cherchée ſe trouve toûjours Algebraïque ou Exponentielle. En effet, en prenant x pour le parametre variable d'une Parabole quelconque, m pour ſon expoſant ; & $y = xz$ pour l'appliquée de la Courbe cherchée ; on trouvera (1) $\frac{dx}{x} = \frac{-mmz^{2m-2} - 1}{mz^{m-1} + z + mz^{2m-1}} \times dz$, & non pas $\frac{1 + mmz^{2m-2}}{mz^{m-1} - z - mz^{2m-1}} \times dz$. Ainſi nôtre équation ne ſe trouvant compliquée d'aucuns ſignes radicaux, quand même l'expoſant m ſeroit irrationel, elle pourra toûjours devenir Algebraïque ou du moins Exponentielle par le moyen de la précedente Regle univerſelle ; & par ce moyen la Courbe cherchée ſe trouvera auſſi toûjours Algebraïque ou Exponentielle.

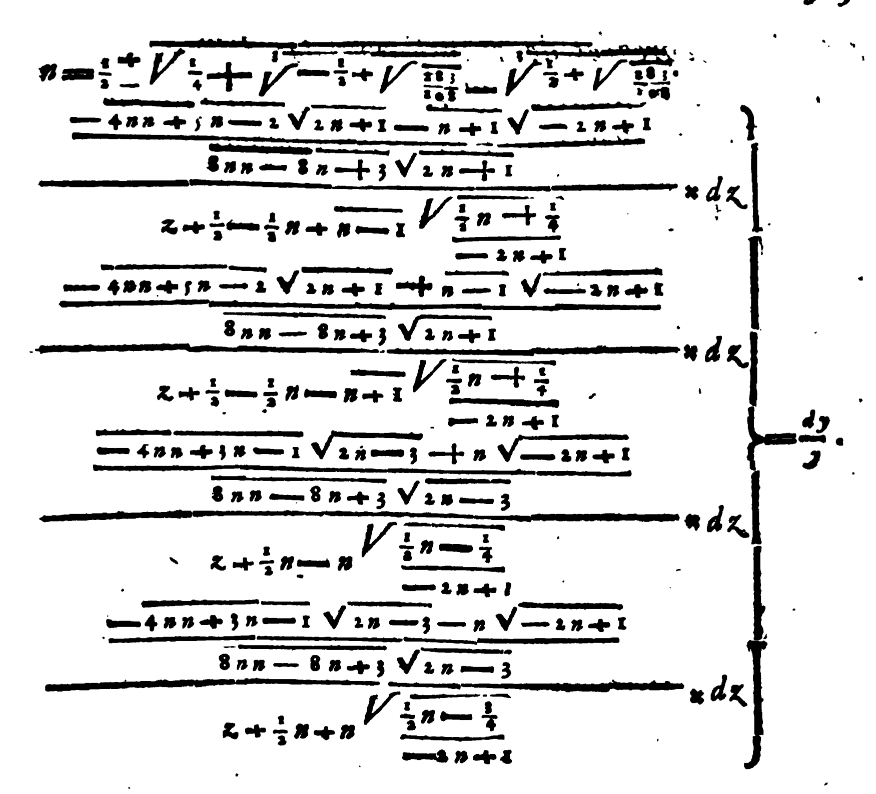
Au reste il est à remarquer que la facilité & la brieveté du calcul dépend beaucoup du choix des variables : Par exemple, si au lieu de l'appliquée de la Parabole l'on appelle son abscisse y, & son parametre variable $x = yz$, l'on aura (2) $\frac{dy}{y} = \frac{\overline{-m+1} \times z^{\frac{m-1}{m}} - mm}{mz^{\frac{2m-1}{m}} + mmz + mm} \times dz$; mais si (toutes choses demeurant les mêmes) l'on suppose $y = tx$, l'on aura (3) $\frac{dx}{x} = \frac{-t^{\frac{2-2m}{m}} - mm}{mt^{\frac{2-m}{m}} + mmt + mm} \times dt$. Et si (les choses demeurant encore les mêmes que dans la premiere équation) on suppose $x = zy$, cette supposition donnera enfin (4) $\frac{dy}{y} = \frac{\overline{mm-m} \times z^{-2m+1} - mz^{-m+1}}{mz^{-2m+2} + mz^{-m+2} + 1} \times dz$.

La seconde équation universelle rend le Problême tres-facile dans les Paraboles ordinaires ; car l'exposant m de ces Paraboles étant $= 2$, cette équation universelle (2) donne cette particuliere $\frac{dy}{y} = \frac{-5}{6z+4} \times dz = \frac{-\frac{5}{6}}{z+\frac{2}{3}} \times dz$ qui est tres-simple, & qui par la Regle precedente se réduit à cette équation purement Algebraïque $y \times \overline{2y+3x}^5 =$ à quelque quantité constante prise à discretion, par exemple égale à a^6 ; ce qui donnera $x = -\frac{2}{3}y + \frac{1}{3}\sqrt[5]{\frac{a^6}{y}}$: De sorte que la Courbe cherchée se trouvera enfin Algebraïque & tres facile à construire. Si quelqu'un veut bien se donner la peine de faire le calcul necessaire pour trouver le degré de la Courbe, en prenant à l'ordinaire x & y pour ses coordonnées, il la trouvera de 12 dimensions, ayant pour équation

$$31104\,yyx^{10} + 25920\,y^4x^8 + 8640\,y^6x^6 + 1480\,y^8x^4 + 120\,y^{10}xx + 4y^{12} - 4a^6y^6 + a^{12} = 0.$$
$$-64a^6x^6 - 582a^6yyx^4 + 228a^6y^4xx$$

SCHOLIE.

Puiſque dans l'exemple précedent des Paraboles, de même que dans les autres ; les formules cy-deſſus (1), (2), (3), (4), & ce que l'on en pourroit peut-être encore trouver d'autres, donnent des dimenſions differentes ; il eſt viſible qu'il y a du choix à faire entre ces formules, & qu'il eſt important de choiſir celle qui donne le moins de dimenſions. Par exemple, ſi l'expoſant des Paraboles eſt $= -1$, c'eſt à dire, ſi ces Paraboles dégenerent en Hyperboles ordinaires ; alors on aura deux formules : ſçavoir (2) & (4), leſquelles n'éleveront z ou t qu'à quatre dimenſions, pendant que les deux autres les éleveront à cinq. Si l'on choiſit la derniere, l'on aura $\frac{dy}{y} = \frac{-2z^3 - zz}{z^4 + z^3 - 1} \times dz$, laquelle équation differentielle (à cauſe des quatre dimenſions de z dans ſon dénominateur) ſe peut réſoudre en quatre ſimples par le moyen de la précedente Regle générale ; & ſi l'on en fait exactement le calcul ſuivant cette Regle, on trouvera $\frac{dy}{y} =$ à la ſomme de quatre quantités differentielles ſimples que voici, dans leſquelles la lettre n deſigne la racine de cette équation $n^6 - 3n^5 + 3n^4 - n^3 + 4nn - 4n + 1 = 0$, laquelle donne



Mais n ayant ici deux valeurs réelles, si l'on se sert de la plus grande, l'on aura $-2n+1$ négatif; Et par conséquent les deux premieres de ces quatre differentielles seront imaginaires; & par consequent aussi constructibles dépendamment de la rectification d'un arc de cercle: pour les deux dernieres, elles seront réelles & constructibles par le moyen de la Logarithmique. Au contraire, si l'on se sert de la moindre valeur de n, alors les deux premieres de ces mêmes differentielles seront réelles, & les deux autres imaginaires. Ainsi de l'une & de l'autre maniere la construction de la Trajectrice cherchée des hyperboles, dépend en partie de la quadrature du cercle, & en partie de la quadrature de l'hyperbole ou de la description de la Logarithmique.

Manieres abregées de transformer les differentielles composées en simples, & réciproquement; Et même les simples imaginaires en réelles composées.

PROBL. I. Transformer la differentielle $\frac{adz}{bb-zz}$ en une differentielle Logarithmique $\frac{adt}{2bt}$, & réciproquement.

Faites $z = \frac{t-1}{t+1} \times b$, & vous aurez $\frac{adz}{bb-zz} = \frac{adt}{2bt}$. Réciproquement prenez $t = \frac{+z+b}{-z+b}$, & vous aurez $\frac{adt}{2bt} = \frac{adz}{bb-zz}$.

Corol. On transformera de même la differentielle $\frac{adz}{bb+zz}$ en $\frac{-adt}{2bt\sqrt{-1}}$ differentielle de Logarithme imaginaire; & réciproquement.

PROBL. II. Transformer la differentielle $\frac{adz}{bb+zz}$ en differentielle de secteur ou d'arc circulaire $\frac{-adt}{2\sqrt{t-bbtt}}$; & reciproquement.

Faites $z = \sqrt{\frac{1}{t} - bb}$, & vous aurez $\frac{adz}{bb+zz} = \frac{-adt}{2\sqrt{t-bbtt}}$. Réciproquement prenez $t = \frac{1}{zz+bb}$, & vous aurez $\frac{-adt}{2\sqrt{t-bbtt}} = \frac{adz}{bb+zz}$.

PROBL. III. Transformer la differentielle $\frac{adz}{bb-zz}$ en differentielle de secteur hyperbolique $\frac{adt}{2\sqrt{t+bbtt}}$; & reciproquement.

Faites $z = \sqrt{\frac{1}{t} + bb}$, & ensuite $t = \frac{1}{bb-zz}$; Et vous aurez ce qu'on demande.

PROBL. IV. Transformer la differentielle Logarithmique

rithmique $\frac{adt}{2bt}$ en differentielle de secteur hyperbolique $\frac{adr}{2\sqrt{r+bbrr}}$.

Faites $t = \frac{b+\sqrt{\frac{1}{r}+bb}}{b-\sqrt{\frac{1}{r}+bb}}$; & vous aurez ce qu'on demande.

Corol. 1. On transformera de même la differentielle Logarithmique imaginaire $\frac{adt}{2bt\sqrt{-1}}$ en differentielle de secteur circulaire réel. Car en faisant $t = \frac{b\sqrt{-1}+\sqrt{\frac{1}{r}-bb}}{b\sqrt{-1}-\sqrt{\frac{1}{r}-bb}}$, l'on aura $\frac{adr}{2\sqrt{r-bbrr}}$.

Corol. 2. Puisque (*Probl.* 2.) $\int\frac{adz}{bb+zz}$ dépend de la quadrature du cercle, & que d'ailleurs $\frac{adz}{bb+zz}$ est $= \frac{\frac{1}{2}adz}{bb+bz\sqrt{-1}} + \frac{\frac{1}{2}adz}{bb-bz\sqrt{-1}}$, qui sont deux differentielles de Logarithme imaginaire; on voit que les Logarithmes imaginaires se doivent prendre pour des secteurs circulaires réels: parce que la compensation qui se fait de ces grandeurs imaginaires ajoûtées ensemble, les détruit de maniere que la somme en devient toute réelle.

OBSERVATIONS

Sur un Fœtus trouvé dans une des Trompes de la matrice.

PAR M. DU VERNEY l'aîné.

EN l'année 1689. une femme âgée d'environ vingt-trois ans se fit apporter à l'Hôtel-Dieu. Elle étoit

tombée toute droite sur ses pieds d'un cinquiéme étage dans une cour sur un tas de sable, & cette chûte fit écarter par embas les deux os de la jambe droite, ce qui causa deux grosses tumeurs aux chevilles du pied. Au bout de cinq semaines la malade fut attaquée d'une fiévre avec frisson, dont elle mourut au cinquiéme jour. Comme elle avoit dit à la personne qui la gouvernoit qu'elle se croyoit grosse, M. de Jouy Chirurgien de cet Hôpital qui en fut averti en fit l'ouverture. Aprés avoir examiné avec soin la matrice, il n'y vit aucune marque de grossesse; mais en observant les parties voisines, il apperçût dans la trompe droite une tumeur qu'il ouvrit, & y découvrant quelques ossemens, cela l'obligea d'appeller M. Saviard l'un des principaux Chirurgiens de cet Hôpital, qui prit la résolution sur le champ de me l'envoyer pour l'examiner à loisir. Je trouvay que c'étoit un fœtus enduit tout autour d'une humeur mucilagineuse, de la même grandeur, & dans la même situation que la figure le represente.

Les tegumens de ce fœtus étoient si secs & si minces, qu'à travers on pouvoit distinguer une grande parti de ses os. Le cordon étoit fort dessêché, de même que le placenta qui tenoit à la partie superieure de la trompe, & les membranes qui envelоppoient cet enfant étoient aussi presque entierement effacées.

La partie de la trompe qui le contenoit avoit ses membranes seches & un peu caleuses, & la portion de ce canal qui étoit entre la tumeur & la matrice étoit fort menuë. L'ayant suivie avec soin jusqu'à son insertion dans le fonds de cette partie, je la trouvay si exactement fermée, que ni le souffle ni les injections n'y pûrent faire découvrir aucune ouverture.

La matrice, les ovaires, la trompe gauche & son pavillon, même celui de la trompe droite étoient dans leur état naturel.

Quoique tous les visceres de la poitrine & du bas ventre de ce fœtus fussent fort secs & d'un tres-petit volume, on ne laissoit pas de les bien distinguer, & ce petit

enfant qui étoit mâle étoit desseché si proprement, qu'on auroit dit que la nature avoit pris soin de l'embaumer.

Le dessein qu'on voit ici fut gravé en la même année 1689. par l'ordre de la Compagnie, & cinq ans aprés j'ay encore eu le bonheur de verifier la même observation sur une femme morte à l'Hôpital de la Salpetriere, dont le fœtus étoit dans la trompe gauche : mais j'ai toûjours differé de faire imprimer ces observations, parce qu'elles doivent tenir leur place dans un ouvrage que j'ay dessein de publier touchant la generation. En attendant que je le donne, j'ay crû pouvoir joindre ici quelques remarques sur ce fait extraordinaire.

Nous dirons donc premierement que rien ne prouve mieux que les œufs passent des ovaires dans la matrice par les trompes, que les fœtus qui ont été trouvez. Nous avons sur ce sujet un assez grand nombre d'observations. Les Journaux des Sçavans en rapportent plusieurs exemples, & depuis peu M. de Litre l'un des membres de cette Compagnie lui a fait voir un semblable fait. Riolan en a rapporte plusieurs histoires. Harvée assûre avoir vû un fœtus dans une des trompes, & Vassal Chirurgien de Paris en l'année 1669. y en trouva aussi un. Il est vrai qu'il crût que dans le sujet où il l'observa il y avoit deux matrices, & cependant il ne laissa pas de nommer aussi l'endroit où étoit l'enfant, une aide de cette partie : mais parce que M. Mauriceau a rapporté ce fait differemment, nous croyons devoir dire de quelle maniere Vassal s'est expliqué. Voici à peu prés ses termes :

Une femme, dit-il, âgée de trente-deux ans avoit eu en differentes grossesses onze enfans, sept garçons & quatre filles, dont elle étoit toûjours accouchée heureusement & à terme : mais étant devenuë grosse pour la douziéme fois, au troisiéme mois de sa grossesse elle sentit dans le bas ventre de cruelles douleurs dont elle mourut, & on y trouva une tres-grande quantité de sang, & au côté droit de la matrice un grand sac ouvert où étoit le fœtus. Cet Auteur remarque que c'étoit une partie peu ca-

pable d'extenſion ; ce qui fait connoître que c'étoit la trompe, & non pas une double matrice, qui eſt une partie toûjours capable de ſe dilater & de s'étendre, parce qu'elle devient plus épaiſſe en s'étendant ; ce qui n'arrive pas à la trompe, outre que par l'inſpection de la figure on voit que la partie ou le fœtus eſt renfermée n'eſt autre choſe que le canal de la trompe dilaté dans ſon milieu, que le côté qui va s'inſerer dans la matrice eſt le commencement de ce canal, & que l'autre eſt en effet le pavillon. Auſſi Tilingius qui a fait une diſſertation ſur cet évenement, Graaf & d'autres qui en ont écrit depuis, ont fait voir que cette matrice n'étoit autre choſe que la trompe droite qui s'étoit extrêmement dilatée par l'accroiſſement du fœtus, lequel ayant atteint ſon troiſiéme ou quatriéme mois en briſant ſa priſon, avoit cauſé la mort de ſa mere & la ſienne en même-temps.

Depuis M. Moriceau, dans ſon traité des Accouchemens, a dit que ce n'étoit pas une ſeconde matrice, mais une extenſion de ſa propre ſubſtance, qu'il nomme une hernie de ſa partie ; ce qu'il prétend prouver par la remarque ſuivante.

Les ligamens ronds de la matrice s'attachent, dit-il, aux côtez de ſon fonds. Or il eſt certain que ſuivant la figure donnée par Vaſſal, le ligament rond du côté droit aboutiſſoit à la partie où le fœtus étoit contenu, & qu'il y étoit fortement attaché. Il faut donc, ajoûte-t-il, conclure que cet enfant avoit été formé dans une partie de la matrice qui avoit été ainſi prolongée ; ce qu'il prétend encore prouver par la figure qu'il en a donnée, où il paroît que le corps de la matrice eſt plus mince de ce côté là que de l'autre. Il eſt aiſé de répondre à ces deux difficultez : Car 1°. il n'y a qu'à jetter les yeux ſur la figure que Vaſſal nous en a donnée, pour être convaincu que le corps de la matrice avoit la même épaiſſeur au côté droit qu'au gauche. 2°. Il eſt vrai que dans cette figure le ligament rond du côté droit eſt un peu éloigné du fonds de la matrice ; mais il eſt aiſé de juger que Vaſ-

ſal n'a pas prétendu en donner un deſſein fort correct, & qu'il ne s'eſt pas ſervi d'un deſſinateur fort habile, comme on le voit par la maniere dont les vaiſſeaux ſanguins ſont repreſentez, par la figure des trompes & de leurs pavillons, & par celle de preſque toutes les autres parties, & qu'il n'a eu en vûë que de marquer la ſituation extraordinaire de ce fœtus.

La figure que M. Mauriceau nous a donnée eſt fort differente de celle de Vaſſal; car ce dernier a fait repreſenter le ſac de la trompe avec le fœtus poſé preſque perpendiculairement, au lieu que M. Moriceau donne à l'ouverture de ce ſac une ſituation horizontale, & qu'il a mis le fœtus hors du ſac, prétendant qu'il a été trouvé dans le bas ventre, bien que Vaſſal, qu'il ſemble que l'on doive en croire, aſſûre qu'il étoit enveloppé de ſes membranes dans la ſituation où il le repreſente. D'ailleurs leurs figures ſont ſi differentes, que l'on voit qu'il y a eu de l'affectation dans celle qui a paru la derniere, & il eſt difficile de croire que ce ſoit la repreſentation du même fait: mais comme Vaſſal avoit le ſujet entre les mains, & qu'il n'étoit prevenu en faveur d'aucun ſyſtême, il eſt aiſé de croire qu'il a été ſincere, & qu'à l'exactitude prés dans ce qui n'eſt pas eſſentiel, ſon deſſein a été fait de la maniere que les choſes paroiſſoient; ce que je puis même juſtifier par un autre que j'ay entre les mains, qui en fut fait ſur le ſujet même par un de nos plus celebres Academiciens.

L'opinion des Anciens & de la plûpart des Modernes, eſt que la fécondation ſe fait ſeulement dans la matrice. Cependant les fœtus qui ont été trouvez dans les ovaires, dans les trompes, & même dans la capacité du bas ventre, ſont des preuves inconteſtables que les œufs qui ont ſervi à ces conceptions ont été rendus féconds dans les ovaires, & peu de gens doutent à preſent que la trompe ne ſoit le veritable chemin par où ces œufs paſſent dans la matrice; mais il n'eſt pas ſi aiſé de ſçavoir pourquoi ces œufs s'y arrêtent quelquefois. On peut neanmoins en for-

mer des conjectures assez certaines dans le sujet dont il s'agit ; car j'ay trouvé sa portion de la trompe qui étoit entre sa dilatation & la matrice exactement fermée, ainsi l'œuf a dû s'y arrêter ; & bien que l'interception de ce passage puisse venir de plusieurs causes, comme l'adherance des parois de ces canaux ne peuvent arriver que difficilement sans inflammation, il y a lieu de croire que c'étoit la cause de cet accident. Ce défaut ne se rencontre pas seulement du côté que la trompe s'embouche dans la matrice, je l'ay encore trouvé plus souvent à l'autre extrêmité, & le pavillon même par differens vices ou de nature ou de maladie peut être hors d'état de recevoir l'œuf. En effet, je l'ay vû dans plusieurs sujets collé inséparablement à l'ovaire, en d'autres uni aux ligamens larges, & quelquefois tellement rentré en lui même, qu'on ne voyoit aucune apparence de franges ni d'ouverture ; bien qu'il y ait encore des gens qui contestent que l'œuf entre dans la trompe par son pavillon. Cependant je diray que les diverses situations qu'il prend, & les differens lieux où il s'attache, sont des marques visibles de tous les divers mouvemens dont il est capable ; & comme une partie de ces franges tient à l'ovaire, il est aisé de concevoir qu'il se tourne de ce côté-là encore plus facilement que d'aucun autre. On doit donc être surpris que des gens d'ailleurs fort habiles voyant que la trompe en certaines rencontres se trouve ainsi fermée, tirent delà une consequence qu'elle ne peut pas servir de canal à l'œuf, d'autant que les femmes en qui ces parties se sont trouvées ainsi disposées avoient eu des enfans : car il ne s'ensuit aucunement que lors de la conception les trompes ne fussent pas ouvertes ; d'ailleurs comme il est rare que les deux pavillons se trouvent fermez en même-temps, ce qui seroit veritablement une cause de sterilité lorsque l'une des deux trompes est ouverte, la femme ne laisse pas de concevoir par le moyen des œufs qui sont portez à la matrice par celle dont le canal est libre.

Quand on fait reflexion que la tunique interieure des

trompes est glanduleuse & spongieuse ; que celle qui l'embrasse est composée de plusieurs couches de fibres musculeuses ; que les vaisseaux sanguins qui s'y distribuënt sont en grand nombre à proportion de la grandeur de la partie, & que ce sont des branches de ceux qui arrosent la matrice ; qu'après la conception ces trompes sont de même que la matrice plus souples & plus molles ; que leurs vaisseaux & leurs glandes sont plus gonflées : Ceux, dis-je, qui observeront toutes ces choses, n'auront pas de peine à concevoir qu'un fœtus puisse croître & se nourrir dans ces conduits toutes les fois que l'œuf s'y trouve arrêté par quelque cause que ce puisse être ; & il est aisé de croire que quand le fœtus qui s'y est formé est parvenu à une telle grandeur que cette partie ne le peut plus contenir, ou qu'étant au terme ordinaire il est obligé d'en sortir ; il est, dis-je, facile de comprendre par la structure de la partie, que si ce fœtus sort sans déchirer le sac où il est renfermé, il sortira plus aisément par l'extremité de la trompe qui regarde le pavillon, que par celle qui regarde la matrice du côté de laquelle outre les obstacles qui l'y ont retenu il trouve beaucoup plus de résistance, cette ouverture étant plus étroite & moins capable de dilatation ; ainsi il est évident que dans l'un & dans l'autre cas il doit tomber dans la cavité du bas ventre, quoiqu'il ait été formé dans la trompe. C'est pourquoy l'on doit juger que la plûpart des enfans qui ont été trouvez dans cette cavité avoient été nourris dans les trompes, bien qu'une partie soit aussi provenuë des œufs qui étoient tombez en sortant de l'ovaire : mais ces fœtus sont plus souvent sortis des trompes, ou par le pavillon, ou en rompant & déchirant les parois du sac de la trompe, & tous ces accidens peuvent arriver, parce que ces canaux ne sont pas capables d'une assez grande extension pour les contenir, ou trop foibles pour supporter le poids du fœtus, ou par quelque effort qu'il fait pour en sortir, ou enfin par quelques secousses violentes de la part de la mere ; & comme il se trouve tant de causes qui peuvent

faire sortir les fœtus de la trompe, & les empêcher d'y demeurer aussi long-temps que dans la matrice, il ne faut pas s'étonner qu'on ait si peu d'exemples d'enfans qui y ayent été retenus jusqu'au terme ordinaire. En effet, presque tous ceux qui y ont été formez, selon qu'on en a pû juger par leur grandeur, n'avoient été au plus que jusqu'à six mois, & l'on a même observé dans ces rencontres que les moindres accidens ont été capables de prématurer ces especes d'accouchemens.

Il n'est pas aisé de déterminer quel étoit precisément l'âge de ce fœtus, & on n'a appris de la mere aucunes circonstances qui pussent en donner une connoissance certaine.

Il est vrai qu'on juge ordinairement de l'âge des fœtus par le temps de la cessation des mois; mais ce jugement est incertain, parce qu'il y a des femmes qui pendant les premiers mois de leur grossesse ne laissent pas d'être reglées, & que lorsque les fœtus sont dans les trompes quelques-unes le sont, & d'autres ne le sont pas. En voici la raison.

Il y a beaucoup d'apparence que les causes des mois des femmes ne dépendent pas d'aucun levain naturel & particulier à la matrice. La plus grande partie des Physiciens n'en reconnoissent plus d'autres dans le corps de l'animal, que ceux qui servent à la dissolution des alimens; ainsi quoique la cause des ordinaires ne soit pas parfaitement connuë, il paroît assez vrai-semblable qu'ils proviennent de la surabondance du sang: parce que son volume étant augmenté jusqu'à un certain point, il sort plus aisément par les conduits de la tunique interieure de la matrice que par les autres.

Suivant ce qu'on vient de dire, on voit que si l'enfant renfermé dans la trompe y prend à peu près autant de nourriture que s'il étoit dans la matrice, la mere n'aura point ses regles, & qu'elles ne paroîtront qu'après la mort du fœtus de quelque maniere qu'elle arrive; mais s'il reçoit moins de nourriture, & que son accroissement

croissement soit plus lent, la mere aura toûjours ses ordinaires, parce qu'il restera assez de sang poûr fournir à l'une & à l'autre de ces fonctions. C'est pourquoy la conjecture la moins incertaine qu'on peut faire de l'âge des fœtus dans les trompes étant d'en juger par la grandeur de leurs os, ainsi qu'on fait des enfans qui sont dans la matrice ; la comparaison que j'ai faite de celui dont je parle avec d'autres, m'a fait juger qu'il avoit environ quatre mois ; & bien que d'abord l'on soit porté à croire que la mort de ce fœtus est arrivée lorsque sa mere est tombée d'une si grande hauteur, d'autant plus que s'il eût été dans la matrice même, il n'auroit pû resister à une secousse si violente ; il y a neanmoins lieu de douter qu'il ne fût pas déja mort lorsque cet accident funeste arriva, parce que si l'on fait attention que le sac de la trompe étoit entier, que le placenta étoit encore collé aux parois de cette partie, & que tous les membres de son corps étoient entierement dessechez, on verra que ce n'est pas sans fondement qu'on peut attribuer au défaut de nourriture la cause de sa mort, & penser qu'elle auroit même precedé de long-temps cette chûte. En effet, il semble qu'elle auroit dû causer le déchirement du sac de la trompe, ou du moins le détachement du placenta, si dès lors il n'eût pas déja été desseché & fortement collé aux parois de ce canal.

Pour expliquer ce qu'on vient de dire, on observera que les vaisseaux qui se distribuënt dans les trompes étant en plus petit nombre que ceux qui vont à la matrice, ils ne peuvent pas lui fournir une aussi grande quantité de sucs nourriciers. Cependant comme le fœtus a besoin d'une nourriture plus abondante à mesure qu'il croît, il fait tous ses efforts pour rompre sa prison ; c'est pourquoi la trompe qui se ressent de ces ébranlemens est aussi agitée de mouvemens convulsifs. Tout cela fait que pour l'ordinaire le placenta se détache & se décolle, & que le sac formé par la dilatation de la trompe se rompt : mais si le fœtus est languissant & trop foible pour faire

d'assez grands efforts, il arrive que faute de sang & de sucs nourriciers les glandes de la tunique interieure de la trompe & les racines du placenta se fletrissent & se dessechent, & que la matiere destinée à l'accroissement des parties du fœtus diminuant de jour en jour, toutes ses fonctions s'affoiblissent, & il meurt en langueur: d'où il s'ensuit que dans le fait dont nous parlons, le sac de la trompe a dû demeurer en son entier, & le placenta uni & collé à ses parois; parce que, suivant les apparences, il n'etoit survenu aucun effort capable de les détacher.

Nous remarquerons encore que ce fœtus ainsi maigre & décharné, étant resté après sa mort pendant quelques mois dans la trompe, les parties les plus aqueuses & les plus volatiles avoient eu le temps de transpirer; ainsi il n'est plus resté que la peau aride collée sur les os, & les fibres des muscles extrêmement seches & reduites à un tres-petit volume.

Le cordon & le placenta étoient aussi fort dessechez, dont la raison est que tous les vaisseaux de l'animal lorsqu'il n'y passe plus de sang s'affaissent, & que leurs parois se collant l'une à l'autre ils s'effacent en quelque maniere.

Ce fœtus s'est trouvé legerement enduit d'une humeur mucilagineuse, qui n'étoit autre chose que la portion la plus glaireuse & la plus épaisse de la liqueur de l'amnios dont la plus subtile avoit transpiré, & il s'en étoit fait une espece de momie qui n'avoit ni mauvaise odeur ni aucun indice de corruption; car l'humidité & les autres impressions de l'air sur les parties du corps des animaux étant la principale cause de leur corruption il ne faut pas s'étonner si ce fœtus qui étoit étrêmement sec & renfermé dans la trompe sans aucune communication avec l'air a pû se conserver si long-temps, de même que les animaux enfermez dans la machine du vuide sont moins sujets à la corruption.

On observera encore que la mere de ce fœtus pen-

dant tout le cours de sa maladie ne s'est plainte d'aucune douleur dans le flanc droit, & que toutes celles qu'elle a ressenties ne provenoient que de sa chûte; & bien que pendant la vie de son enfant la compression qu'il faisoit aux parties voisines du lieu où il étoit ait pû lui causer quelques incommodités, elles ont dû cesser après sa mort; & si la mere n'eût pas perdu la vie par cet accident, elle n'eût gueres été plus incommodée de ce fœtus qu'elle auroit porté dans la trompe, que si elle n'en eût point eu; parce que l'enfant étoit fort leger, & qu'étant sans corruption, il n'en pouvoit émaner aucuns sels ni aucuns levains capables, ou de picquer les membranes voisines, ou d'exciter quelque fermentation dans le sang. Tout l'inconvenient qui eût pû arriver, est qu'il n'eût passé aucun œuf par la trompe droite; mais comme la gauche étoit dans son état naturel, rien n'eût empêché qu'elle n'eût encore eu des enfans.

Je croi que ce que je viens de dire peut suffire par rapport au fœtus dont on voit ici la figure : car quant au reste des observations que j'ai faites sur les parties de la generation & sur leurs usages, comme je les reserve pour un plus grand ouvrage que j'ai dessein de faire sur cette matiere, je n'ajoûterai rien à ce que je viens de rapporter.

Explication de la Figure.

A. Le fond de la matrice.

B. Son col, *a.* Son ouverture.

C. La portion du vagina qui embrasse le col de la matrice.

DD. Les ligamens ronds.

EE. Les ligamens larges.

FF. Les ovaires.

GG. Les trompes.

HH. Les pavillons des trompes.

II. L'ouverture de chaque pavillon.

KKKK. Le ſac de la trompe droite ouvert pour faire voir le fœtus qu'elle contenoit.

LLLL. Le fœtus dont les tegumens & les muſcles étoient ſi deſſechez qu'on pouvoit diſtinguer au travers preſque tous les os.

M. Le placenta avec ſon cordon tous deux fort deſſechez.

N. Quelques portions des membranes du fœtus.

O. La partie de la trompe qui étoit entre ſon ſac & le fonds de la matrice, & qui étoit fort menuë & exactement fermée.

P. Le bras droit un peu relevé pour laiſſer voir la main gauche, le cordon & le bas ventre.

APPLICATION DES SONS HARMONIQUES

A la compoſition des Jeux d'Orgues.

PAR M. SAUVEUR.

ON a expliqué dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences de l'année 1701. page 299. en quoy conſiſte le Syſtême general des Intervalles des Sons, & dans la Section IX. la nature des Sons harmoniques, dont on a fait une application dans la Section X. à la Trompette marine, au Cor de chaſſe, à la Trompette ordinaire & aux reſſauts des Inſtrumens à vent : L'occaſion que j'ay eu d'examiner les Jeux d'Orgues avec le ſieur Deſlandes, un des plus habiles Facteurs d'Orgues, m'a fait remarquer que les Sons harmoniques ſervoient auſſi de principe à la compoſition des Jeux d'Orgues, & aux mêlanges que les Organiſtes font de ces Jeux. Ce que l'on va expliquer en peu de mots.

Pour comprendre la composition des Jeux d'Orgues de la maniere dont les Facteurs l'entendent, il faut donner une idée des parties d'Orgues qui doivent servir au sujet dont il s'agit.

I. *L'Orgue* est un Buffet contenant les tuyaux dont les Jeux sont composez. On designe la grandeur de l'Orgue par la longueur de son plus grand tuyau ; ainsi l'on dit une Orgue de 32 pieds, de 16 pieds, de 8 pieds & de 4 pieds.

Dans les Eglises l'Orgue a deux parties, sçavoir le grand corps de l'Orgue, qu'on appelle aussi *la grande Orgue*, & le *Positif* qui est le buffet qu'on met ordinairement devant la grande Orgue.

II. L'Orgue a au moins *un Clavier* lorsqu'elle n'a qu'un corps ; elle en a au moins deux lorsqu'il y a un positif : dans les grandes Orgues il y en a quatre, & quelquefois cinq. De plus les pedales ont leur clavier, dont les marches se joüent avec les pieds.

Nous avons marqué dans la seconde Planche une figure de clavier, qui est ordinairement divisé en quatre octaves, qui sont la seconde sous-octave, la premiere sous-octave, l'octave moyenne, la premiere octave, & une touche de la seconde octave

Chaque octave est divisée en douze *touches* ou *marches*, dont les sept noires marquent les sont naturels, & les cinq blanches les *feintes*, c'est-à-dire les *dieses* & les *b mols*. Dans la seconde sous-octave la premiere feinte manque ; de sorte que ce clavier a ordinairement quarante-huit touches ou marches. Quelques Organistes font ajoûter à ce nombre une ou plusieurs touches dans la troisieme sous-octave, aussi-bien que dans la seconde octave. Remarquez que les Facteurs de Clavecin & d'Epinette mettent toûjours des touches noires pour les sons naturels, & des blanches pour les feintes ; & les Facteurs d'Orgue font ordinairement le contraire.

Nous avons marqué sous la figure de ce clavier les lettres, les *dieses* & les *b mols*, dont les Facteurs se servent

pour designer les touches & les divisions de leur regle, qu'ils appellent *Diapason*. Dans la quatrieme ligne sont les noms UT, RE, MI, &c. que l'on donne ordinairement à ces touches lorsqu'on chante en *b* quarre. La cinquiéme contient les clefs de chaque octave selon nôtre Systême general. La sixiéme les noms PA, RA, GA, &c. selon le même Systême. Nous nous servirons dans la suite des noms & des clefs de nôtre Systême pour exprimer ces touches, afin d'éviter les circonlocutions ou les équivoques.

Les Pedales ont environ deux ou trois octaves, à la volonté des Organistes qui font fabriquer les Orgues, & ainsi le nombre des marches est indéterminé.

III. Chaque touche ou marche ouvre *une soupape*, qui répond par sa longueur à autant de trous qu'il y a de rangs de tuyaux sur le sommier.

Les trous de chaque rang sont ouverts ou fermez par une regle percée de quarante-huit trous, qu'on appelle *Registre*. En tirant le registre on ouvre les tuyaux d'un rang, parce que l'on fait répondre les trous du registre aux trous du sommier; ensorte qu'ouvrant une soupape, le vent a la liberté de passer dans le tuyau qui répond au trou ouvert de la soupape; mais lorsqu'on pousse un registre, les quarante-huit trous du registre ne répondant à aucun trou du sommier, les tuyaux du rang qui répond au registre poussé se trouvent bouchez; d'où il suit que si on tire plusieurs registres, on ouvre plusieurs rangs de tuyaux. La même chose arrive si à un registre répondent plusieurs rangs.

IV. *Un Jeu* est un ou plusieurs rangs de tuyaux sur un même registre; de sorte qu'un Jeu est *simple* lorsqu'il n'y a qu'un rang qui répond à un registre, & un Jeu est *composé* lorsqu'il y a plusieurs rangs qui répondent à un seul registre. Les Organistes disent qu'un Jeu est composé, lorsqu'en tirant un registre il y a plusieurs tuyaux sur marche, c'est-à dire, qui joüent lorsqu'on baisse une marche.

Les tuyaux qui composent les Jeux d'Orgues sont de

deux sortes : les uns sont *à bouche*, comme une flûte douce, & les autres sont *à anche*. Nous les avons representez dans la premiere Planche.

V. Les tuyaux *à bouche*, que l'on appelle tuyaux *de mutation*, sont composez, 1°. *Du pied AABB*, qui est en cone creux. C'est lui qui reçoit le vent qui fait sonner le tuyau. 2°. A ce pied est attaché *le corps BBDD* du tuyau. 3°. Entre le pied & le corps d'un tuyau, il y a un diaphragme *EEF* qu'on appelle *biseau*, qui a une petite ouverture longue & étroite, & un peu en biseau pour laisser échaper le vent. On l'appelle *lumiere*. 4°. Au dessus de cette ouverture est *la bouche BBCC* du tuyau, qui est une fenêtre dont la levre d'enhaut *CC* qui est en biseau, coupe le vent qui sort de la lumiere.

Les tuyaux sont d'étain fin, d'étoffe, ou de bois.

Les tuyaux *d'étain fin* sont toûjours ouverts par leurs extrêmitez *DD*, & sont d'une petite facture, c'est-à-dire, qu'ils sont fort étroits ; leur son est fort éclatant, clair & net.

Les tuyaux *d'étoffe*, c'est à dire de plomb mêlé d'un douziéme d'étain sont d'une grosse facture, c'est à dire plus larges que ceux d'étain : les plus longs sont bouchez, les moyens sont à cheminée ou à fuseau, & les plus petits sont ouverts. Les tuyaux bouchez, à cheminée & à fuseau ont aux côtez de la bouche deux *oreillettes*, qu'on écarte ou qu'on serre vers la bouche pour hausser & baisser le son.

Les tuyaux *de bois* sont quarrez, & leur extremité *DD* est bouchée par un tampon *GG* garni de cuir.

Le son des tuyaux d'étoffe & de bois sont fort doux, & les Facteurs les font servir ensemble Ils font generalement de bois les grands tuyaux qui sont bouchez, & les petits d'étoffe. Entre ceux-cy les plus grands sont bouchez & à oreillettes ; les suivans sont à cheminée & à fuseau, & ont des oreillettes, & les plus petits sont ouverts : le nombre des uns & des autres est indéterminé, & dépend de la volonté du Facteur.

Les tuyaux les plus longs rendent un son plus bas, c'est à

dire plus grave, & les tuyaux les plus courts rendent un son plus haut, c'est à dire plus aigu. Les Facteurs font leurs longueurs & leurs largeurs dans des raports réciproques à leurs sons; ils les reglent sur les divisions de leur regle, qu'ils appellent *Diapason*. Mais les tuyaux bouchez n'ont que la moitié de la longueur de ceux qui sont ouverts, & qui rendent le même son. Le tuyau ouvert le plus long est de 16 pieds, & dans les Orgues extraordinaires il est de 32 pieds; le plus court est de 4 lignes & demie.

Les tuyaux en pedale sont toûjours ouverts, quoiqu'ils soient de bois & d'étoffe; ils sont d'une fort grosse facture.

VI. Un tuyau d'anche est composé *d'un pied AABB*, qui porte le vent dans *l'échalote CD*, qui est un demi-cylindre creux arrêté à son extrêmité *D* dans *un noyau II* par un *tampon* de bois *FG*. L'échalote est recouverte par une platine de cuivre battu *EEFF*, qui est arrêtée à son extrêmité *FF* dans le noyau par le même tampon de bois, & son autre extrêmité *EE* est libre, ensorte que l'air entrant dans l'échalote, la fait trembler ou battre contre l'anche; plus la partie *FL* de la languette qui est libre est longue, plus le son qu'elle forme est grave. Cette longueur *EL* est reglée par la *rasette LM*, qui est un fil de fer qui passe par le noyau, & sort dans les tubes *HHKK*, quand ils sont courts & hors de ces tubes lorsqu'ils sont longs. Ces rasettes avancent ou reculent pour regler la longueur *EL* de la partie libre de la languette : c'est pourquoi on l'appelle aussi *mouvement*, *gouvernail* ou *ressort*. Le noyau *II* qui sert à arrêter l'anche, c'est à dire l'échalote, la languette, le tampon & la rasette, sert aussi à boucher le pied du tuyau, & à obliger le vent à ne sortir que par l'anche. Enfin au noyau est soudé *la partie HHKK*, que les Facteurs appellent *le Tube*, dont l'ouverture interieure est la continuation de celle de l'échalote. La forme du tube est differente dans les differens jeux d'anches.

Le degré d'aigu & de grave du son d'un tuyau à anche, dépend de la longueur de la languette & de la longueur

CK du tuyau, qui se prend depuis l'extrêmité *C* de l'échalote, jusqu'à l'extrêmité *K* du tube.

La qualité du son dépend de la largeur de l'anche, de la languette & du tube, aussi bien que de l'épaisseur de la languette & de la figure du tube, & enfin de la quantité du vent.

Les pedales à anches ont les tubes plus gros, les échalotes plus larges, & les languettes plus épaisses, & on leur donne plus de vent.

VII. Pour avoir les noms de tous les Jeux simples d'une Orgue, voyez la I. Planche dans laquelle il y a quatre parties.

La premiere contient deux colomnes. Dans la premiere colomne sont les *Octaves*, *les Tierces* & *les Quintes* de chaque Octave, dans l'ordre desquelles se rencontrent ces Jeux. Dans la seconde colomne sont les *Sons harmoniques* que rendent le premier ou plus long tuyau de chaque Jeu, & qui sont les plus graves. On y a ajoûté en petits chiffres les Sons harmoniques des derniers tuyaux de ces mêmes Jeux.

La seconde partie contient les longueurs des tuyaux *à bouche ou de mutation*. Dans la premiere colomne sont marquées les longueurs des *tuyaux ouverts*, qui sont par Octaves; car les Facteurs ne designent les autres que par Tierces ou Quintes des precedens. Dans la seconde colomne sont marquées les longueurs des *tuyaux bouchez*, qui ne sont que les moitiez des précedens.

La troisiéme partie contient les noms des *Jeux à bouche*. Dans la premiere colomne sont les noms des Jeux dont les tuyaux sont d'étain fin & ouverts, sçavoir *le 32 pied*, *le 16 pied*, *le 8 pied*, *le Prestant*, *la Doublette* & le *Flageolet*. On appelle *Montre* le plus grand de ces Jeux dans l'Orgue; ainsi la montre peut être un 32 pied, un 16 pied, un 8 pied, ou un 4 pied.

Ces Jeux sont de la petite facture, c'est à dire que les tuyaux sont étroits, excepté le Flageolet dont les tuyaux sont aussi larges que ceux d'étoffe.

Pour concevoir plus facilement la liaison de ces six Jeux à bouche d'etain fin, nous ajoûterons la Table suivante dans laquelle chaque Jeu renferme ses 4 Octaves.

Table des Jeux d'étain fin.

Octaves.	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Intervalles diatoniques.	I.	VIII.	XV.	XXII.	XXIX.	XXXVI.	XLIII.	L.	LVII.	LXIV.
Sons harmoniques.	1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.
	pieds.						pouces.		lignes.	
Longueurs des tuyaux.	32.	16.	8.	4.	2.	1.	6.	3.	18.	9.

Jeux.

le 32 pied ———— *la Doublette* (Octaves 0 à 6)

le 16 pied ———— *le Flageolet* (Octaves 1 à 7)

le 8 pied (Octaves 2 à 5)

le Prestant (Octaves 3 à 6)

Nous designerons les Jeux d'étain par les Sons harmoniques 1. 2. 4. 8. 16. 32. avec un point dessus.

Dans les quatre colomnes suivantes sont les Jeux à bouche, dont les tuyaux sont de bois ou d'étoffe.

La seconde colomne contient les Jeux qui sont par Octave, sçavoir *les Bourdons*, *la Flute* & *la Quarte de Nazard*.

La troisiéme colomne comprend ceux qui sont les Tierces des précedentes Octaves, sçavoir *la Tierce* & *la petite Tierce*, ou *la Tiercette*.

La quatriéme ceux qui sont les Quintes des précedentes Octaves, sçavoir *le double Nazard*, *le Nazard* & *le Larigot*. Nous designons ces Jeux de bois ou d'étoffe par 1. 2. 4. 8. 16 : 10. 20 : 6. 12. 24.

Ces Jeux en general sont de la grosse facture, c'est à dire que les tuyaux sont larges, de plus les plus longs tuyaux sont bouchez, les moyens sont à cheminée ou à fuseau, & les plus courts sont ouverts.

La cinquiéme colomne contient les Jeux en Pedales, sçavoir les *Pedales de Flûte de 8, de 4 pieds, & de Nazard.* Les tuyaux des Pedales sont ouverts, & plus gros que les autres. Nous designerons ces Jeux par 4. 8. 12. avec un trait dessous.

La quatriéme partie contient les Jeux à anches, dont la varieté dépend principalement de la forme du tube. La premiere colomne contient *la Regale*, dont le tube est court & étroit. Nous la marquerons par 4″. Dans la seconde est contenuë *la Voix humaine*, dont le tube est court & large. Nous la marquerons par 4′. Dans la troisiéme est *le Cromorne*, qui a le tube long & cylindrique. Il sera marqué par 4ᵛ. Dans la quatriéme sont la *Bombarde*, *la Trompette* & *le Clairon*, qui ont le tube en cone. Ils seront marquez par 2ᵛ. 4ᵛ. 8ᵛ. Et dans la cinquiéme sont les Jeux en Pedales, qui sont plus gros & ont les anches plus épaisses. Ces Jeux sont *les Pedales des Bombardes*, *de Trompette*, *de Clairon* & *de la Voix humaine.* Nous les marquerons par 2ᵛ. 4ᵛ. 8ᵛ. 4′.

Les Regales ne sont d'usage que dans les petites Orgues. Dans les grandes Orgues on ajoûte quelquefois un second jeu de trompette sur un clavier particulier, & ce jeu s'appelle petite Trompette. La Bombarde est rare.

Pour diversifier le son des Jeux d'Orgue, on ajoûte *un Tremblement*, qui est une soupape attachée au porte-vent, qui laisse échaper le vent par reprise. Il y en a à vent perdu & à vent clos. On les fait forts ou lents.

VIII. Dans la Planche I. nous avons marqué les Sons harmoniques que rendent les premiers tuyaux de chaque Jeu de l'Orgue, que fait joüer la Touche ou la Marche *subbis*-PA. Dans la Planche II. nous avons marqué les Sons harmoniques de toutes les Marches de l'Orgue pour tous les Jeux simples & composez.

Dans la premiere partie superieure sont, 1°. Les Octaves. 2°. Les Touches ou Marches d'un Orgue. 3°. Les caracteres *C. D. E.* &c. dont se servent les Facteurs. 4°. Les PLANCHE II.

clefs *subbis. sub. sem. bis.* des Octaves selon nôtre Systême general. 5°. Les noms PA, RA, &c. du même Systême.

La seconde partie inferieure de la Planche II contient deux parties. La premiere contient trois colomnes. Dans la premiere colomne sont les *Intervalles diatoniques* de chaque Jeu au son fondamental qui est celui du tuyau de 32 pieds. Dans la seconde sont les *Intervalles par Octaves* de tous ces Jeux, avec les Tierces & les Quintes de ces Octaves. Dans la troisieme sont les *longueurs des tuyaux* ouverts à bouche depuis 32 pieds jusqu'à 4 lignes & demie.

La seconde partie contient les Sons harmoniques de tous les tuyaux de chaque Jeu.

Dans la premiere colomne *subbis*-PA sont les Sons harmoniques 1. 2. 3. 4. 5. 6 8. 10. 12. 16. 20. 24. 32 des premiers tuyaux des Jeux d'Orgues marquez dans la Ire. Planche. Nous avons ajoûté 48. 64. 96. 128. 192. 256. 384. 512. 768. 1024. qui serviront pour les Jeux composez. Par cette colomne jointe aux trois precedentes, l'on trouvera le rapport du premier son de chaque jeu aux longueurs de leurs tuyaux, à leurs Octaves & à leurs Intervalles diatoniques au son fondamental. Par exemple, je trouve que 24 de la colomne *subbis*-PA est le 24e son harmonique dont le tuyau ouvert a 1 pied $\frac{1}{3}$ de longueur, qu'il est la Quinte de la quatriéme Octave, & qu'il est la XXXIIIe à l'egard du son fondamental que rend le tuyau de 32 pieds.

Chaque Son harmonique de la colomne *subbis*-PA represente celui du premier Son de chaque Jeu; & pour avoir le Son des autres touches du même Jeu, suivez la ligne de ce Jeu. Prenons, par exemple, la Quarte de Nazard 16. Je cherche 16. dans la colomne *subbis*-PA. Alors *subbis*-RA sera 18, *subbis-go* sera 19 $\frac{1}{5}$, *subbis*-GA 20, *subbis*-SO 21 $\frac{1}{3}$, *subbis*-sa 22 $\frac{1}{2}$, *subbis* BO 24, & ainsi de suite jusqu'à la derniere touche *bis*-PA. On peut faire la même chose à toutes les autres lignes pour chaque autre Jeu.

Les nombres qui expriment les Sons de chaque Octave sont proportionnels à ceux-cy : 480. 500. 540. 576. 600. 640. 675. 720. 768. 800. 864. 900. comme l'on peut voir

au rang qui commence par 48. ces nombres marquent les raports justes des Intervalles diatoniques au son PA.

Remarquez, 1°. Que dans l'Orgue les tuyaux qui répondent aux touches PA de toutes les Octaves, rendent des sons exactement harmoniques à l'égard du son fondamental 1, ou du plus long tuyau de 32 pieds.

2°. Que les tuyaux qui sont sur une même touche rendent des sons harmoniques à l'égard du son du premier tuyau de cette touche, qui tient lieu de son fondamental, car les sons des tuyaux de chaque touche ont même raport entr'eux, que les sons de la premiere touche *subbis-* PA, lesquels sont harmoniques.

3°. Dans chaque rang les Sons des touches PA ou de même nom sont harmoniques, parce qu'ils sont en raison double.

4°. Ceux d'un rang qui sont de different nom ne sont point harmoniques dans l'Orgue, non plus que dans le Clavecin; parce qu'ils sont dans des Intervalles temperez exprimez par Merides, comme nous avons montré au Clavecin dans la seconde ligne de la Planche III. dans les Memoires de l'Academie de l'année 1701. pag. 358. & les Merides marquent des nombres incommensurables des vibrations. Cependant nous les marquons par des Sons harmoniques, parce que 1°. ils ne sont pas fort éloignez des Sons temperez, & qu'ils sont exprimez par de petits nombres. 2°. Les tuyaux reglez selon les Sons mêmes temperez sur le diapason des Facteurs ne rendent pas les Sons justes, il faut que l'oreille du Facteur y supplée en les accordant. 3°. Ces Sons harmoniques nous seront plus commodes pour regler les Jeux composez.

5°. Nous n'avons mis des nombres à toutes les touches pour exprimer les Sons harmoniques, qu'après ceux qui sont plus grands que seize; parce qu'il n'y a que ceux là qui soient necessaires pour regler les Jeux composez. C'est pourquoi nous avons supprimé les Jeux en Tierces après 32.

6°. Pour connoître la longueur de tel tuyau qu'on voudra d'un Jeu, prenez le nombre qui exprime le Son harmonique de ce tuyau, divisez 32 pieds par ce nombre, le

quotient donnera la longueur de ce tuyau. Par exemple, pour avoir la longueur du tuyau *sub*-BO de la Doublette 16, je cherche dans la colomne *subbis*-PA le nombre 16,& dans son rang je cherche le tuyau *sub* BO, j'y trouve 48. Je divise 32 pieds par 48, le quotient est 8 pouces pour la longueur de ce tuyau.

IX. Les Facteurs pour regler les longueurs des tuyaux de chaque Jeu, se servent d'une regle divisée qu'ils appellent *Diapason*. Pour avoir les divisions de ce Diapason, servez-vous de nôtre Monochorde general marqué dans la Planche II. page 358. des Memoires de l'Academie de l'année 1701. de cette maniere. Ayez une regle divisée comme la ligne du *Monochorde general GH*; ensuite marquez sur le Diapason des Facteurs la longueur d'un tuyau ouvert sonnant PA ou UT. Appliquez le bout du Diapason sur le bout G du Monochorde, le point PA marque sur ce Diapason tombera sur une division du Monochorde, je suppose que ce soit sur *H*, pour avoir les divisions des longueurs des tuyaux qui sonnent pi. RA. *go*. GA. SO. sa. BO &c. Cherchez dans la Planche III. ligne 8 & 12 les Merides qui répondent à ces Notes que vous trouverez être 3. 7. 11. 14. 18. 21. 25 &c. Merides. Ensuite prenez les mêmes nombres de Merides sur le Monochorde à commencer par *H*, & vis-à-vis les divisions où tombent ces nombres de Merides, marquez des points sur le Diapason; en continuant les divisions pour 5 ou 6 Octaves de suite, vous aurez le Diapason divisé. Au lieu des Notes PA. RA. GA &c. les Facteurs marquent sur les divisions *C. D. E* &c. avec leurs *dieses* & *b mols*.

Si l'on veut regler la longueur des tuyaux par nos Sons harmoniques, divisez d'abord la regle en pieds & pouces; ensuite pour avoir la longueur du tuyau qui forme le Son harmonique 6, divisez le plus long tuyau qui est de 32 pieds par 6; le quotient sera 5 pieds 4 pouces, qui déterminera le point où l'on doit marquer 6, & prenant la moitié de cette longueur de 5 pieds 4 pouces, ensuite la moitié de la moitié, & ainsi de suite; vous aurez les divi-

sions des Octaves 12, 24, 48, 96 &c. Si l'on veut avoir les divisions 8, 16, 32, 64 &c. on divisera les 32 pieds par 8. Il en est ainsi des autres.

Ou bien divisez la regle par la précedente méthode, & avec les lettres *C. D, E*, &c. mettez les nombres des Sons harmoniques qui y conviennent, comme on peut voir dans la Planche II.

X. Les tuyaux de mutation d'une Orgue ayant été reglez avec le Diapason, ils ne sont pas pour cela d'accord, il faut que l'oreille du Facteur acheve le reste; & pour cela il commence par accorder le Prestant, dont le plus long tuyau étant de 4 pieds & le plus court de 3 pouces, est le plus à la portée de l'organe de l'oüie.

Pour accorder le Prestant les Facteurs font d'abord leur *partition*, c'est à dire, qu'ils commencent par accorder la premiere sous-Octave du Prestant; ce qui se fait de deux manieres, sçavoir par quintes, & par accords parfaits.

Lorsqu'on veut accorder par quintes, il faut prendre d'ordre ces 12 notes:

go. de. SO. PA; BO; RA; LO; GA; DO, sa, pi, ba.

Commencez par telle note qu'il vous plaira dans la sous-Octave; mais continuez d'ordre en montant jusqu'à ba, & ensuite reprenez la premiere note que vous avez prise, & descendez jusqu'en *go*, prenant garde que lorsque vous sortez de la premiere sous-Octave, il faut reprendre l'Octave de la note qui est hors la sous-Octave, & l'accorder dans la sous-Octave. Comme ces Quintes doivent être foibles, il faut de l'usage pour les accorder. Les Joüeurs de Clavecin peuvent y suppléer par le Monochorde, en tout cas il faut examiner si les accords parfaits PA, *go*, BO, & GA, ba, DO, sont bien temperez, car alors la portion est juste.

Pour accorder par accords parfaits, c'est à dire, par Tierces, Quintes & Octaves, servez vous de la petite Table précedente qui a été mise pour accorder par Quintes; prenez telle note qu'il vous plaira; accordez, 1°. son Octave qui doit être juste, 2°. sa Quinte qui est la note suivante ou précedente dans cette petite table. 3°. Prenez sa Tierce

qui est majeure, lorsqu'entre les deux notes qui font la Quinte il y a un point, & mineure lorsqu'il y a une virgule, ou bien majeure & ensuite mineure lorsqu'il y a un point & une virgule. Cet accord parfait etant bien tempere, il faut en faire un semblable à la note qui a servi de Quinte, & ainsi de suite, observant la même chose que nous avons dit dans l'accord par Quinte lorsque l'on sort de la sous-Octave.

La portion étant faite, c'est à dire la premiere sous-Octave étant bien accordée, il faut accorder les Notes des autres Octaves par Octave, & l'on aura le Prestant bien accordé.

Pour accorder les autres Jeux, on fait d'abord la partition en accordant par unisson une ou plusieurs Octaves de ce Jeu avec l'Octave du Prestant qui est à leur unisson. La partition de ce Jeu étant faite, on accorde le reste par Octaves. La petite Table de la page 322 peut servir à marquer dans tous les Jeux les Octaves qui peuvent être accordées à l'unisson avec les Octaves du Prestant, sçavoir depuis le 8 Son harmonique jusqu'au 128.

On accorde en generel, 1°. les tuyaux de bois bouchez, en enfonçant le tampon pour hausser le son, & en le retirant pour baisser le son. 2°. Les tuyaux ouverts ou à cheminée ou en fuseau, en ouvrant ou resserrant le haut du tuyau avec l'accordoir, qui est un cone de cuivre convexe & concave. 3°. Les tuyaux à oreilles, en écartant ou serrant les oreilles. 4°. Les tuyaux à anches, en enfonçant la rasette, ou en la retirant.

Jusqu'à present nous avons reglé les Jeux simples de mutation des Orgues, & les nombres qui marquoient les Sons harmoniques de tous les tuyaux de ces Jeux simples ; nous avons étendu dans la Table ces nombres jusqu'aux tuyaux des Jeux composez.

Dans l'Orgue il y a trois Jeux composez, le Cornet, la Fourniture & la Cimbale.

XI. *Le Cornet* est un jeu composé de 5 demi rangs, qui commencent à la touche RA qui est au milieu du Clavier,



vier ; de sorte que le Cornet ne contient que l'Octave moyenne du Clavier, la premiere Octave & une touche de la seconde Octave.

Les Sons harmoniques des 5 tuyaux de la touche PA sont 16. 32. 48. 64. 80. Les Sons des 5 derniers de la touche *bis*-PA sont 64. 128. 192. 256. 320. qui sont proportionels à 1. 2. 3. 4. 5. Vous connoîtrez la longueur de ces tuyaux en cherchant ces nombres dans la colomne *subbis*-PA, vous trouverez vis à vis à gauche la longueur de ces tuyaux.

Il y a trois sortes de cornets, le grand Cornet, le Cornet separé, que l'on appelle aussi de *recit*, & le Cornet *d'écho* qui est renfermé dans le pied de l'Orgue. Ces trois Cornets ne different que par la grosseur des tuyaux & par la force du vent ; de plus l'on peut faire un Cornét entier en tirant les Jeux simples 4. 8. 12. 16. 20.

XII. La *Fourniture* est composée de plusieurs rangs, & chaque rang est par reprise ; c'est à dire, que les tuyaux d'un rang vont en diminuant jusqu'à un certain tuyau, après lequel on en prend de grands qui vont en diminuant. On fait derechef une reprise, & ainsi jusqu'à 6 ou 7 reprises.

Les premiers tuyaux *subbis*-PA de chaque rang donnent les Sons harmoniques 16. 24. 32. 48. 64. 96. 128. 192. 256. 384. qui sont les Octaves & les Quintes du Son fondamental, & jamais les Tierces.

Dans les petites Orgues on supprime 16, & les derniers indéfiniment. Dans toutes les Orgues le dernier tuyau *bis*-PA de chaque rang doit être la XIe. ou la XIIe. du premier tuyau, où doit rendre un son harmonique au plus triple du premier son.

Pour faire les reprises d'un rang, par exemple, de 24, prenez 24 dans la touche *subbis*-PA, & dans son rang prenez d'ordre 27. 28. 30. 32. 33. 36. (je neglige les fractions) je continuë dans le rang précedent (ne comptant point la ligne du milieu parce que c'est un Jeu en tierce) 25. 26. 28. 30. 32. 33. 36. 38. je continuë de même dans le rang précedent 30. 32, &c. De sorte que dans chaque reprise on finit

par un grand nombre qui represente le son le plus aigu ou le plus petit tuyau de la reprise, & on commence la nouvelle reprise par un petit nombre qui represente le son le plus grave ou le tuyau le plus long.

Il y a en general 4 manieres de faire des reprises. 1. A dessus égaux, c'est à dire, en faisant les plus petits tuyaux de chaque reprise égaux, excepté le dernier ; par exemple 24... 40. 28... 40. 32... 40. 28... 40. 32. 40. 28... 64.

2. A basses égales, en faisant les grands tuyaux égaux, excepté le premier, par exemple, 24... 45. 32... 40. 32... 45. 32... 40. 32... 45. 32... 64.

3. A dessus & à basses alternativement égaux, excepté les derniers & les premiers, par exemple 24... 30 32... 45. 32... 45. 36... 50. 36... 51. 40... 57. 40... 64. je regarde 50 & 51 comme les mêmes.

4. A dessus & basses montantes, par exemple, 24... 40. 28... 42. 33... 50. 36... 53. 43... 60. 42... 64.

Les reprises du premier rang étant reglées, celles des autres le sont, puisqu'elles se font aux mêmes endroits, en évitant toûjours les Jeux de Tierces ; de sorte qu'il suffit d'avoir les reprises de deux rangs, parce que les autres sont à l'Octave de ceux-cy.

Pour marquer les tuyaux de chaque reprise à la maniere des Facteurs, prenons pour exemple le rang 24, ayant ses reprises à dessus égaux. 1°. Ecrivez dans la premiere colomne les Sons harmoniques du rang proposé 24 jusqu'à deux Octaves en negligeant les fractions. 2°. Prenez ces nombres ou ceux qui en approchent,* dans le rang 16 ou dans la 4e Octave. 3°. Cherchez au haut des colomnes sous les touches, les lettres qui répondent à ces nombres, vous aurez les lettres du Diapason des Facteurs. 4°. Mettez les 6 reprises du premier rang, en écrivant 1, vis à vis des nombres des Sons harmoniques de chaque reprise. 5°. Ecrivez de même o, vis à vis les Sons harmoniques du second rang pour avoir ses reprises. Il suffit d'avoir les reprises de deux rang, parce que les reprises des autres rangs sont à l'Octave des deux premiers.

* *Les Sons qui répondent à ces nombres differens sont les mêmes, parce qu'ils sont reglez par le Systême temperé des Merides.*

Reprises du 1. rang. — *Reprises du 2. rang.*

24	G	I											
	✱												
27	A	I											
28	*b*	I	I		I		I						
30	B	I	I		I		I						
32	C	I	I	I	I	I	I	o					
33	✱	I	I	I	I	I	I						
36	D	I	I	I	I	I	I	o					
38	*b*	I	I	I	I	I	I	o	o		o		o
40	E	I	I	I	I	I	I	o	o		o		o
43	F						I	o	o	o	o	o	o
45	✱						I	o	o	o	o	o	o
48	G						I	o	o	o	o	o	o
50	✱						I	o	o	o	o	o	o
54	A						I	o	o	o	o	o	o
57	*b*						I						o
60	B						I						o
64	C						I						o
67	✱												o
72	D												o
76	*b*												o
80	E												o
86	F												o
90	✱												
96	G												

La commodité des reprises reglées à la maniere des Facteurs, consiste à trouver dans une même ligne tous les tuyaux d'une fourniture qui sont d'une même longueur.

XIII. *La Cimbale* est semblable à la Fourniture, excepté qu'elle commence à une Quinte ou à une Octave plus haut ; de sorte que si la Fourniture commence à 24, la Cimbale commencera à 32 ou à 48 ; ainsi la Cimbale aura moins de rangs que la Fourniture. Les reprises sont semblables.

XIV. Jusqu'icy nous avons marqué tous les Jeux simples & composez qu'on peut mettre dans une Orgue ; mais les Facteurs reglent le nombre des Jeux simples, & les rangs des Jeux composez, par la grandeur du buffet dans lequel

doit être l'Orgue, par la disposition des lieux qui favorisent plus avantageusement de certains Jeux, par le goût des Organistes, & par la dépense qu'on veut faire. Ainsi on ne pourroit faire autre chose que de rapporter une liste des Jeux de chaque Orgue en particulier.

XV. Les Organistes commencent par connoître d'abord leur Orgue, c'est à dire, les Jeux & l'effet particulier des mêlanges de ces Jeux; car quoique les mêlanges des mêmes Jeux produisent à peu près le même effet, il y a toûjours quelque difference qui engage l'Organiste à les mêlanger à peu près comme les Peintres font les couleurs. & chacun affecte souvent son goût particulier. Cependant il y a des regles generales qui dominent dans ces mêlanges. La premiere est que dans tous ces mêlanges les Sons des tuyaux d'Orgues qui sont sur une même touche sont harmoniques; ensorte que si par hazard on s'en écarte, on doit regarder cela comme une espece de dissonance. La seconde est qu'on ne tire pas indifferemment tous les Jeux qui rendent des Sons harmoniques sur chaque touche; mais on se regle, 1°. A la nature des pieces qu'on joüe qui demandent differens mêlanges, pour les Préludes, les Fugues, les Duo, les Trio, les Echo, les Recits, &c. 2°. Au goût & caprice de l'Organiste, qui à la maniere des Cuisiniers, aime des ragoûts plus doux ou plus piquans.

Mais pour sçavoir comment dans la pratique la premiere regle s'execute, proposons-nous une Orgue ordinaire d'une Eglise de Paris, qui a un grand corps & un positif, avec plusieurs claviers pour le grand corps.

Sur le premier clavier du grand corps l'on tire les Jeux d'étain 2. 4. 8. 16. les Jeux doux 2. 4. 8. 16. les Tierces 10. 20. les Quintes 12. 24. les Jeux d'anches 4. 4. 8. les Jeux composez, la *Fourniture*, la *Cimbale* & le *grand Cornet* que nous designerons par les lettres *F. S. C.*

Sur le second clavier est le *Cornet separé* ou *de recit*, & sur un troisiéme clavier est le *Cornet d'Echo*. Si l'on met un quatriéme clavier, ce sera pour les Jeux d'anches, par exemple

pour la Trompette, qu'on appelle pour lors *petite Trompette.*

Sur les Pedales sont 4. 8. 12. 4'. 4'. 8'.

Sur le clavier du Positif l'on tire les Jeux d'étain 4. 8. 16. les Jeux doux 4. 8. 16. les Tierces 10. 20. les Quintes 12. 24. le Jeu d'anche 4'. & les Jeux composez *F. S.*

On appelle Jeux du fond, les Jeux d'étain & les Jeux doux, qui sont par Octaves.

1°. Les Sons des tuyaux qui sont sur une même touche, sont dans le même rapport que ceux qui sont sur la premiere touche *subbis* PA, comme nous avons montré cy-dessus à la seconde Remarque page 224.

C'est pourquoi si un Jeu n'est pas entier comme le grand Cornet, pour comparer les Sons de ce Jeu avec ceux du fond qui sont sur une même touche, il faut continuer par pensée les rangs du Cornet jusqu'au *subbis*-PA, & comme les Sons des tuyaux de la Touche PA du Cornet sont 16. 32. 48. 64. 80. prenez ces Sons dans la colomne PA de la Planche II. & suivez leurs rangs jusques dans la colomne *subbis*-PA. Vous y trouverez 4. 8. 12. 16. 20. & alors vous considererez le Cornet comme si étant entier il étoit composé des rangs 4. 8. 12. 16. 20.

A l'égard de la Fourniture & de la Cimbale qui vont par reprises, il faut regarder chaque reprise comme une partie d'un Jeu simple qui auroit été continuée jusqu'au *subbis*-PA, & alors chaque rang de la Fourniture ou de la Cimbale sera équivalent à autant de Jeux simples qu'il y aura de reprises, & pour avoir la touche *subbis* PA de chacun de ces Jeux simples, en faisant une reprise comme nous avons dit cy-dessus article XII. continuez le rang de cette reprise jusqu'à la colomne *subbis*-PA de la Planche II. & sur cela vous formerez la Table suivante.

Dans cette Table la premiere colomne ou reprise marque les Sons de la premiere touche *subbis* PA de la Fourniture & de la Cimbale, & par consequent le premier Son de chaque rang.

Les autres colomnes marquent les Sons que formeroit

la touche *subbis*-PA, si chaque reprise étoit continuée jusqu'à cette touche *subbis*-PA de la Planche II. Le nombre de ces reprises n'est pas reglé, elles vont ordinairement jusqu'à la VIe. ou VIIe.

Reprises.		I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
Sons des tuyaux continuez jusqu'à la touche subbis-PA.		16.	12.	8.	6.	4.	3.	2.
		24.	16.	12.	8.	6.	4.	3.
		32.	24.	16.	12.	8.	6.	4.
		48.	32.	24.	16.	12.	8.	6.
		64.	48.	32.	24.	16.	12.	8.
		96.	64.	48.	32.	24.	16.	12.
		128.	96.	64.	48.	32.	24.	16.
		192.	128.	96.	64.	48.	32.	24.
		256.	192.	128.	96.	64.	48.	32.
		384.	256.	192.	128.	96.	64.	48.

Maintenant lorsqu'on tire sur le premier Clavier, la Fourniture avec les fonds, sans lesquels la Fourniture & la Cimbale ne sont pas d'usage, pour sçavoir les raports & les Sons des tuyaux qui sont sur une même touche, il faut connoître, 1°. Le Son le plus grave de la Fourniture, qui est ordinairement 16 ou 24, qu'on distinguera en baissant la touche *subbis*-PA, après avoir tiré la Fourniture seule. 2°. Le nombre des Jeux simples dont la Fourniture est composée; ce qu'on connoîtra en regardant la Fourniture dans le corps de l'Orgue. 3°. A quelle reprise est la touche que l'on baisse; ce qui peut se connoître en parcourant le Clavier avec la Fourniture seule. Cela supposé, prenez dans la Table précedente les nombres qui répondent à la reprise dans laquelle l'on est, & aux Jeux simples dont la Fourniture est composée, & qui sont dans la premiere colomne; joignez ces nombres avec ceux qui designent les Sons des Jeux du fond qu'on aura tiré avec la Fourniture, vous connoîtrez par-là le raport des Sons des tuyaux du fond avec ceux de la Fourniture.

Il faut faire la même chose pour la Cimbale, ou pour la Fourniture & la Cimbale ensemble.

En suivant cette methode l'on trouvera que les Sons des tuyaux qui sont sur une même touche sont toûjours harmoniques, excepté à la VIe. & VIIe. reprise, où le Son 5 n'est point harmonique avec le Son 2; & c'est peut-être pour cette raison que l'on supprime dans les Fournitures des petites Orgues les Jeux simples 16 & quelquefois 24.

Pour confirmer ce que je viens d'avancer, l'on peut parcourir les Jeux composez du P. Mersenne dans son Livre sixiéme des Orgues Propos. III. & XXXI, & le mêlange des Jeux de M. Nivers Organiste du Roy dans son I. Livre d'Orgue, en substituant nos nombres en la place des noms des Jeux ou des lettres qu'ils emploïent; & en faveur de ceux qui n'ont pas ces Livres, nous rapporterons quelques exemples de mêlanges, où cette marque ( ) signifie les Jeux qu'on peut mettre ou ôter, & celle-ci [ ] montre qu'il faut prendre l'un ou l'autre.

1. Pour les Jeux de fond.

Un Jeu doux 4 8. ou 4. 4

Un Jeu plus fort 8. 4

Un Jeu encore plus fort (2)(4) 8 16. 4.

2. Le gros Jeu de diminution, ou le gros Jeu de tierce (4) (16) (2) 4. [8. 8] 10. 12. Dans le petit Jeu de tierce on ôte 2.

3. Le Plein-jeu 2. 4. 8. 16. (2) 4 (8) *F. S.*

4. Le Grand-jeu, ou le Grand-chœur, ou le Dialogue (2) 4. 8. 16. 4 (8) 10. 12. 4^{v}. 8^{v}. 4. *C.* avec le tremblant à vent perdu.

5. Les Jeux d'anches sont ordinairement accompagnez de 4.

XVI. De tout ce que nous avons dit des Orgues, nous en pouvons tirer les consequences suivantes.

1. La composition des Jeux d'Orgues est harmonique, comme il paroît par les nombres que nous avons mis dans la Table des Jeux d'Orgue.

2. Le mêlange des Jeux est harmonique, & si l'on s'en écarte, c'est une espece de dissonance dans les Sons harmoniques, qui a du rapport avec les dissonances qu'on emploïe dans la Musique.

3. L'Orgue ne fait qu'imiter par le mêlange de ses Jeux, l'harmonie que la nature observe dans les corps sonores, qu'on appelle harmonieux ; car on y distingue les Sons harmoniques 1. 2. 3. 5. 6. comme dans les Cloches, & la nuit dans les longues cordes de Clavecin. Cette harmonie paroît sur tout dans les Cornets.

4. L'Orgue sert à nous faire distinguer le Son le plus grave & le plus aigu, l'étenduë de tous les Sons, & enfin ceux que l'on distingue plus nettement.

Le plus grave est celui d'un tuyau de 32 pieds, & le plus aigu d'un tuyau de 4 lignes & demie ; ce qui fait 10 Octaves, comme l'on peut voir par la Table. Ces Sons s'étendent depuis le 1 Son harmonique jusqu'au 1024, qui marquent que le plus aigu fait 1024 vibrations, pendant que le plus grave n'en fait qu'une, l'Intervalle diatonique de ces Sons est d'une LXXIe.

Il y a lieu de croire que cette étenduë pourroit s'augmenter absolument d'environ deux Octaves, & qu'ainsi l'étenduë absoluë des Sons seroit de 12 Octaves, ou jusqu'à l'Intervalle diatonique LXXXVe. ou enfin jusqu'au 4096e. Son harmonique.

Les Sons que les Facteurs distinguent plus aisément sont ceux du Prestant, dont les tuyaux s'étendent depuis le 4 pied jusqu'au 3 pouce, ou le Son qui dans l'Orgue va depuis la 3e. Octave jusqu'à la 7e. ou depuis l'Intervalle diatonique XXIIe. jusqu'au LIIIe. ou enfin depuis le 8e. Son harmonique jusqu'au 128e.

FIN.